

УДК 539.413+622.243

Гайдайчук В.В., д-р техн. наук,
Худолій С.М., канд. техн. наук,
Гловач Л.В.

ТЕОРЕТИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ СИЛ ОПОРУ, ЩО ДІЮТЬ НА КРИВОЛІНІЙНІ БУРИЛЬНІ КОЛОНИ

Вступ. Останнім часом питання оптимізації технології буріння криволінійних нафтових та газових свердловин стають особливо актуальними [1-4]. Поставимо задачу про визначення статичних внутрішніх і зовнішніх сил, що виникають у криволінійній бурильній колоні (БК) на різних етапах її функціонування. Оскільки у вихідному стані колона має прямолінійну форму, а в кінцевому стані обрис її пружної лінії здобуває форму істотно нелінійної кривої, для опису її напружено-деформованого стану будемо застосовувати теорію гнучких криволінійних стрижнів. При цьому будемо вважати, що завдяки малості діаметра труби колони в порівнянні з радіусом кривизни її осьової лінії, її матеріал працює в пружній стадії. Тому при постановці задачі згинання бурильних колон справедливе лінійне формулювання закону Гука.

Основи теорії гнучких криволінійних стрижнів представлені в роботах [5-7]. Методика дослідження нелінійного згинання БК, що викладається нижче, базується на основних співвідношеннях робіт [5, 8, 9], пов'язаних із застосуванням системи направляючих косинусів для опису кінематики згинання. Незважаючи на надмірність цієї системи, вона виявляється дуже зручною при постановці граничних умов та рішенні прямих і зворотніх задач механіки стрижнів.

Постановка задачі. Для опису згинання криволінійного стрижня використовуємо нерухому систему координат $Oxyz$ з ортами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, вісь Oz якої спрямована вертикально вниз, і координату s , вимірювану довжиною осьової лінії між початковою і поточною точками. Введемо також природний тригранник Френе пружної лінії стрижня з одиничними векторами головної нормалі $\vec{n}$, бінормалі $\vec{b}$ і дотичної $\vec{\tau}$, а також рухому систему осей (u, v, w) , осі u, v якої збігаються з головними центральними осями інерції площі поперечного перерізу, а вісь w спрямована вздовж орта $\vec{\tau}$.

Випишемо основні співвідношення механіки гнучких стрижнів [5,8,9]. Рівняння рівноваги зовнішніх і внутрішніх сил ($\vec{f}, \vec{F}$), а також моментів ($\vec{m}, \vec{M}$), прикладених до елемента стрижня, мають вигляд

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = -\vec{\omega}_\chi \times \vec{F} - \vec{f}, \quad \frac{d\vec{M}}{ds} = -\vec{\omega}_\chi \times \vec{M} - \vec{\tau} \times \vec{F} - \vec{m}. \quad (1)$$

Тут $\vec{\omega}_\chi$ – вектор Дарбу, обумовлений рівністю

$$\vec{\omega}_\chi = \frac{1}{R} \vec{b} + \left(\frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds} \right) \vec{\tau}.$$

Величини R і T , які входять в дану формулу, являють собою відповідно радіуси кривини і кручення, χ – кут між ортом $\vec{n}$ і віссю u .

Відзначимо, що в теорії пружних стрижнів звичайно не враховується вплив розподілених моментів $\vec{m}$. Тому далі будемо вважати $\vec{m} = 0$.

Позначимо проекції векторів $\vec{F}$ і $\vec{M}$ на осі u, v, w відповідно $F_u, F_v, F_w, M_u, M_v, M_w$. Тут F_u, F_v – перерізаючі сили; F_w – поздовжня сила; M_u, M_v – згинальні моменти; M_w – крутний момент. Проекції вектора $\vec{f}$ на відповідні осі рівні f_u, f_v, f_w . Вони визначаються силами ваги, силами контактної взаємодії і силами тертя між трубою БК і стінкою свердловини.

З огляду на те, що осі (u, v, w) є головними осями вигину і крутіння елемента стрижня, проекції M_u, M_v, M_w моменту $\vec{M}$ на ці осі виразимо у формі закону Гука

$$M_u = A(p - p_o), \quad M_v = B(q - q_o), \quad M_w = C(r - r_o) \quad (2)$$

$$A = E I_u, \quad B = E I_v, \quad C = G I_w.$$

Тут p, q, r – функції кривизни і кручення стрижня в деформованому стані; p_o, q_o, r_o – ці ж функції у вихідному недеформованому стані; A, B, C – жорсткості при вигинанні і крученні; E, G – модуль пружності і модуль зсуву матеріалу стрижня; I_u, I_v – моменти інерції поперечного перерізу стрижня; I_w – полярний момент інерції.

Після відповідних проектувань на осі u, v, w рівняння (1) приводяться до трьох скалярних рівнянь силової групи

$$\begin{aligned} dF_u/ds &= rF_v - qF_w - f_u, \\ dF_v/ds &= pF_w - rF_u - f_v, \end{aligned} \quad (3)$$

$$dF_w/ds = qF_u - pF_v - f_w$$

і трьох рівнянь моментної групи

$$\begin{aligned} A dp/ds &= A dp_o/ds - C q r + B q r + F_v, \\ B dq/ds &= B dq_o/ds - A r p + C r p - F_u, \\ C dr/ds &= C dr_o/ds - B p q + A p q. \end{aligned} \quad (4)$$

До цих рівнянь додаються рівності, що визначають компоненти направляючих косинусів [2].

Будемо вважати, що просторовий обрис осьової лінії пробуреної криволінійної свердловини відомий і він визначається радіусом-вектором $\vec{r} = \vec{r}(s)$ чи скалярними рівностями

$$x = x(s), \quad y = y(s), \quad z = z(s). \quad (5)$$

Тоді можна підрахувати радіуси кривини R і кручення T за формулами:

$$\frac{1}{R} = \sqrt{(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2}, \quad \frac{1}{T} = R^2 \begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Тут штрихом позначене диференціювання по s . За допомогою (5), (6) можна знайти вектори

$$\vec{\tau} = d\vec{r}/ds, \quad \vec{n} = R d^2\vec{r}/ds^2, \quad \vec{b} = \vec{\tau} \times \vec{n}. \quad (7)$$

Оскільки бурильна колона являє собою трубчасту конструкцію, зручно так вибрати орієнтацію осей u, v, w , щоб виконувалася умова $\chi = 0$. У цьому випадку параметри p, q, r знаходяться за формулами

$$p = 0, \quad q = 1/R, \quad r = 1/T. \quad (8)$$

Після підрахунку величин (6) – (8) можна приступати до обчислення внутрішніх і зовнішніх сил, що діють на бурильну колону. Розглянемо випадок, коли колона не обертається і $p_o = 0, r_o = 0, r = 0$. Тоді за допомогою перших двох рівнянь системи (4) знаходимо

$$F_u = -B dq/ds + B dq_o/ds, \quad F_v = 0 \quad (9)$$

Для визначення чотирьох невідомих функцій F_w, f_u, f_v, f_w , що залишилися, будемо використовувати три рівняння (3) і додаткову умову фрикційної взаємодії труби колони і стінок свердловини. При цьому

будемо вважати, що зовнішні сили f_u, f_v, f_w складаються із сил гравітації $f_u^{zp}, f_v^{zp}, f_w^{zp}$, сил нормальної взаємодії f_u^H, f_v^H і сил тертя f_w^{mp} , тобто $f_u = f_u^{zp} + f_u^H$, $f_v = f_v^{zp} + f_v^H$, $f_w = f_w^{zp} + f_w^{mp}$.

Компоненти $f_u^{zp}, f_v^{zp}, f_w^{zp}$ знаходяться шляхом проектування вектора інтенсивності сил ваги $\vec{f}^{zp} = \gamma g \vec{k}$ на осі u, v, w

$$f_u^{zp} = \gamma g n_z, \quad f_v^{zp} = \gamma g b_z, \quad f_w^{zp} = \gamma g \tau_z.$$

Тут γ - погонна щільність труби, g – прискорення вільного падіння.

Тоді з рівнянь (3) знаходимо

$$\begin{aligned} qF_w + f_u^H &= B d^2 q / ds^2 - B d^2 q_o / ds^2 - \gamma g n_z, \quad f_v^H = -\gamma g b_z \\ dF_w / ds + f_w^{mp} &= B q dq_o / ds - B q dq / ds - \gamma g \tau_z. \end{aligned} \quad (10)$$

До цих рівнянь додаємо умову фрикційної взаємодії між колоною і стінкою свердловини. У загальному випадку, у стані рівноваги труби усередині каналу свердловини ця задача є статично невизначуваною і має безліч рішень. Тому будемо розглядати критичні випадки граничної рівноваги, коли колона починає рухатися вниз під дією сил ваги або починає підніматися під дією вертикальної сили на верхньому кінці. Тоді розподілена сила тертя f_w^{mp} в кожній точці контакту визначається повною силою нормального тиску $\sqrt{(f_u^H)^2 + (f_v^H)^2}$ і коефіцієнтом тертя λ :

$$f_w^{mp} = \pm \lambda \cdot \sqrt{(f_u^H)^2 + (f_v^H)^2}. \quad (11)$$

Тут знак плюс відповідає підйому бурильної колони, а знак мінус – її опусканню.

Система чотирьох рівнянь (10), (11) може бути використана для знаходження чотирьох невідомих $F_w, f_u^H, f_v^H, f_w^{mp}$. Вона є нелінійною і відноситься до системи гібридного типу, оскільки включає алгебраїчні рівняння і звичайне диференціальне рівняння. Її рішення може бути знайдено чисельними методами.

Задача ідентифікації сил, що діють на криволінійну бурильну колону, істотно спрощується, якщо її осьова лінія є плоскою кривою, що лежить у площині Oxz . Тоді

$$f_v^n = 0, \quad f_v^{mp} = 0, \quad f_w^{mp} = \mp \lambda \left| q_o F_w - q F_w - B \frac{d^2 q_o}{ds^2} + B \frac{d^2 q}{ds^2} - \gamma g n_z \right| \quad (12)$$

і система (10), (11) зводиться до одного звичайного диференціального рівняння першого порядку відносно шуканої функції F_w

$$\begin{aligned} \frac{dF_w}{ds} = \mp \lambda \left| q_o F_w - q F_w - B \frac{d^2 q_o}{ds^2} + B \frac{d^2 q}{ds^2} - \gamma g n_z \right| + \\ + B q_o \frac{dq_o}{ds} - B q \frac{dq}{ds} - \gamma g \tau_z. \end{aligned} \quad (13)$$

Наявність операції обчислення модуля від доданків у правій частині цього рівняння робить його нелінійним. На ділянках зміни s , що відповідають знакосталим значенням виразу всередині знаку модуля, воно є лінійним і для конкретних функцій q , n_z , τ_z може бути отримане його рішення в замкнутій формі. Потім за допомогою методу припасовування можна побудувати і його часткове рішення при заданих граничних умовах. Однак такий підхід є досить трудомістким. У зв'язку з цим будемо інтегрувати рівняння (12) методом Рунге – Кутта.

Властивості сил опору, що діють на криволінійну бурильну колону. Вирази для сил у рівняннях (12), (13) дозволяють встановити найбільш важливі фактори, що впливають на формування сил опору при підйомі і опусканні бурильної колони.

1. Оскільки напрямок сил тертя f_w^{mp} має різну орієнтацію при опусканні і підйомі бурильної колони, вони по-різному взаємодіють із силами ваги. Так, на ділянці збільшення глибини БК сили тертя складаються із силами ваги при підйомі БК і віднімаються при опусканні. Тому підйом бурильної колони пов'язаний з прикладанням більшої сили на її верхньому кінці, ніж спуск.

2. Сили тертя залежать від згинної жорсткості B труби бурильної колони. Зі збільшенням B ці сили ростуть. Вони збільшуються також у місцях швидкої зміни жорсткості B . Ці ефекти виникають у місцях різьбових з'єднань труб бурильної колони і у місцях з'єднань труб різних діаметрів.

3. Сили тертя залежать від початкового прогину q_o бурильної колони і зі збільшенням q_o вони ростуть.

4. Сили тертя різко зростають у місцях швидкої зміни початкового прогину $(d^2 q_o / ds^2)$.

5. Сили тертя зростають у місцях зменшення радіуса кривини свердловини і у місцях швидкої зміни її кривини (у точках зламу її траєкторії).

6. Сили тертя зростають за рахунок крайових ефектів виникнення згинаючого моменту і пари перерізуючих сил на кінці бурильної колоні. Значення цих сил (і сил тертя) швидко зростають зі збільшенням згинної жорсткості B труби бурильної колоні при наближенні її діаметра до діаметра свердловини. При збільшенні діаметра свердловини відносно діаметра бурильної колоні і при зменшенні B ці сили падають.

7. Сили тертя збільшуються на ділянках траєкторії свердловини, що наближаються до горизонтального (при $n_z \rightarrow 1$).

Перераховані фактори повинні бути враховані при проектуванні траєкторії свердловини.

Розрахунок бурильної колоні кругового обрису. Розглянемо найпростіший випадок, коли осьова лінія свердловини являє собою дугу кола радіуса R (рис.1).

Її рівняння мають вид [5]

$$x = R(1 - \cos \frac{s}{R}), \quad y = 0, \quad z = R \sin \frac{s}{R}.$$

За допомогою формул (6) – (8) знаходимо

$$\begin{aligned} \tau_x &= \sin \frac{s}{R}, & \tau_z &= \cos \frac{s}{R}, & n_x &= \cos \frac{s}{R}, \\ n_z &= -\sin \frac{s}{R}, & p &= 0, & q &= \frac{1}{R}, & r &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

З урахуванням цих рівностей система рівнянь (10), (11) приводиться до виду

$$\begin{aligned} \frac{dF_w}{ds} &= \mp \lambda \left| -\frac{1}{R} F_w + \gamma g \sin \frac{s}{R} \right| - \gamma g \cos \frac{s}{R}, \\ f_u'' &= -\frac{1}{R} F_w + \gamma g \sin \frac{s}{R}, \quad f_w^{mp} = \pm \lambda \left| -\frac{1}{R} F_w + \gamma g \sin \frac{s}{R} \right|. \end{aligned} \quad (15)$$

При її чисельному рішенні з початковою умовою $F_w(0) = F_{w,0}$ спочатку методом Рунге – Кутта інтегрується перше рівняння і знаходиться функція $F_w(s)$ ($0 \leq s \leq S$), потім за допомогою другої і третьої рівностей обчислюються функції f_u'' та f_w^{mp} .

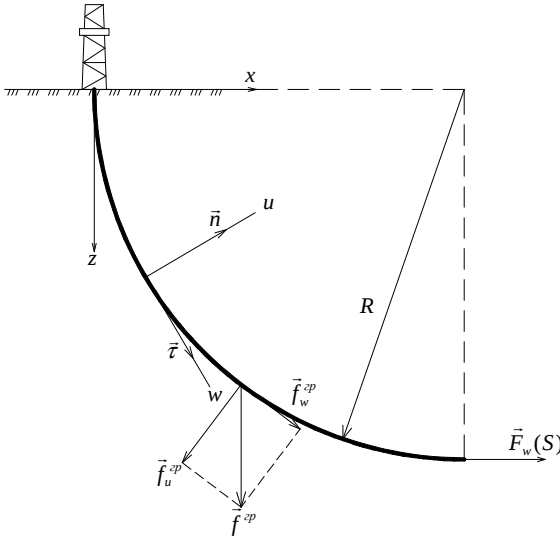


Рис.1. Розрахункова схема криволінійної бурильної колони

Розрахунки виконувалися при наступних значеннях визначальних величин: $R = 3000\text{м}$; $g = 9,81\text{м/с}^2$; $\gamma = \pi (d_1^2 - d_2^2) \rho / 4$; $d_1 = 0,1683\text{ м}$; $d_2 = 0,1483\text{ м}$; $\rho = 7,8\text{ кг/м}^3$; $\lambda = 0,1$; $0,15$; $S = \pi R/2$.

Сила ваги G усієї бурильної колони при обраних значеннях параметрів складає $G = 1793,2\text{ Н}$.

На рис. 2 показані графіки зміни внутрішньої повздожньої сили $F_w(s)$ в області $0 \leq s \leq S$. Криві 1, 2, 3, 4, що виходять зі значень $F_w(0) = 0,9 G$; $0,8 G$; $0,7 G$; $0,6 G$ на осі ординат, розташовуються парами. Тонкі криві кожної з цих пар відповідають значенню коефіцієнта тертя $\lambda = 0,15$, а товсті – значенню $\lambda = 0,1$.

По знайдених значеннях $F_w(s)$ за допомогою другої рівності системи (15) підраховувалися функції f_u^n нормального тиску стінки свердловини на трубу бурильної колони. Оскільки в зонах їх максимальних значень досягаються найбільші значення сил тертя f_w^{mp} й у першу чергу реалізуються негативні ефекти, пов'язані з прихватом труби $f_u^n(s)$, визначення цих зон є важливою задачею. Її рішення може бути використане для розробки заходів щодо оптимізації процесу буріння.

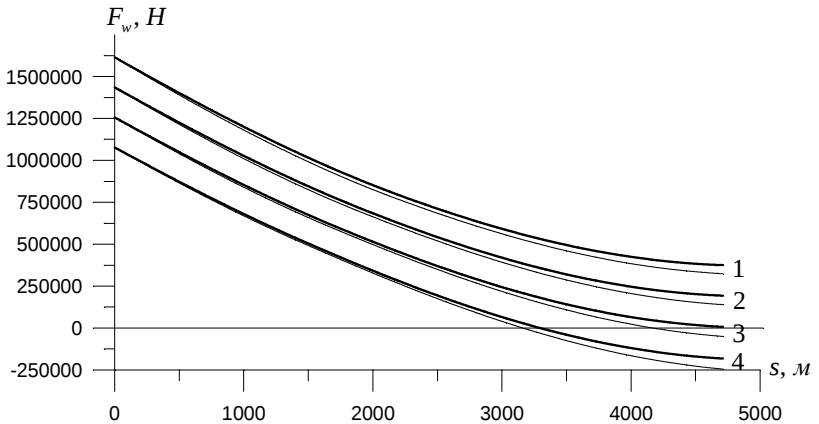


Рис.2. Графіки зміни внутрішньої розтягуючої повздовжньої сили F_w в залежності від координати s : — $\lambda = 0,1$; — $\lambda = 0,15$.

Графіки функцій $f_u''(s)$ для розглянутої моделі показані на рис. 3. Їх нумерація відповідає порядку слідування кривих на рис. 2. Можна помітити, що найбільші значення сил $f_u''(s)$ контактного тиску для бурильної колони обраної геометрії мають місце на її кінцях. У верхній частині свердловини $f_u'' < 0$, тому труба тисне на стінку свердловини в напрямку нормалі $\vec{n}$; у нижній частині свердловини напрямок тиску змінюється на протилежний.

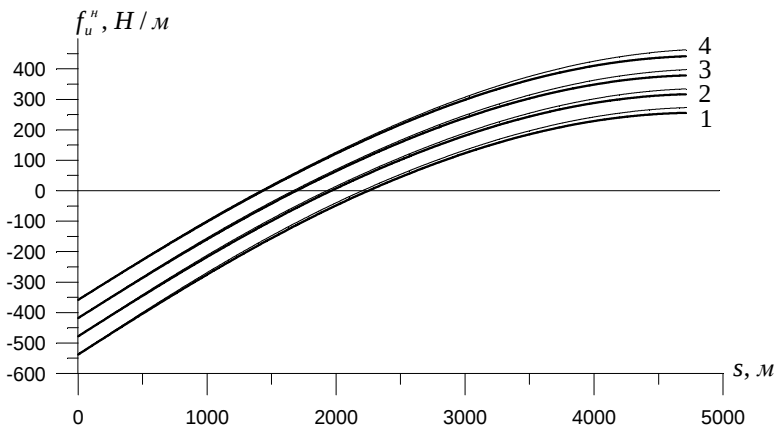


Рис.3. Графіки зміни інтенсивності зовнішніх сил нормального тиску $f_u''(s)$: — $\lambda = 0,1$; — $\lambda = 0,15$

Рис. 4 ілюструє характер зміни сил тертя f_w^{mp} між трубою бурильної колони і стінкою свердловини. При підйомі бурильної колони вони діють на трубу вздовж додатного напрямку осі w .

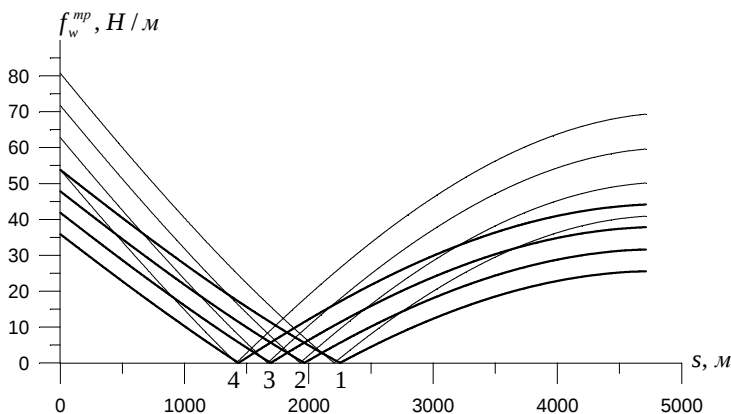


Рис.4. Графіки розподілення сили тертя $f_w^{mp}(S)$ по довжині колони:

———— $\lambda = 0,1$; ———— $\lambda = 0,15$.

Таким чином, запропонована методика ідентифікації внутрішніх і зовнішніх сил діючих на криволінійну бурильну колону дозволяє оптимізувати проектну геометрію свердловини і технологію її проходження, а також уникати позаштатних ситуацій в процесі буріння.

1. Мислюк М.А., Рибич І.Й., Яремчук Р.С. Буріння свердловин. Т.3, Вертикальне та скероване буріння.-Київ: "Інтерпрес ЛТД", 2004. - 294с .
2. Akgun F. "A finite element model for analyzing horizontal well BHA behavior"// Journal of Petroleum Science and Engineering. - 2004.- V.42, №2-4, p. 121-132.
3. Jonggeun Choe, Jerome J.Schubert, Hans C. Juvkam-Wold. "Well-control analyses on extended-reach and multilateral trajectories"// SPE Drilling & Completion. – 2005. – June, p. 101-108.
4. Sawaryn, S.J., Thorogood J.L. "A compendium of directional calculations based on the minimum curvature method"// SPE Drilling & Completion, 2005, March, - p. 24-36.
5. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Кошкин В.Л. Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней. – Киев: Наукова думка, 1992. – 344 с.
6. Попов Е.П. Нелинейные задачи статики тонких стержней. - Москва: ОГИЗ, 1948. – 178 с.
7. Светлицкий В.А. Механика стержней. - Москва: Высшая школа; ч.1, 1987. – 320 с.; ч.2, 1987. – 304 с.
8. Gulyayev V.I., Tolbatov E.Yu. Forced and self-excited vibrations of pipes containing mobile boiling fluid clots // Yournal of Sound and Vibration.-2002.-257. p.425 - 437.
9. Gulyayev V.I., Tolbatov E.Yu. Dynamics of spiral tubes containing internal moving masses of boiling liquid // Yournal of Sound and Vibration.- 2004.-274. p.233 - 248.

Надійшло до редакції 09.10.2006 р.