

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ В ОБЛАСТИ КРЕПЛЕНИЯ

*Казанский государственный архитектурно-строительный
университет*

С целью уточнения решений рассматривается расчет балки, традиционно рассчитываемой по одномерной схеме, трехмерными элементами. Отмечается, что уточнение схемы расчета позволяет получать более реальные расчетные данные и тем самым позволяет создавать более прочные и надежные конструкции.

Конструкции и сооружения предназначены для выполнения определенных функций в течение заданного срока. К сожалению, конструкции, созданные человеком, в отличие от естественных конструкций, далеки от совершенства и они нередко разрушаются до установленного срока эксплуатации [1].

Для обеспечения нормальной работы конструкций необходимо совершенствовать каждый этап его создания: создание материала, технологии, проекта и т.д. При этом особое внимание надо уделять совершенствованию методов расчета, в частности, уточнять схемы расчета: переходить от одномерных расчетных схем к двумерным схемам; от двумерных расчетных схем к трехмерным схемам. При этом в узлах сопряжения, в областях закрепления возникает сложное напряженно-деформированное состояние (НДС). Уточнения НДС в таких областях за счет введения трехмерных схем расчета позволяют более грамотно оценить несущую способность конструкции.

Для иллюстрации рассмотрим расчет обычной балки с учетом закрепления узлов. Обычно, вводя те или иные гипотезы, расчет балки сводят к расчету одномерной задачи. Хотя известно, что любой объект, окружающий нас, представляет собой трехмерный объект. Для прикидочных расчетов, такой подход можно и нужно использовать. Однако для ответственных объектов необходимо стремиться к более точным расчетным схемам. Для этой цели разработан вариант метода конечных элементов МКЭ-3 [2]. Разрешающие соотношения получаются из уравнения Лагранжа:

$$\delta \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 W \sqrt{g} dt^1 dt^2 dt^3 = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \rho f^i \delta u_i \sqrt{g} dt^1 dt^2 dt^3 + \iint_S p^i \delta u_i dS,$$

где W – удельная потенциальная энергия деформации трехмерного тела; f^i , p^i – контравариантные компоненты вектора массовых и поверхностных сил; ρ – массовая плотность; g – определитель

метрического тензора; S – поверхность граней тела. Из вариационного уравнения Лагранжа после ряда преобразований получается система $24N$ алгебраических уравнений вида: $[A] \{U\} = \{R\}$. Здесь $[A]$ – симметричная матрица жесткости системы ленточной структуры, $\{U\}$ – вектор неизвестных, $\{R\}$ – вектор нагрузки, N – суммарное число узлов в рассматриваемом трехмерном объекте.

На базе сплайнового варианта метода конечных элементов [2-3] проведен анализ напряженно - деформированного состояния защемленной на одном конце балки.

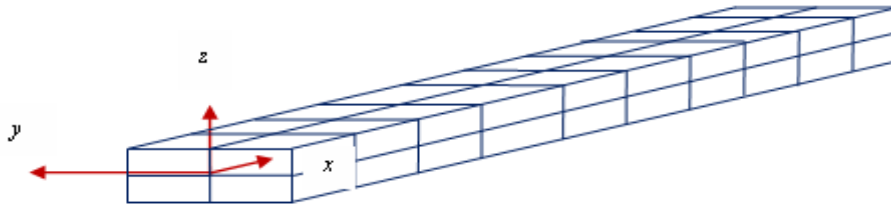


Рис. 1

Рассмотрена балка, защемленная на торце $x=20$ см, со следующими параметрами: длина $l=20$ см, ширина $b=20$ мм, толщина $t=10$ мм, модуль упругости $E=100000$ МПа, $\nu=0,3$. На другом торце балки приложена сила $P=10000$ Н, равномерно распределенная по торцу. Схема разбиения балки на конечные элементы представлена на рис.1.

На рис.2-3 представлены распределения нормальных напряжений σ_x и интенсивность напряжений σ_{int} соответственно в сечении $x=19$ см. Согласно сопромату, следовало бы ожидать равномерное распределение напряжений σ_x . Однако расчет балки трехмерными элементами дает совершенно другую картину. Силы сосредотачиваются в угловых точках сечения балки.

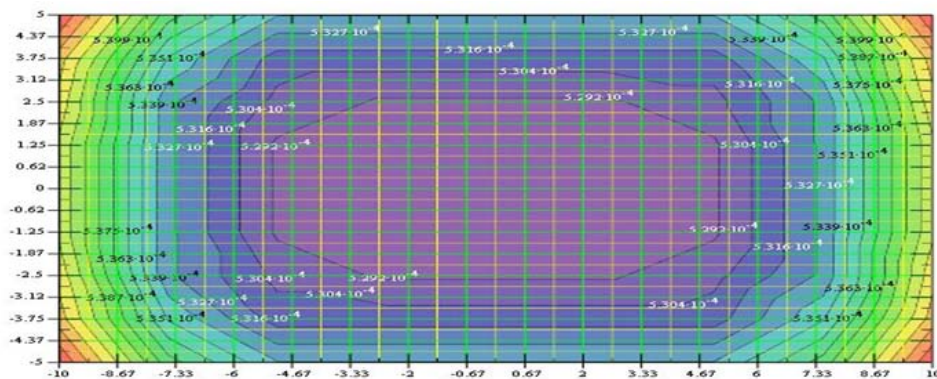


Рис. 2 Распределения нормальных напряжений σ_x

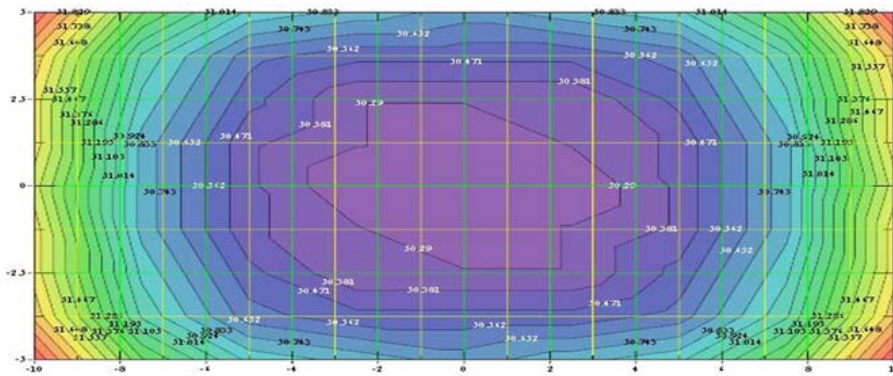


Рис. 3. Распределение интенсивности напряжений σ_{int}

Наблюдается также интересная картина распределения касательных напряжений σ_{yz} в этом сечении (рис.4).

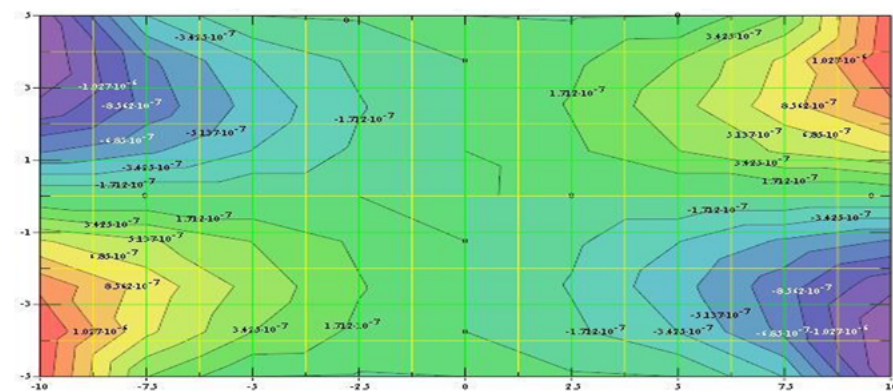


Рис. 4. Распределения касательных напряжений σ_{yz}

Балка (рис.1) была рассчитана также на изгиб. Суммарная поперечная сила на торце ($x=0$) равнялась 2кН. На рис.5 представлено распределение перемещений $v(x,y)$ в плоскости $z=-2.5$ см.

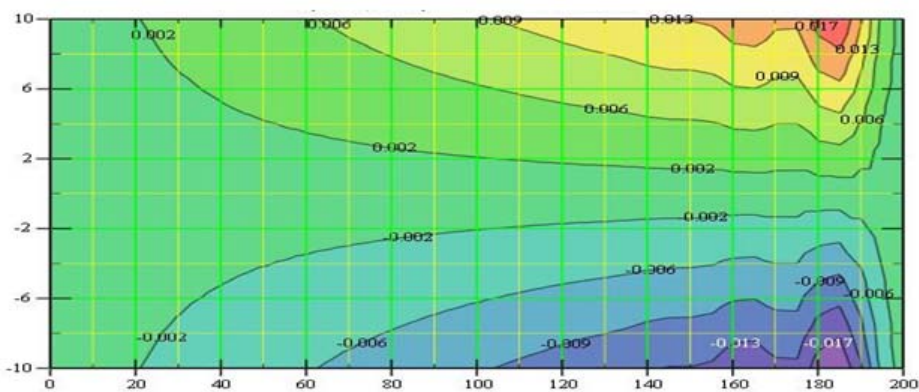


Рис. 5 Распределения перемещения $v(x,y)$

Как видно из рис.5 вблизи защемления наблюдается существенное изменение характера деформирования, вследствие жесткого закрепления торца балки.

На рис.6 представлена картина распределения σ_{22} в сечении $x=19$ см.

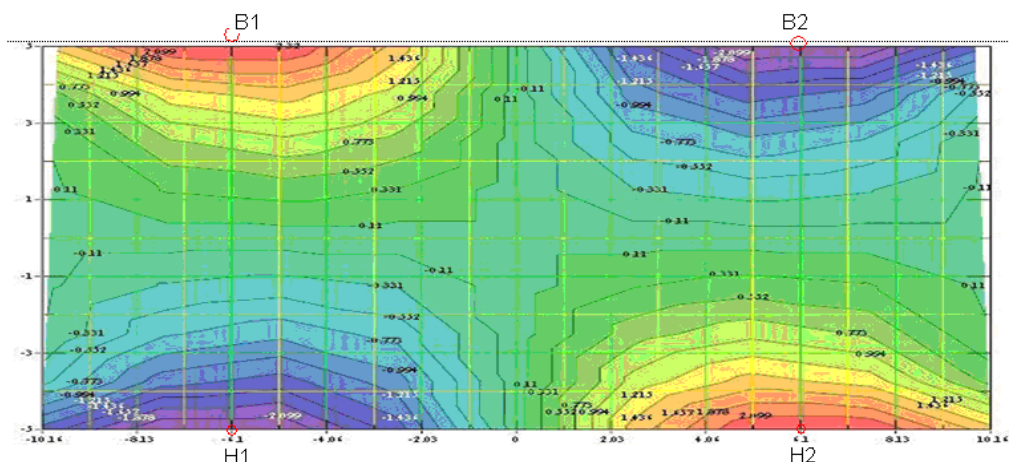


Рис. 6. Распределения напряжений σ_{22}

Из рис.6 видно сужение поверхности $z=+5\text{мм}$ и расширение поверхности $z=-5\text{мм}$. Максимальные напряжения σ_{11} наблюдаются на поверхностях $z=\pm 5\text{ мм}$. Максимальные напряжения σ_{22} наблюдаются в точках B_1, B_2, H_1, H_2 .

Заключение. Уточнение схемы расчета – переход от одномерной расчетной схемы к трехмерной схеме – позволяет получать более реальные расчетные данные с учетом узлов закрепления, и тем самым позволяет создавать более прочные и надежные конструкции.

Литература

1. Якупов Н.М. Механика: проблема - идея - практика. Казань: Казан. гос. ун-т, 2010. 161 с.
2. Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Якупов С.Н., Киямов И.Х. Моделирование элементов конструкций сложной геометрии трехмерными конечными элементами // Механика композиционных материалов и конструкций, 2011. Т.17. №1. С.145-154.
3. Якупов Н.М., Киямов Х.Г., Султанов Л.У. К исследованию напряженно - деформированного состояния сферических оболочек с дефектами // Труды VI международной конференции «Инженерные системы - 2013». РУДН, М., 2013. С.39-44.

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЇ В ОБЛАСТІ КРІПЛЕННЯ Н.М. Якупов, Х.Г. Киямов, Ф.Г. Ахмадиев

З метою уточнення рішень розглядається розрахунок балки, що традиційно розраховується за одновимірною схемою, тривимірними елементами. Відзначається, що уточнення схеми розрахунку дозволяє

отримувати реальніші розрахункові дані і тим самим дозволяє створювати міцніші і надійніші конструкції.

STRESS-STRAIN STATE OF DESIGN ELEMENTS OF FIXING

N. Yakupov, H. Kiyamov, F. Akhmadiev

In order to clarify the calculation of the beam approaches are traditionally calculated by a one-dimensional scheme, three-dimensional elements. It is noted that the specification of the computation scheme allows to obtain more realistic estimates, and thus allows for more robust and reliable design.