

УДК 539.375

О.О. Шкриль, канд. техн. наук

## ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ В ХРЕСТОПОДІБНИХ ЗРАЗКАХ ПРИ ЇХ ОДНОВІСНОМУ ТА ДВОВІСНОМУ РОЗТЯЗІ

Розглянута методика обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень прямим методом і методом піддатливості в дискретних моделях МСЕ. Побудовані графіки К-тарировки для хрестоподібних зразків з отвором та без отвору, при їх одновісному та двовісному розтязі.

На сьогоднішній день в експериментальних дослідженнях для визначення параметрів тріщиностійкості широкого застосування набули хрестоподібні зразки. Вирішення такої задачі передбачає побудову графіків К-тарировки на різних довжинах тріщини. Це в свою чергу вимагає визначення напружено-деформованого стану (НДС) зразка при різних довжинах тріщин. Серед методів обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) найбільшого використання набули прямий метод та метод піддатливості.

**1. Прямий метод.** У випадку лінійного деформування НДС в околі вершини тріщини може бути описаний асимптотичними формулами [5], в яких переміщення та напруження виражені через коефіцієнти інтенсивності напружень. Для найбільш часто розглядуваного випадку тріщин нормального відриву (тип I) (рис.1), в яких переміщення берегів тріщини перпердикулярні її поверхні, ці вирази мають наступний вигляд:

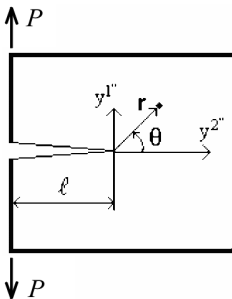


Рис. 1. Тріщина нормального відриву

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta), \quad u_i = \frac{K_I}{2G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} F_i(\theta),$$

де  $r, \theta$  – полярні координати з початком в точці фронту тріщини для якої визначені КІН;  $G$  – модуль зсуву;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона.

Для визначення КІН при побудові скінченно-елементної моделі передбачається наявність привершинної зони згущення. Як показали дослідження [1], найбільш точні результати визначення КІН забезпечуються при використанні біля вершини тріщини (т. А,

рис. 2) зони згущення квадратної форми. В частині зони, що межує з поверхнею тріщини, в кожному вузлі визначається величина КІН за переміщеннями  $K_I^i(u)$  (позначена на рис. 2 хрестиками). В частині зони, що розташована за фронтом тріщини в центрах СЕ КІН визначається за напруженнями  $K_I^j(\sigma)$  (відповідні точки показані на рис.2 кружками).

Подальше усереднення величин  $K_I^i(u)$  і  $K_I^j(\sigma)$  по частинах зони згущення дозволяє визначити середні значення КІН за переміщеннями і напруженнями:

$$K_I(u) = \frac{\sum_{i=1}^{k_1} K_I^i}{k_1}, \quad K_I(\sigma) = \frac{\sum_{j=1}^{k_2} K_I^j(\sigma)}{k_2},$$

де  $k_1, k_2$  – кількість точок при визначенні КІН за переміщеннями і напруженнями відповідно. Кінцева величина КІН в точці А фронту тріщини визначається за формулою:

$$K_I = \frac{K_I(u) + K_I(\sigma)}{2}.$$

Ефективність методики обчислення КІН прямим методом показана на задачі про розтяг квадратної пластини з центральною тріщиною (рис.3). Результати показали (табл.1), що при довжині тріщини в діапазоні від 0.1-0.5 ширини пластини похибка обчисленого КІН знаходиться в межах 2%.

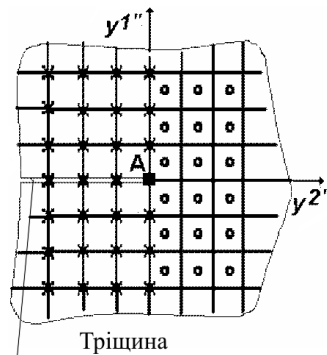


Рис. 2. Зона згущення для обчислення КІН

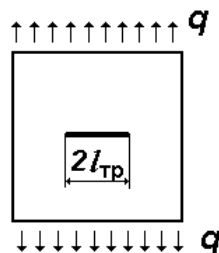


Рис.3. Пластина з центральною тріщиною

Таблиця 1

$L_{тр}$	$K_I^{em}$ [3]	$K_I$	$\delta, \%$
0.1B	1.7897	1,7758	0,77
0.2B	2.6564	2,6741	-0,67
0.4B	4.3237	4,3003	0,5
0.5B	5.2712	5,1870	1,6

**2. Метод піддатливості.** При використанні методу піддатливості передбачається, що розвиток тріщини відбувається при порушенні по її поверхні в'язей, що перешкоджають цьому розвитку. При збільшенні тріщини на величину  $\Delta l = l_2 - l_1$  вивільнюється енергія  $\Delta W = W_2 - W_1$ . Значення величин енергії деформації  $W_1$  і  $W_2$ , що відповідають стану тіла при наявності в ньому тріщин довжиною  $l_1 = l_{mp} - l_e$  і  $l_2 = l_{mp} + l_e$  (рис. 4), обчислюються за формулою:

$$W = \sum_{i=1}^{N_e} W_i = \sum_{i=1}^{N_e} \left( \frac{1}{2} \sigma_{ij}^{\circ} \varepsilon_{ij}^{\circ} \sqrt{g} \right)_i.$$

Різниця отриманих значень енергії, віднесена до відстані між вузлами, що визначають вершину тріщини довжиною  $l_1$  і  $l_2$ , з урахуванням прийнятої скінченно-елементної апроксимації, дорівнює [5]:

$$\frac{\Delta W}{\Delta l} = \frac{\Delta W}{2l_e} = -\frac{\Delta \Pi}{\Delta l} = J.$$

При застосуванні методу піддатливості введення в розрахункову схему тріщин різної довжини проводиться шляхом змінення граничних умов (рис. 4) [1-3].

Для тестового прикладу про розтяг квадратної пластини з центральною тріщиною (рис. 3) похибка визначення КІН на основі методу піддатливості порівняно з еталоном [4] лежить в межах 2%.

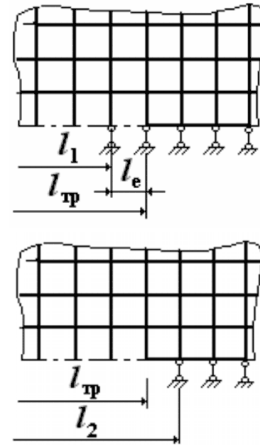


Рис. 4. Розрахункові схеми для визначення  $W_1$  та  $W_2$

Результати розв'язання задачі про згин квадратної пластини з боковим надрізом (рис. 5) показали, що на рівномірній сітці збіжність КІН досягається при дискретизації пластини СЕ розміром  $0,1 l_{mp}$  (табл. 2).

В даній роботі із застосуванням двох методів обчислення КІН розв'язано задачу про деформування хрестоподібного зразка з тріщиною різних розмірів при одновісному та двовісному розтягу (рис. 6).

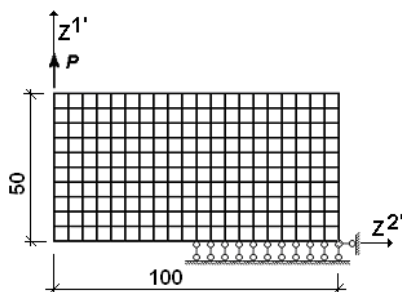


Рис. 5. Дискретна модель пластини з боковим надрізом

Таблиця 2

$l_e / l_{mp}$	$K_I, (\text{кг/см}^2) \sqrt{\text{см}}$	$\delta, \%$
1/5	3.062	4.3
1/10	3.173	0.84
1/20	3.193	0.22
1/40	3.191	0.29

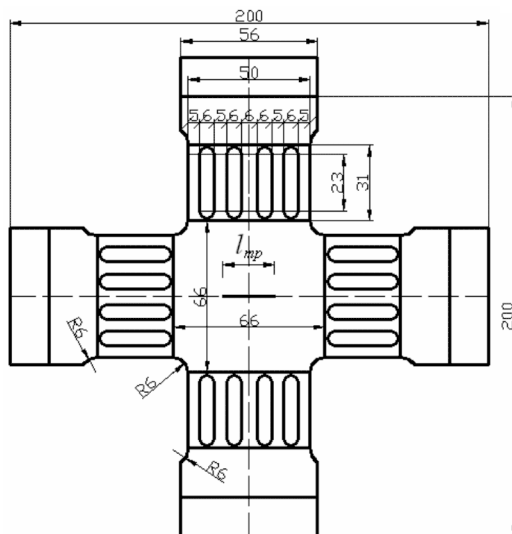


Рис.6. Хрестоподібний зразок без отвору

Матеріал зразка сталь ЭП517-Ш, для якої  $E = 2.14 \cdot 10^5$  МПа,  $\nu = 0.3$ . При побудові дискретної моделі (рис. 7) враховуючи вісьову симетрію розглядалась чверть зразка.

Отримані для різних довжин тріщини результати виявили, що значення КІН при одновісному розтязі є приблизно на 10% більшими, ніж при двовісному розтязі (рис. 8).

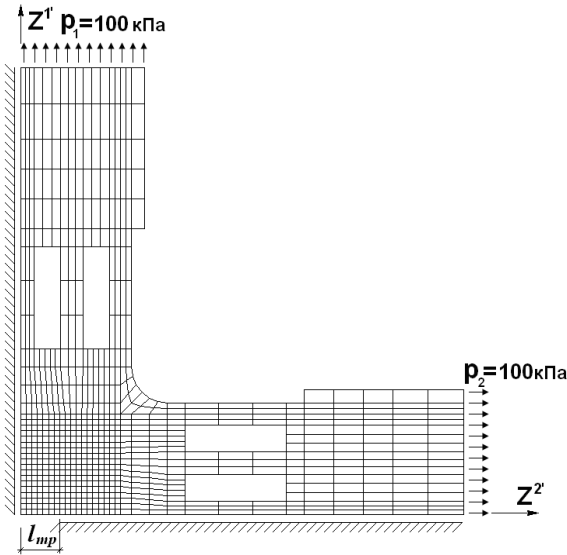


Рис. 7. Дискретна модель хрестоподібного зразка

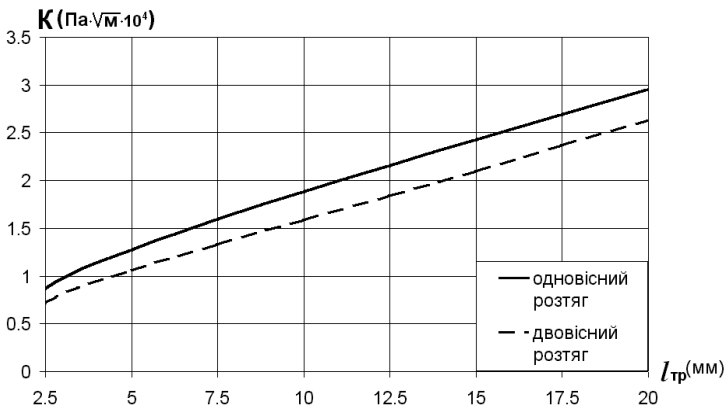


Рис. 8. Графік К-тарировки для зразка без отвору

Також було розглянуто задачу про деформування хрестоподібного зразка з тріщиною при наявності отвору радіусом  $R = 4$  мм (рис. 9). Дискретна модель представлена на рис.10.

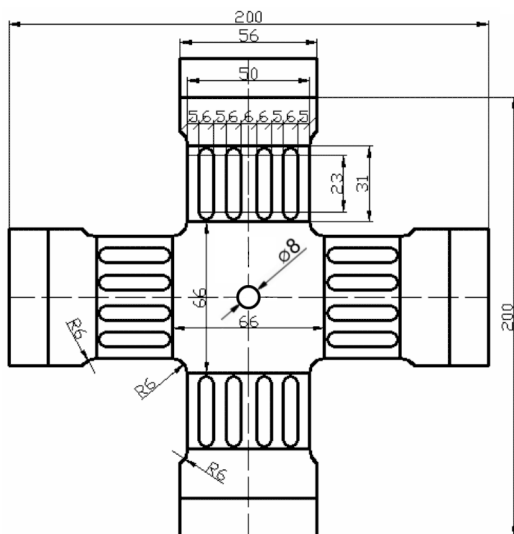


Рис.9. Хрестоподібний зразок з отвором

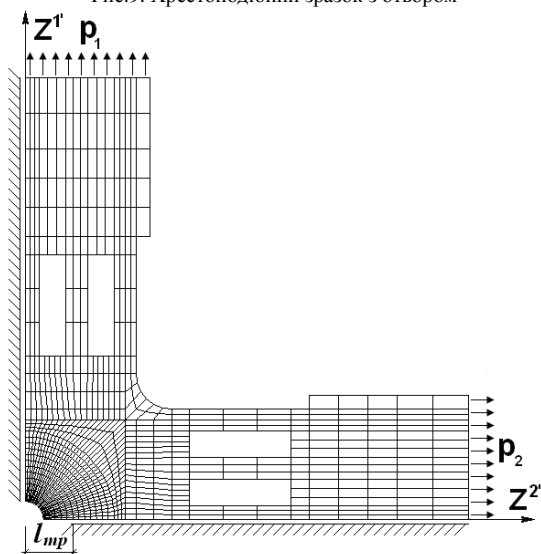


Рис.10. Дискретна модель хрестоподібного зразка з отвором

Як і в попередньому випадку величини КІН, обчислені на різних довжинах тріщини при одновісному розтязі, є більшими ніж при двовісному розтязі (рис. 11).

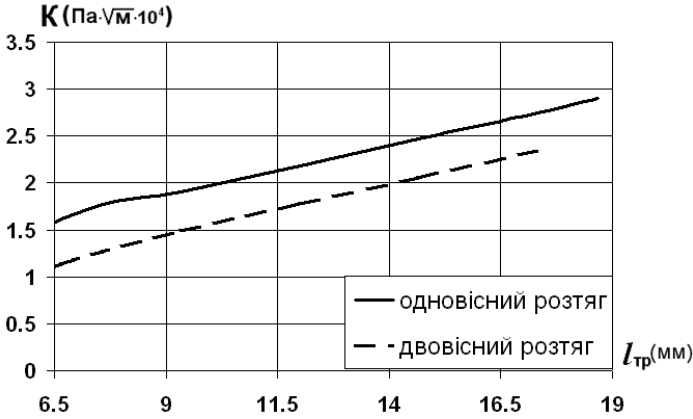


Рис.11. Графік К-тарировки для зразка з отвором

Порівняння результатів розрахунку хрестоподібного зразка в умовах одновісного розтягу показало, що наявність отвору призводить до збільшення значень КІН (рис. 12).

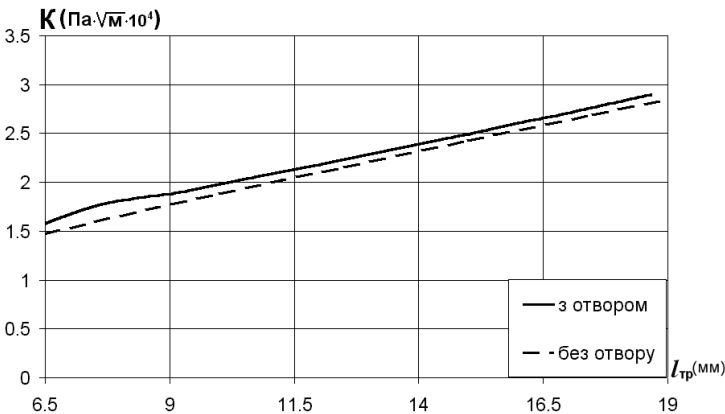


Рис.12. Вплив наявності отвору на КІН при одновісному розтязі

В умовах двовісного розтягу наявність отвору навпаки призводить до зменшення КІН. Але це стосується лише тріщин малих розмірів. При збільшенні довжини тріщини вплив отвору на КІН відсутній (рис. 13).

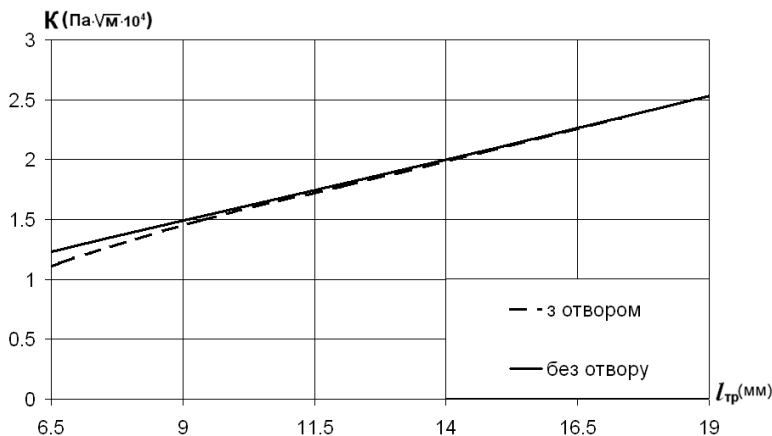


Рис.13. Вплив наявності отвору на КІН при двовісному розтязі

Значення КІН, що наведені на рисунках були отримані методом піддатливості. Величини КІН, що були обчислені прямим методом відрізняються від наведених результатів в межах 5%, що підтверджує вірогідність отриманих результатів. Результати розв'язання задачі в тривимірній постановці співпали з результатами двовимірного розрахунку. Таким чином такі задачі доцільно розв'язувати в двовимірній постановці.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах руйнування просторових тіл. // Монографія. – К.: КНУБА, 2005. - 298 с.
2. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С., Сахарова О.М., Шкріль О.О.* Ефективність методів обчислення параметрів механіки руйнування двовимірних задач // Опір матеріалів і теорія споруд. – К.: КНУБА, 2003. – Вип. 72. – С. 106 – 115.
3. *Гуляр А.И., Кушинченко Т.А., Сахаров А.С.* Определение коэффициентов интенсивности напряжений  $K_I$  и  $K_{II}$  на основе метода податливости в несимметричных задачах механики разрушения // Сопротивление материалов и теория сооружений. – К.: Будівельник, 1982. – Вып. 40. – С.85–90.
4. *Механика разрушения и прочность материалов: Справ. Пособие: в 4 т. / АН УССР. физ.-мех. ин-т им. Г.В. Карпенко. – К.: Наук. думка, 1988. – Т. 2: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – 620 с.*



5. *Морозов Е.М., Никишков Г.П.* Метод конечных элементов в механике разрушения. – М.: Наука. – 1980. – 256 с.

Отримано 24.06.09

Рассмотрена методика вычисления коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) методом податливости в дискретных моделях МКЭ. Построены графики К-тарировки для крестообразных образцов с отверстием и без отверстия, при их одноосном и двухосном растяжении.

The technique of calculation of stress intensity factor by the method of pliability in the discrete models of FEM is considered. The diagrams K-rating for cross section samples with the hole and without one at their monaxonic and biaxial tension are plotted.