

ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ НА СТІЙКІСТЬ ФЕРМ МІЗЕСА ГРЕБЕНЕВОЇ ПРУЖНОЇ ОПОРИ ПРИ ПОХИЛОМУ НАВАНТАЖЕННІ

С.І.Білик, докт., техн. наук, професор, В.Г.Тонкачєєв, аспірант

*Київський національний університет будівництва і архітектури,
м. Київ*

Актуальність. Стрижневі сталеві купольні системи мають архітектурну виразність і високі характеристики використання функціонального об'єму [1]. Але загальне використання шарнірних вузлів сполучення елементів висуває на перший план забезпечення вузлової стійкості куполів, як у вершині конструкції так і вузлів в прилеглих до центру.

Одним із напрямків підвищення вузлової стійкості є врахування реакції купольної системи внаслідок врахування нерівномірності навантаження на купол, а з іншого боку можливість введення у вузли купола додаткових конструктивних елементів, які підвищують їх жорсткість.

Перші дослідження стійкості ферм є у статтях Мізес Р. (*Richard Edler von Mises*) [2,3]. Проведено широке коло досліджень, виконано при врахуванні реакції пружності системи і пружних опор у вузлах [3], які наближаються до машин Земана [4]. Є ґрунтовні роботи з вивчення стійкості ферм Мізеса на основі динамічного критерію при пружних опорах [3,6]. Основні дослідження стійкості ферм Мізеса при симетричному вертикальному навантаженні і можливості втрати стійкості за симетричною і кососиметричною формою приведені у досліджах [2,3,4,5,7,8,10]. В основу досліджень покладено узагальнений критерій стійкості ферми Мізеса при дії похилого навантаження, отриманого в роботі [11].

Постановка задачі. Провести числові дослідження впливу пружних опор в гребеневому вузлі на втрату стійкості ферм Мізеса при малих кутах нахилу стрижнів ферми.

Виклад основних досліджень. В роботі [11] отримано в загальному вигляді рівняння рівноваги стійкості ферм Мізеса при похилому навантаженні і пружній вертикальній опорі в гребеневому вузлі (1)

$$\frac{P \cos \beta_F}{EA_{cal}} - \frac{v_F k_v}{EA_{cal}} = \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{0l}} - \frac{v_F}{a_0} \right) \left[\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{0l}} - \frac{v_F}{a_0} \right)^2 + \left(1 - \frac{v_F}{a_0} \operatorname{tg} \beta_F \right)^2}} - \sin \alpha_{0l} \right] + \left[\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha_{0l}} - \frac{v_F}{a_0} \right)^2 + \left(1 + \frac{v_F}{a_0} \operatorname{tg} \beta_F \right)^2}} - \sin \alpha_{0l} \right] \quad (1)$$

У рівнянні (1) позначено силу P , яка прикладена під кутом β_F до вузлу ферми, довжину стрижня до деформації стискаючою силою позначено через l_0 , половина прогону арки позначено через a_0 , висота ферми Мізеса H_M . Початковий кут нахилу стрижня від вертикальної осі, яка проходить через опори, позначено через α_{0l} . Характеристика пружності вертикальної опори позначена через параметр жорсткості пружної опори – k_v . Внаслідок деформування гребневий вузол має вертикальне переміщення v_F .

При симетричній формі деформування і навантаженні ($\beta_F=0$) і відсутності пружної гребневої опори, рівняння (1) перейде у відомий деформаційний критерій [2,3]. При відсутності кута нахилу навантаження, але при пружній опорі, критерій стікості тришарнірної ферми перейде у рівняння, яке отримано у роботі [3].

$$\frac{P}{EA_{cal}} - \frac{v_F a_0 k_v}{a_0 EA_{cal}} = 2 \left(1 - \frac{v_F}{a_0} \operatorname{tg} \alpha_{0l} \right) \left[\frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{v_F}{a_0} \operatorname{tg} \alpha_{0l} \right)^2 + (\operatorname{tg} \alpha_{0l})^2}} - \cos \alpha_{0l} \right] \quad (2)$$

На рисунку 1 показано функції залежності між показником діючої сили $\frac{P}{EA_{cal}}$ і показником вертикальних переміщень – $\frac{v_F}{a_0}$. Дослідження показують, що навіть при певній жорсткості пружної опори залишається можливість втрати стійкості, за рахунок швидкого зростання переміщень (утворення хлопка). З іншого боку при пружній опорі при знятті навантаження, конструкція може перейти в інше положення (нижче критичне значення сили). При збільшенні пружності опори хлопок може не відбутися, але зміна швидкості переміщень буде збільшуватись. При знятті навантажень конструкція може набути первісного вигляду.

Проведені також числові дослідження при малих кутах нахилу стрижнів при відхиленні дії гребневої сили.

Збільшення кута нахилу стрижнів до горизонту $\alpha_{0l}=80^\circ$ призведе до суттєвого зростання критичної сили в 10 разів, тому жорсткість пружної опори, що була суттєвим впливом при $\alpha_{0l}=85^\circ$ є незначним факто-

ром, а кут нахилу дії сили також слабо впливає на максимальне значення критичного навантаження при $\beta_p=5^\circ$ (рис. 2). При збільшенні жорсткості гребеневої опори прямо пропорційно зростанню навантаження досягається якісний результат, що і показаний на рис.1.

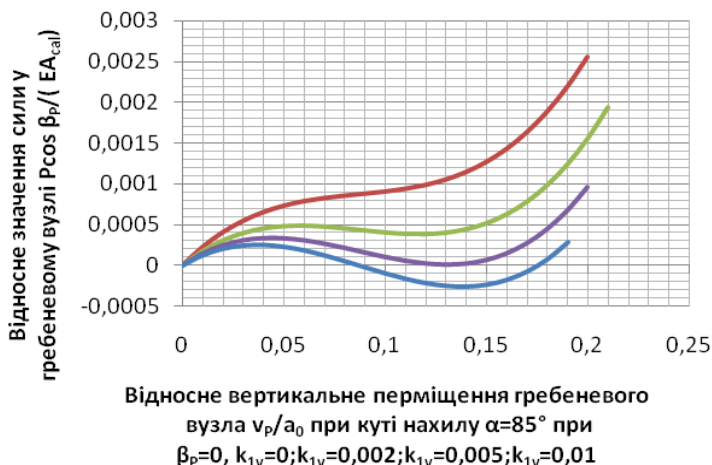


Рис.1. Графік залежності показника значення сили від показника вертикальних переміщень при різних пружності опор та при $\alpha_{ol}=85^\circ$, $\beta_p=0$

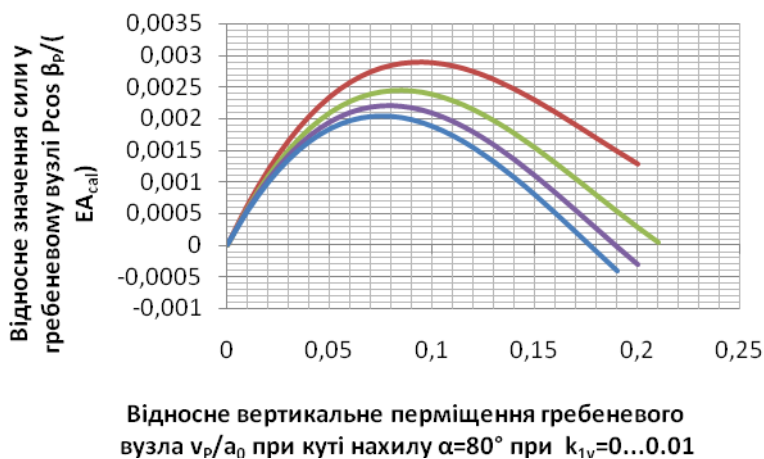


Рис.2. Графік залежності показника значення сили від показника вертикальних переміщень при різних пружності опор та при $\alpha_{ol}=80^\circ$, $\beta_p=5^\circ$

Збільшення кута нахилу стрижнів до горизонту $\alpha_{0l} = 75^\circ$ призводить до зростання критичної сили, жорсткість пружної гребеневої опори, що була суттєвим впливом при $\alpha_{0l} = 85^\circ$ залишається незначним фактором. Кут нахилу дії сили також слабо впливає на максимальне значення критичного навантаження при $\beta_p = 10^\circ$ (рис. 3).

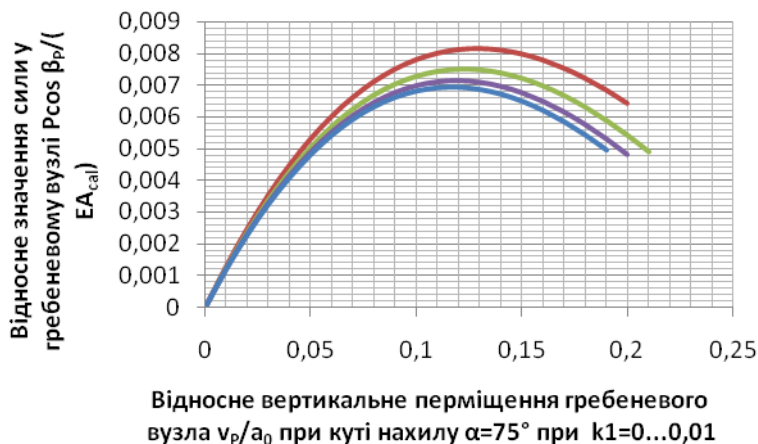


Рис.3. Графік залежності показника значення сили від показника вертикальних переміщень при різних пружності опор та при $\alpha_{0l} = 75^\circ$, $\beta_p = 10^\circ$

Висновки

Моделювання втрати стійкості тришарнірних ферм при малих кутах нахилу вказує на те, що суттєвим є вплив жорсткості гребеневої опори.

Підтверджені нелінійні деформації ферми Мізеса залежно від кутів прикладання сили у вузлі, жорсткості пружної опори в гребеновому вузлі ферм. Показано, що пружна гребенева опора підвищує рівень критичної сили. При достатньої жорсткості пружної опори і дрібної кута нахилу до горизонтальної осі стрижнів раптова втрати стійкості ферм може не відбутися.

Summary

Confirmed nonlinear deformation of von Mises trusses depending on the angles application force in node, stiffness of elastic support in a ridge node of trusses. It is shown that the elastic support increases the level of the critical force. At sufficient rigidity elastic support and shallow inclination angle to the horizontal axis of rods the loss of stability of the trusses may not take place unexpected.

Література

1. Білик С. І. Раціональна форма геометричної схеми рамного каркасу з карнизними похилими елементами навколо функціонального об'єму / С. І. Білик // Прикладна геометрія та інженерна графіка : міжвід. наук. зб. / МОН України, КНУБА. – К., 2004. – Вип. 74. – С. 228–235.
2. Mises Über die Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie // Z. Angew. Math. Mech. 3, 406, 1923.
3. Пановко. Я.Г., Губанов И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М: Наука, 1987. – 352 с.
4. Бондарь Н.Г. Устойчивость и колебания упругих систем в современной технике. – Киев: Вища школа, 1987. – 210 с.
5. Cook G.R., Simiu E. Periodic and chaotic oscillations of Modified Stoker Column // Journal of Engineering Mechanics, Vol. 117, № 9, September, 1991. – P. 2049-2064.
6. Mikhlin Yuri V.. Nonlinear normal vibration modes and their applications// Proceedings of the 9th Brazilian Conference on Dynamics Control and their Applications Serra Negra (SP - ISSN 2178-3667), 2010. P. 151-171
7. <http://www.sbmec.org.br/dincon/trabalhos/PDF/invited/68092.pdf>
8. Феодосьев. В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. – М: Наука, 1967. – 376 с.
9. Nachbar W., Huang N.C. Dynamic snap – through of a simple viscoelastic truss // Q. Appl. Math., 25, p. 65-82, 1967.
10. Stoker J.J. Nonlinear vibration in mechanical and electrical systems/ Wiley, New-York, 1950.
11. Marcelo Greco. Carlos Eduardo Rodrigues Vicente. Analytical solutions for geometrically nonlinear trusses. Esc. Minas vol.62 no.2 Ouro Preto Apr./June 2009.
12. Білик С.І., Тонкачев В.Г. Вплив на стійкість ферми мізеса напрямку дії вузлового навантаження при пружних опорах на прикладі сталевих ребристо-кільцевого купола./ Білик С.І., Тонкачев В.Г. // Строительство, материаловедение, машиностроение: сб. науч. трудов. Вып. №82. – дн-вск., ГВУЗ ПГАСА, 2015. – с. 44-49.