Разработанная модель усреднения скоростей частиц воздушно-бетонного потока в трубопроводе совместно с моделями [1-3] изменения влагосодержания бетонной смеси в гасителе, движения бетонной смеси и взаимодействия потоков бетонной смеси и сжатого воздуха позволяет определить влияние конструктивных параметров оборудования композиционного транспортирования строительных смесей на процесс транспортирования бетонных смесей. Для конкретных условий производства комплекс моделей обеспечивает выбор оптимальных параметров оборудования.

Список литературы

1. Емельянова И.А., Баранов А.Н., Задорожный А.А., Никонов Д.В., Лихолёт М.А. Изучение возможностей двухпоршневых прямоточных растворобетононасосов для транспортирования бетонных смесей // Науковий вісник будівництва. - Харків: Харківське обл. територ. відділ. Академії буд. України. - 1999. - Вип. № 8. - С. 149-154.
2. Емельянова И.А., Баранов А.Н., Никонов Д.В. Особенности композиционного транспортирования строительных смесей // Вестник ХГАДТУ. - Харьков: Транспорт. Академия Украины. ХГАДТУ. - 2000. - Вып. №12-13. - С. 131-135.
3. Емельянова И.А., Баранов А.Н., Никонов Д.В. Теоретические основы взаимодействия потоков бетонной смеси и сжатого воздуха при композиционном транспортировании // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). - Полтава: ПДТУ - 2000. - Вип. № 6, ч.1. - С. 34-37.

УДК 539.3:537

Ю.В. Човнюк, канд. техн. наук, профессор Высшей школы экономики и деловой администрации "АЖИО-КОЛЛЕДЖ"

ИНФОРМАЦИОННЫЙ И СПЕКТРАЛЬНЫЙ (ФУРЬЕ) АНАЛИЗЫ УДАРНО-ВИБРАЦИОННО-ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ, ПОЛЕЙ, ТЕХНОЛОГИЙ В МОДЕЛИРОВАНИИ, ДИАГНОСТИКЕ СОСТОЯНИЯ, АВТОМАТИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ СОВРЕМЕННЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫХ (ЭРГАТИЧЕСКИХ) СИСТЕМ. ЧАСТЬ I.

Целью настоящей работы является разработка:
– подходов, основанных на методах современного информационного и спектрального (Фурье) анализов, которые позволяют систематизировать и эффективно (с достаточно высокой степенью точности и наглядности) изучить ударно-вибрационно-волновые процессы, поля, технологии, широко используемые в современных строительных машинах, эргатических системах, строительной индустрии;
– критериев адаптивного управления и автоматизации проектирования объектов исследования, основанных на единстве информационных энергетических и материальных потоков, циркулирующих в рассматриваемых системах, влияющих на их динамику и определяющих их моментное состояние (решение задач диагностики, прогнозирования надежности и ресурса строительных машин).

Современное строительное производство, технологии, сложные строительные человеко-машинные комплексы (называемые эргатическими) характеризуются наличием чрезвычайно большого разнообразия в подходах, оценке, диагностике, методах автоматизации управления, проектирования, моделирования, взаимодействия рабочих органов с обрабатываемой средой, человека-оператора с машинным агрегатом. Повышение эффективности функционирования указанных систем с точки зрения энерго-мощностных и экономических критериев (показателей) требует применения самых современных технологий строительного производства. К таковым относятся ударно-вибрационно-волновые технологии: 1) формования (железо-) бетонных изделий; 2) разрушения обрабатываемых сред. Довольно часто такие технологии характеризуются как быстротекущие процессы, имеющие, соответственно, достаточно широкий спектральный состав характеристик воздействия (амплитуда, частота, фаза). Кроме того, именно, для повышения эффективности (результативности) такого воздействия на обрабатываемую среду, приходится проявлять в процессах моделирования, разработки и управления (как самой машины, комплекса, так и процесса взаимодействия его рабочего органа с обрабатываемой средой) "заботу" об обеспечении должного уровня информативности (этого воздействия). Целью настоящей работы является разработка:

1) подходов, основанных на методах современного информационного и спектрального (Фурье) анализов, которые позволяют систематизировать и эффективно (с достаточно высокой степенью точности и наглядности) изучить ударно-вибрационно-волновые процессы, поля, технологии, широко используемые в современных строительных машинах, эргатических системах, строительной индустрии; 2) критериев адаптивного управления и автоматизации проектирования объектов исследования, основанных на единстве информационных энергетических и материальных потоков, циркулирующих в рассматриваемых системах, влияющих на их динамику и определяющих их моментное состояние (решение задач диагностики, прогнозирования надежности и ресурса строительных машин).

1.<u>Спектральное разложение полей смещений. Периодическое вибрационно-волновое поле.</u>

Свойства продольной/поперечной волны смещения в обрабатываемой среде (как и любой другой волны поля деформаций), ее взаимодействие со средой (если она генерируется в контактной зоне рабочим органом машины), методы генерации и наблюдения существенно зависят от ее частоты или длины волны. Простейшими свойствами обладает, как правило, монохроматическая волна, поле которой изменяется во времени и в пространстве по гармоническому закону; иными словами, такая волна имеет определенные частоту и волновое число. В том случае, если волна немонохроматическая (реальная ситуация) и взаимодействует с веществом (средой), то ее всегда можно представить как суперпозицию конечного или бесконечного числа монохроматических волн. Такой метод исследования называется спектральным разложением (волны) или более точно, Фурье-разложением. Последнее предполагает разложение именно на гармонические составляющие, тогда как термин спектральное разложение подразумевает более общую процедуру разложения по самым различным функциям (например, сферические, функции Бесселя и др.).

Процедура Фурье-разложения производится по стандартному алгоритму (сценарию). Рассмотрим плоскую волну. Пусть в начальный момент времени задан ее вектор-потенциал $A(X,0)=A(X)$. Пусть, далее, поле $A(X)$ является периодическим с периодом l. Оказывается, что такую функцию можно представить в виде ряда:

$$A(X)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{A_n}{\sqrt{l}}\cdot e^{ik_n x};k_n=\frac{2\pi n}{l}. \quad (1)$$

Действительно, каждый член этого ряда имеет период *l/n* а значит и *l* (характерный размер). Иными словами, такой ряд представляет некоторую функцию с периодом *l*. Условия сходимости таких рядов выясняются в математической теории Фурье-разложения. Основной результат этой теории сводится, по существу, к тому, что любое реальное поле (поля деформаций) можно разложить в ряд Фурье.

Постоянные коэффициенты A_n характеризуют амплитуды и фазы фурье-гармоник (или Фурье-компонент) поля $A(x)$. Если описывать поле действительной функции $A(x)$, то коэффициенты A_n должны удовлетворять дополнительному соотношению:

$$A_n = A_{-n}^*, \quad (2)$$

где звездочка означает комплексно-сопряженную величину.

В случае плоской волны можно, однако, рассматривать комплексную величину $A(x)$ как полный двумерный вектор поля (деформаций, смещений) в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны (в случае поперечных волн).

Для вычисления коэффициента A_m умножим обе части равенства (1) на $e^{-ik_m x}$ и проинтегрируем по периоду. Найдем:

$$A_m = \int_0^l \frac{A(x)}{\sqrt{l}} \cdot e^{-ik_m x} dx = |A_m| \cdot e^{i\varphi_m}. \tag{3}$$

Все остальные слагаемые в (1) исчезают, поскольку интеграл от $e^{i(k_n - k_m)x}$ не равен нулю только для $k_n = k_m$. Множитель $1/\sqrt{l}$ введен для того, чтобы выражение (1) и (3) выглядели более симметрично. Эта симметрия станет полной в случае непрерывного спектра. Введение такого множителя не обязательно и не является общепринятым. Можно, например, исключить этот множитель из (1), тогда в (3) появится множитель $1/l$.

Для действительной функции $A(x)$ ряд Фурье можно записать также в виде:

$$A(x) = \frac{1}{\sqrt{l}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cdot \cos k_n x + b_n \cdot \sin k_n x). \tag{4}$$

Коэффициенты обоих рядов связаны друг с другом следующими соотношениями:

$$\begin{cases} a_n = 2|A_n|\cos\varphi_n ; b_n = -2|A_n|\sin\varphi_n ; \\ a_0 = A_0 ; A_n = |A_n| \cdot e^{i\varphi n}. \end{cases} \tag{5}$$

Набор коэффициентов A_m, который можно рассматривать как некоторую функцию $A_m = f(k_m)$, называют фурье-спектром поля (деформаций, смещений, напряжений и пр.) $A(x)$ или просто спектром поля. Иногда различают амплитудный $(|A_m|)$ и фазовый (φ_m) спектры. В рассмотренном случае периодического поля спектр называется дискретным, или точечным, т.к. волновое число принимает лишь отдельные (дискретные) значения.

Совершенно аналогично производится фурье-разложение по времени, приводящее к представлению колебаний поля (например, деформаций) в некоторой точке пространства в виде набора гармонических функций от аргументов $\omega_n t$, где $\omega_n = 2\pi \cdot n/T$, T - период колебаний поля, t - текущее время.

Поскольку каждая из гармонических составляющих как по X, так и по t представляет монохроматическую волну, величины k_n, ω_n, связаны обычным соотношением:

$$k_n = \pm\frac{\omega_n}{c} = \pm\frac{n\omega_0}{c}; \omega_0 = ck_0 = \frac{2\pi}{T}; T = \frac{l}{c}, \tag{6}$$

где знаки соответствуют разным направлением распространения волны со скоростью c, причем в общем случае имеет место суперпозиция волн обоих направлений.

Рассмотрим типовую задачу, возникающую в ударно-вибрационно-волновых технологиях строительного производства и при взаимодействии рабочих органов строительных машин с обрабатываемой средой (в указанных режимах функционирования), которая сводится к нахождению зависимости виброволновой проницаемости обрабатываемой среды от частоты поля (нагрузки).

Зависимость виброволновой проницаемости обрабатываемой среды от частоты поля нагрузки (Ω) с амплитудой $\vec{F}_0$ определяется динамикой отдельных кластеров (обрабатываемой средой). Характерной особенностью этой динамики являются гармонические колебания кластеров среды (в рамках дискретной модели) с разными частотами, как это вытекает из вида виброспектров обрабатываемых сред. Поэтому в качестве простейшей (точечной) модели среды можно взять набор различных осцилляторов с собственными ω_l частотами, массами m_l и плотностью соответствующих осцилляторов-кластеров n_l. Уравнение движения для каждого осциллятора-кластера имеет вид:

$$\ddot{\vec{r}}_l + 2\lambda_l \dot{\vec{r}}_l + \omega_l^2 \vec{r}_l = \frac{\vec{F}_0}{m_l} \cdot e^{-i\Omega t}, \tag{7}$$

где $\vec{r}_l$ – радиус-вектор, характеризующий положение осциллятора в выбранной (лабораторной) системе отсчета;

$\dot{\vec{r}}_l$ - дифференцирование по времени t;

λ_l – коэффициенты трения, характеризующие потери энергии в среде (вязкая модель трения между соседними кластерами среды и со стенками ограничивающего обрабатываемую среду объема, если таковые имеются).

Решая уравнение (7) и суммируя по всем осцилляторам-кластерам, найдем обобщенный вектор смещения обрабатываемой среды (в рамках, естественно, ее кластерной модели):

$$\vec{U} = \sum_l n_l \vec{r}_l = \sum_l \frac{n_l \cdot \vec{F}_0 / m_l}{\omega_l^2 - \Omega^2 - 2i\lambda_l \Omega}, i = \sqrt{-1}. \tag{8}$$

В дальнейшем ограничимся случаем квазигомогенной среды, когда действующее поле приближенно равно среднему. Тогда вибровосприимчивость среды χ :

$$\chi = \sum_l \frac{\tilde{\omega}_{pl}^2}{\omega_l^2 - \Omega^2 - 2i\lambda_l \Omega}, \tag{9}$$

где $\tilde{\omega}_{pl}^2 = n_l / m_l$ – "сила" осциллятора-кластера обрабатываемой среды сорта l.

Тогда для вибропроницаемости ε обрабатываемой среды имеем:

$$\varepsilon = 1 + \chi. \tag{10}$$

Коэффициенты χ и ε упрощаются в том случае, когда в среде возникает (на определенном этапе ее обработки) сплошное гомогенное состояние $(\omega_l \to 0)$:

$$\chi^* = -\frac{\tilde{\omega}_p^2}{\Omega^2 + 2i\lambda_p \Omega}, \varepsilon^* = 1 + \chi^*, \tag{11}$$

где $\tilde{\omega}_p^2 = n_p / m$, m - масса, n_p – плотность "модельных" (уже "обезличенных") кластеров-осцилляторов обрабатываемой среды.

Коэффициент трения λ_p связан со статической $(\Omega = 0)$ вибропроводимостью среды, обозначаемой σ_p :

$$\sigma_p = \frac{n_p}{2m\lambda_p} = \frac{\tilde{\omega}_p^2}{2\lambda_p}. \tag{11*}$$

Другой типичный задачей является таковая по нахождению спектра поля, представляющего собой периодическую (период T) последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой E_a и длительностью τ (рис. 1), характерного для задач ударного воздействия на обрабатываемую среду (т.н. ударные технологии обработки сред).

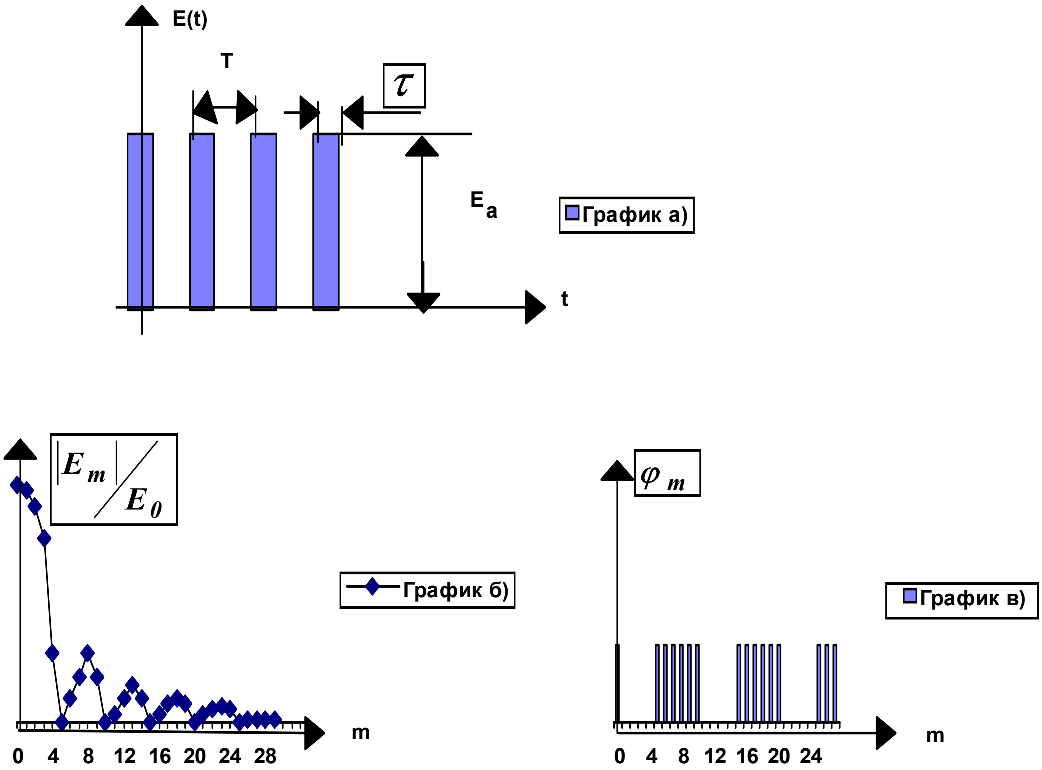

Рис. 1. Бесконечная последовательность прямоугольных импульсов, воздействующих на обрабатываемую среду, и ее спектр:
а - функция $E(t)$; б - амплитудный спектр для $T/\tau = 5$; в - фазовый спектр для $T/\tau = 5$.

"Основная" частота виброударного поля равна $\omega_0 = 2\pi/T$. Спектр поля содержит частоты $\omega_m = m \cdot \omega_0.$. Используя (3), найдем:

$$|E_m| = \frac{E_a}{\sqrt{T}} \left| \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{im\omega_0 t} dt \right| = \frac{2E_a}{\sqrt{T}} \cdot \frac{\left| \sin \frac{m\omega_0 \tau}{2} \right|}{m\omega_0}; E_0 = E_a \cdot \frac{\tau}{\sqrt{T}}. \qquad (12)$$

Фазовый спектр (φ_m) зависит от выбора начала отсчета. Для данного сигнала $\left(T/\tau = 5\right)$ получим:

$$\varphi_m = \begin{cases} 0; 10l \le m \le 5 \cdot (2l+1); \\ \pi; 5 \cdot (2l+1) \le m \le 10(l+1); l = 0,1,2.... \end{cases} \qquad (12^*)$$

Фурье-разложение поля имеет вид:

$$E(t) = \frac{E_a}{\pi} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(m\omega_0 \tau / 2)}{m} \cdot e^{-im\omega_0 t} = E_a \cdot \frac{\tau}{T} + $$
$$+ \frac{2E_a}{\pi} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin(m\omega_0 \tau / 2)}{m} \cos m\omega_0 t. \qquad (13)$$

Это разложение содержит т.н. постоянную составляющую $\overline{E} = \overline{E}_a \cdot \tau/T$, поскольку функция $E(t)$ положительна.

Фурье-разложение может иметь как форму (1), так и форму (4). В последнем случае в разложении присутствуют только косинусы в силу симметрии поля $(E(t) = E(-t))$. Пример спектра, показанный на рис. 1, соответствует случаю $T/\tau = 5$. Если же, например, $T/\tau = 1$, то из всего спектра остается одна постоянная составляющая $\overline{E} = E_a$. В пределе $T \to \overset{\infty}{\omega}$ спектр становится "сплошным", т.к. расстояние между соседними линиями $\Delta\omega = \omega_0 \to 0$. В другом предельном случае $\tau \to 0$ спектр становится однородным: $E_m \to E_a\, \tau/\sqrt{T}$, т.е. фурье-амплитуды не зависят от частоты $\omega_m = m\omega_0$. Отсюда следует важный практический вывод для ударно-вибрационно-волновых технологий, применяемых в строительной индустрии: для получения однородного спектра m-гармонических составляющих сигнала, представляющего бесконечную последовательность прямоугольных импульсов, необходимо, чтобы выполнялось соотношение

$$\tau/T \le \frac{1}{6m}, \tag{14}$$

где T – период; τ – длительность одного импульса.

Операция фурье-разложения допускает простую и далеко идущую геометрическую аналогию с разложением вектора по координатным осям. Действительно, в выражении (1) любую комплексную периодическую функцию $f(x)$ можно рассматривать как "вектор". Совокупность всех таких "векторов" называется гильбертовым пространством. Определим скалярное произведение двух векторов гильбертова пространства как:

$$(f, F) \equiv \int_0^l f(x) \cdot F^*(x)dx, \tag{15}$$

где l - период, одинаковый для всех функций.

Рассмотрим теперь любые гармонические функции:

$$e_1 = e^{ik_1x}/\sqrt{l};\, e_2 = e^{ik_2x}/\sqrt{l};\, k_{1,2} = 2\pi n_{1,2}/l,$$

где $n_{1,2}$ – целые (условия периодичности).

Из определения (15) вытекает, что "векторы" e_1, e_2 "ортогональны" $((e_1, e_2) = 0)$, если $k_1 \ne k_2$, и "нормированы" на единицу, т.к. их "модули" $(e_1, e_1) = (e_2, e_2) = 1$. Значит, набор таких гармонических функций со всевозможными k_m образует ортонормированный базис гильбертова пространства. Но тогда должна иметь место общая формула разложения вектора по базисным ортам с "проекциями" f_n вектора f на "оси координат":

$$f(x) = \sum_n f_n \cdot e_n,\, f_n = (f, e_n), \tag{16}$$

которая в точности совпадает с (3), в то время как само фурье-разложение (1) совпадает с (16). Отметим, что все сказанное выше не есть вывод фурье-разложения, но всего лишь наглядная аналогия.

Используя векторную аналогию, можно легко получить новое соотношение для фурье-амплитуд. Рассмотрим квадрат "вектора" $f(x)$.

По общим формулам векторной алгебры имеем:

$$(f, f) = \int_0^l |f|^2 \cdot dl = \sum_n |f_n|^2. \tag{17}$$

В случае, когда f – характеристика виброволнового поля (смещения, деформации, напряжения), это соотношение имеет простой физический смысл: энергия волны равна сумме энергий ее гармонических составляющих. Иначе говоря, различные гармоники волны не интерферируют между собой.

Равенство (17) обычно называют балансом энергии виброволнового (ударно-вибро-волнового) поля (в математической теории фурье-разложения его именуют равенством Парсеваля).