

## Вплив сил Коріоліса на динаміку трубопроводу з рідиною при різних способах закріплення

Валерій Гавриленко \*, Оксана Ковальчук \*, Олег Лимарченко \*\*

\*Національний транспортний університет,

Суворова, 1, Київ, Україна, 01001, e-mail: kistntu@ukr.net

\*\*Київський національний університет ім. Тараса Шевченка,

просп. академіка Глушкова, 4-е, Київ, Україна, 03187, e-mail: olelim2010@yahoo.com

**Анотація.** Розглянуто задачу про рух трубопроводу з рідиною, що тече. Досліджуються коливання системи в нелінійному діапазоні збурень. Для різних способів закріплення трубопроводу здійснено аналіз впливу нелінійних механізмів і сил Коріоліса на перерозподіл енергії між формами коливань системи. Показано, що за своїм внеском сили Коріоліса домінують в перерозподілі енергії між формами коливань. Відмічено, що у випадку наявності вільного краю сукупна дія сил Коріоліса і нелінійних механізмів проявляється найбільше.

**Ключові слова:** трубопровід з рідиною, що тече, нелінійні коливання системи, різні способи закріплення трубопроводу, нелінійні механізми, сили Коріоліса, перерозподіл енергії між формами коливань системи

### ВСТУП

Дослідження поведінки трубопроводів при перехідних режимах течії рідини в околі критичних швидкостей руху рідини є однією з важливих задач науки і техніки. Трубопроводи з рідиною, що тече, входять до складу багатьох транспортних та енергетичних систем, тому задачі про дослідження трубопроводів в околі критичних швидкостей набувають все більш глибокого вивчення. При експлуатації коливання системи трубопровід-рідина може призвести до зниження надійності, а інколи навіть до поломки об'єкту.

Найбільш цікаві ефекти в поведінці трубопроводів спостерігаються в нелінійному діапазоні збурень. Нелінійна динаміка трубопроводу з рідиною в околі критичних швидкостей розглядалась в роботах [1-4]. Модель нелінійної динаміки трубопроводу з рідиною та вплив швидкості течії рідини на систему трубопровід-рідина було досліджено в роботі [1]. В статті [2] розглянуто вплив способу закріплення трубопроводу при швидкісній течії рідини на силові та моментні навантаження в місцях закріплення. Показано суттєвий вплив вищих форм коливань на силові характеристики. Розрахунки свідчили, що консольне зацмлення сприяє значному зростанню згинальних моментів в місцях закріплення. В роботі [3] досліджено вплив змінної швидкості на динамічні процеси.

Результати досліджень демонстрували суттєву залежність характеристик процесу від швидкості рідини та відчутний прояв нелінійних механізмів енергообміну. В праці [4] розглянуто вплив швидкості течії рідини, яка наближена до критичної, на систему трубопровід-рідина. Показано, що при швидкостях, які наближаються до половини критичної, спостерігається цілеспрямований енергообмін в системі, який призводить до зростання початкових збурень в часі і може привести до небезпечних ситуацій.

Метою даної роботи є дослідження впливу сил Кориоліса на динаміку трубопроводу з рідиною в залежності від способу закріплення кінців трубопроводу.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглянемо трубопровід на основі балоночної моделі [5]. Рідина вважається ідеальною нестисливою, а її рух одномірний. Поперечні коливання трубопроводу описуються змінною  $u(x,t)$ , де  $x$  – поздовжня координата,  $t$  – час. Для опису механічних характеристик трубопроводу прийнято наступні параметри:  $\mu$  і  $\rho$  – лінійні густини матеріалу труби і рідини,  $EJ$  – згинальна жорсткість труби,  $F$  і  $F_T$  – площі поперечного перерізу стінок труби і області течії рідини,  $V$  – задана швидкість течії рідини,  $P$  – внутрішній тиск в рідині.

Побудова моделі системи здійснюється на основі одночасного застосування ідей методів декомпозиції розв'язків задачі, прямих методів математичної фізики і використання формулювання задачі механіки у вигляді варіаційного принципу Гамільтона [5-8].

Функція Лагранжа для системи, яка складається з труби і рідини, що тече, може бути представлена у такому вигляді:

$$L = \frac{1}{2}\mu \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 dx + \frac{1}{4}\mu \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 dx - \frac{1}{2}EJ \int_0^l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^2 dx - \frac{1}{4}EJ \int_0^l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 dx - \frac{1}{2}EF \int_0^l u^4 dx + \frac{1}{4}\rho V^2 \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 dx - \frac{1}{16}\rho V^2 \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^4 dx + \frac{1}{2}\rho \int_0^l \left(\frac{du}{dt}\right)^2 dx + \frac{1}{4}\rho \int_0^l \left(\frac{du}{dt}\right)^2 \left(\frac{du}{dx}\right)^2 dx + \rho V \int_0^l \frac{\partial u}{\partial x} \frac{du}{dt} dx + \frac{1}{2}PF_T \int_0^l \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 dx + \frac{1}{2}\rho V^2 \int_0^l dx.$$

Після виділення незалежних варіацій рівняння руху розглядуваної системи трубопровод-рідина може бути представлено у такому вигляді:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tilde{A}(x,t) + \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \tilde{B}(x,t) = \rho V \tilde{C}(x,t) + \rho V^2 \tilde{D}(x,t) + \rho V \tilde{E}(x,t) + PF \tilde{F}(x,t) + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + EJ\tilde{K}(x,t) - EF\tilde{L}(x,t).$$

Для спрощеного представлення в рівняннях руху були використані наступні позначення:

$$\tilde{A} = -\mu - \rho - \frac{1}{2}(\mu + \rho) \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2, \quad \tilde{E} = -2 \frac{\partial u}{\partial x},$$

$$\tilde{B} = -EJ - \frac{EJ}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2, \quad \tilde{L} = 3u \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^3,$$

$$\tilde{D} = -3 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 8 \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2, \quad \tilde{C} = 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t},$$

$$\tilde{F} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad \tilde{K} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^3 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}.$$

Рівняння руху є нелінійним хвильовим рівнянням, що моделює рух пружного трубопроводу при швидкісному русі рідини. Враховується рух труби, течія рідини та їх взаємодія. Рівняння містить члени до третього порядку малості та описує всі відомі нелінійні механізми. Цікаво, що член  $\rho V \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}$  представляє собою внесок в систему сил інерції Кориоліса. Цей член вносить в систему рух зі зсувом по фазі. Це обумовлено присутністю першої похідної по часу та значно ускладнює аналітичне розв'язання задачі. Для більшості задач вклад цієї сили незначний, але в рамках нелінійної моделі руху неврахування цього фактору може призвести до істотних змін результатів розрахунків. Наявність в рів-

няннях членів з множником  $\rho V^2$  пов'язана з проявом динамічного напору з боку рідини. Аналізуючи цю величину, можна зробити висновок, що це є відцентрова сила, що діє з боку рідини на стінки труби. Дослідження лінійних та деяких нелінійних задач показують, що вплив цього члена на втрату прямолінійної форми та динамічної стійкості взагалі, буде вирішальним. Нестационарна складова руху рідини в рівняннях представлена членами з множником  $\rho \dot{V}$ , який характеризує вплив швидкості руху рідини (розгін, гальмування, пульсація) на рух трубопроводу та загальний рух системи. В трубах рідина рухається за рахунок перепаду тиску. Тобто, якщо труба прямолінійна, то тиск рідини на трубу врівноважується. Якщо ж існує згин труби, тоді рівновага порушується та тиск рідини реалізує додаткове згинальне навантаження, відображене у рівнянні членом  $PF \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ .

Член з множником  $EJ$  відповідає оновлюючій згинальній жорсткості труби. Вона характеризує супротив трубопроводу на згин. Члени, що містять множник  $EF$ , характеризують дію сил повздовжнього стискання труби.

Зауважимо, що модель враховує всі відомі в динаміці трубопроводів нелінійні механізми розвитку динамічних процесів з точністю до величин третього порядку малості. Зокрема, в моделі враховуються відцентрові сили, сили пружності, сили поздовжнього стискання, Коріолісові сили, сили, що виникають від внутрішнього тиску рідини.

Для подальшого вивчення динамічних властивостей використовується метод модальної декомпозиції, тобто рух системи розкладається по формах власних коливань системи  $A_i(x)$  з відповідними амплітудами  $c_i(t)$ .

В амплітудних параметрах дискретна модель системи трубопровід – рідина набуває такого вигляду:

$$\begin{aligned} \ddot{c}_r = & -\frac{EJ}{\rho + \mu} \kappa_r^4 c_r + \frac{7}{2} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 + \\ & + \frac{2\rho V}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{ri}^1 - \beta_{ir}^1) - \frac{PF}{(\rho + \mu) N_r} \times \\ & \times \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \frac{2\rho \dot{V}}{(\rho + \mu) N_r} \sum_i c_i \beta_{ir}^2 - \frac{13}{4} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu) N_r} \times \\ & \times \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^4 - \sum_{ijk} \dot{c}_i \dot{c}_j c_k \frac{1}{N_r} \left( d_{jkir}^2 - \frac{1}{2} d_{krij}^2 \right) - \\ & - \frac{EJ}{(\rho + \mu) N_r} \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^6 - \frac{2EF}{(\rho + \mu) N_r} \times \\ & \times \sum_{ijk} c_i c_j c_k d_{ijk}^3 - \frac{1}{2N_r} \sum_{pjk} c_j c_k \times \\ & \times \left( -\frac{EJ}{(\rho + \mu)} \kappa_p^4 c_p + \frac{7}{2} \frac{\rho V^2}{(\rho + \mu) N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 + \right. \\ & + \frac{2\rho V}{(\rho + \mu) N_p} \sum_i \dot{c}_i (\beta_{pi}^1 - \beta_{ip}^1) - \\ & \left. - \frac{PF}{(\rho + \mu) N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 - \frac{2\rho \dot{V}}{(\rho + \mu) N_p} \sum_i c_i \beta_{ip}^2 \right). \end{aligned}$$

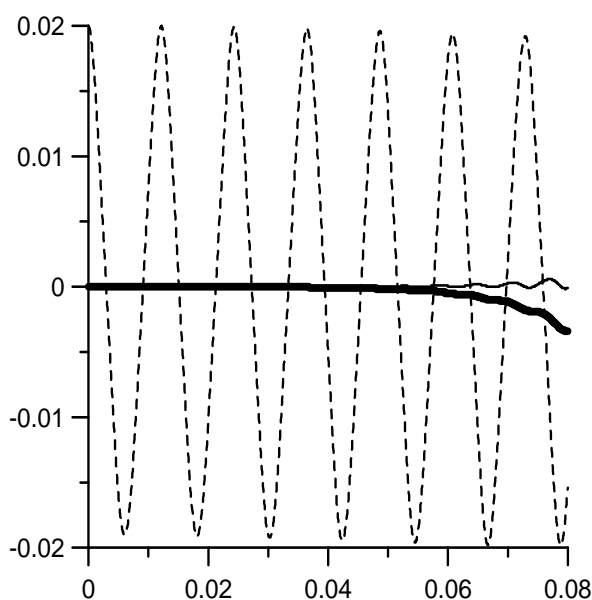
Коефіцієнти цих рівнянь обчислюються як квадратури від форм коливань трубопроводу та їх похідних і добутків. Дослідження перехідних процесів руху трубопроводу виконується на основі приведення даної системи до форми Коші та її чисельного інтегрування на основі методу Рунге-Кутта.

## АНАЛІЗ ЧИСЛОВИХ РЕЗУЛЬТАТІВ

Розглядається задача про коливання балки при різних способах закріплення країв  $x = 0$  і  $x = l$ . Аналізувалися задачі про поведінку системи при початковому збуренні системи  $c_2(0) = 0,02l$  (решта форм коливань в початковий момент часу не збуджувалася), при швидкостях течії рідини  $V = 0,5V_{kp}$  і  $V = 0,75V_{kp}$ , де  $V_{kp}$  – перша критична швидкість рідини в трубопроводі.

Далі на рисунках приведено зміну амплітуд форм коливань трубопроводу в часі. При цьому зміну  $c_1(t)$  показано товстою суцільною кривою, зміну  $c_2(t)$  – штриховою, а  $c_3(t)$  – тонкою суцільною кривою. На рисунках варіант *a* відповідає моделюванню динамічної поведінки системи без врахування сил Коріоліса, а варіант *б* – на основі повної нелінійної моделі системи. Аналізувалися випадки закріплення типу два шарніри, дві консолі, консоль – шарнір і консоль – вільний край.

Результати чисельного моделювання свідчать про визначальний внесок сил Коріоліса в формування динамічних процесів. Зауважимо, що оскільки сили Коріоліса в моделі описуються лінійними членами, їх прояв при перехідних процесах відбувається швидше ніж прояв нелінійних механізмів і починає проявлятися на менших амплітудах збурення. Проілюструємо цей ефект на прикладі задачі про закріплення трубопроводу типу консоль – консоль для випадку  $V = 0,75V_{kp}$  (Рис. 1).



**Рис.1,а.** Збудження амплітуд перших трьох форм коливань для закріплення типу консоль-консоль без врахування сил Коріоліса

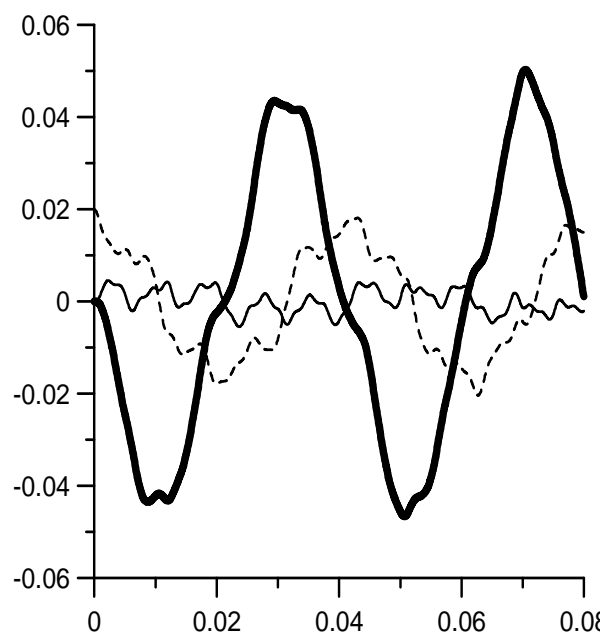
**Fig.1, a.** The excitation of the amplitudes of the first three forms to consolidate of the console-console type without Coriolis forces

Для випадку відсутності сил Коріоліса (див. Рис. 1, *a*) спочатку в системі збуджено коливання лише за другою формою, з часом до коливань за нелінійними механізмами залучаються перша і третя форми, але друга форма домінує.

У випадку врахування сил Коріоліса (див. Рис. 1, *б*) збудження інших форм коливань відбувається значно швидше. При цьому за певний час вже домінує перша форма коливань. Взагалі динамічні процеси для випадку врахування і нехтування сил Коріоліса суттєво відрізняються.

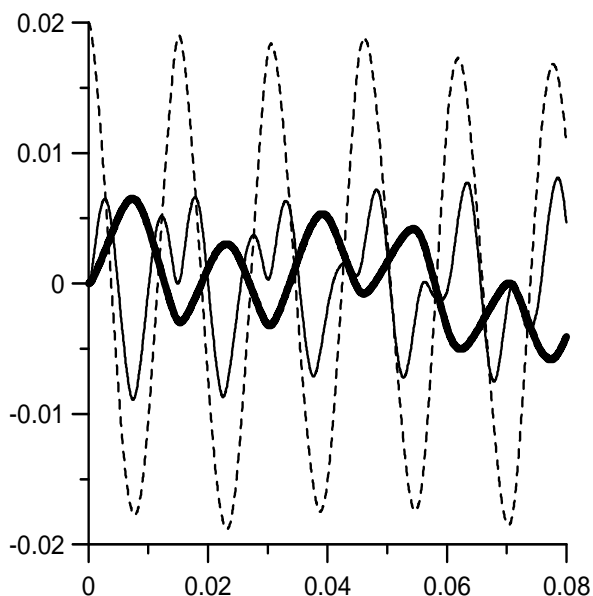
До того ж при врахуванні сил Коріоліса відбувається зростання коливань трубопроводу, що не відображає модель без сил Коріоліса.

На Рис. 2 зображено задачу про коливання трубопроводу при закріпленні типу консоль-вільний край при  $V = 0,5V_{kp}$ .



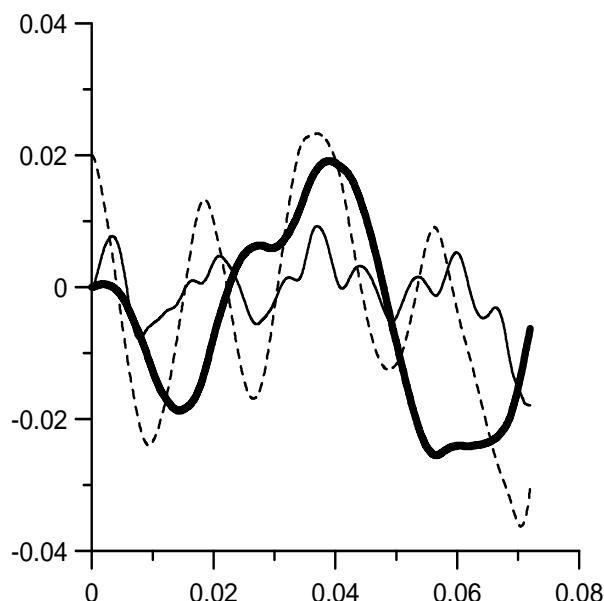
**Рис.1,б.** Збудження амплітуд перших трьох форм коливань для закріплення типу консоль-консоль (мабуть)

**Fig.1, б.** The excitation of the amplitudes of the first three forms to consolidate of the console-console type with Coriolis forces



**Рис. 2, а.** Збудження амплітуд перших трьох форм коливань для закріплення типу консоль-вільний край

**Fig. 2, a.** The excitation of the amplitudes of the first three forms to consolidate of the console-loose edge type without Coriolis forces



**Рис. 2, б.** Збудження амплітуд перших трьох форм коливань для закріплення типу консоль-вільний край

**Fig. 2, б.** The excitation of the amplitudes of the first three forms to consolidate of the console-loose edge type with Coriolis forces

В цьому випадку, як свідчить рис. 2 а, прояв нелінійних механізмів значно сильніший, проте відмінність поведінки системи при нехтуванні і врахуванні сил Коріоліса суттєва. У випадку моделювання в рамках повної моделі амплітуда коливань системи зростає і амплітуди першої і другої форм стають співрозмірними.

## ВИСНОВКИ

Проведений аналіз і для інших способів закріплення дозволяє зробити такі висновки.

1. Механізм дії сил Коріоліса значно перевершує нелінійні механізми по сприянню перерозподілу енергії в трубопроводі з рідиною, що тече; спостерігається більш суттєве і швидке в часі залучення до коливань всіх форм перерозподіл енергії.

2. За рахунок дії сил Коріоліса відбувається збільшення амплітуд в 1,5-2 рази у порівнянні з випадком нехтування силами Коріоліса.

3. Сили Коріоліса сприяють збудженню вищих форм коливань, що в підсумку призводить до прояву супергармонік в результатуючій зміні параметрів коливань системи.

4. Для випадку різних закріплень трубопроводу прояв сил Коріоліса є визначальним і на розглянутому інтервалі часу призводить до приблизно однакових наслідків; проте наявність вільного краю значно підсилює прояв нелінійних механізмів, які до того ж проявляються у сукупності з дією сил Коріоліса.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Гавриленко В.В., Лимарченко О.С., Ковальчук О.П., 2011. Модель нелінійної динаміки трубопроводу з швидкісною течією рідини при різних способах закріплення. Вісник Національного транспортного університету. Ч.2. Київ, НТУ, Вип.24, 278-281.
2. Гавриленко В.В., Ковальчук О.П., Лимарченко О.С., 2012. Характер силової взаємодії



трубопроводу з рухомою рідиною при швидкісному руху рідини. Проблеми транспорту. Збірник наукових праць. Київ, НТУ, Вип.9, 249-252.

3. **Василевський Ю.Є., Лимарченко О.С., Ковальчук О.П., 2010.** Механізм втрати нелінійної стійкості трубопроводу при швидкій течії рідини. Комунальне господарство міст. Наук.-техн. зб. Київ-Харків, Основа, Вип.91, 49-56.
4. **Ковальчук О.П., 2015.** Нелінійна динаміка трубопроводу з швидкісною течією рідини при різних способах закріплення. Вісник Національного транспортного університету. Київ, НТУ, Вип.31, 242-245.
5. **Бабаков І.М., 1968.** Теорія коливань. Москва, Наука, 560.
6. **Бондарь Н.Г., 1971.** Нелинейные автономные задачи механики упругих систем. Київ, Будівельник, 140.
7. **Кильчевский Н.А., 1977.** Курс теоретической механики. Том 2. Москва, Наука, 544.
8. **Михлин С.Г., 1970.** Вариационные методы в математической физике. Москва, Наука, 512.

## REFERENCES

1. **Gavrilenko V.V., Lymarchenko O.S., Kovalchuk O.P., 2011.** Model' nelinejnoi' dynamiky truboprovodu z shvydkisnoju tehijeu ridyny pry riznyh sposobah zakriplennja [Model nonlinear dynamics of pipe with high-speed flow of fluid under different ways of fixing]. Proceedings of the National Transport University. Part 2. Kiev, NTU, Vol.24, 278-281.
2. **Gavrilenko V.V., Lymarchenko O.S., Kovalchuk O.P., 2012.** Charakter sylovoi' vzajemodii' truboprovodu z ruhomuju ridynuju pry shvydkisnomu ruhu ridyny [The character a forces interaction of pipe with movable fluid under high-speed flow of fluid]. Problems of the transport. Collection of scientific papers. Kiev, NTU, Vol.9, 249-252.
3. **Vasylevskyy J.E., Lymarchenko O.S., Kovalchuk O.P., 2010.** Mehanizhm vtraty nelinejnoi' stijkosti truboprovodu pry shvydkisnij tehii' ridyny [The mechanism of loss of nonlinear stability of pipe under high-speed flow of fluid] Municipal services of cities: Scientific and technical collection. Kyiv-Kharkiv Base, Vol.91, 49-56.

4. **Kovalchuk O.P., 2015.** Nelinejna dynamika truboprovodu z shvydkisnoju tehijeu ridyny pry riznyh sposobah zakriplennja (Nonlinear dynamics of pipe with with high-speed flow of fluid under different ways of fixing) Proceedings of the National Transport University. Kiev, NTU, Vol.31, 242-245.
5. **Babakov I.M., 1968.** Teoryja kolebanij [The theory of vibrations]. Moskow, Science, 560.
6. **Bondar N.G., 1971.** Nelinejnye avtonomnye zadachi mehaniki uprugih sistem [The nonlinear self-giving problems of the mechanics of inelastic systems]. Kiev, Budivel'nik, 140.
7. **Kilchevsky N.A., 1977.** Kurs teoreticheskoj mehaniki [The course of the theoretical mechanics]. Moskow, Science, Vol.2, 544.
8. **Mikhlin S.G., 1970.** Variacionnye metody v matematicheskoj fizike [The variation methods in mathematical physics]. Moskow. Science, 512.

## THE INFLUENCE OF CORIOLIS FORCES ON THE DYNAMICS OF PIPE WITH FLUID UNDER DIFFERENT WAYS OF FIXING

Valeriy Gavrilenko\*, Oksana Kovalchuk\*  
Oleg Lymarchenko\*\*

\*National Transport University,  
Suvorov str., 1, Kyiv, Ukraine, 01001,  
e-mail: kistntu@ukr.net

\*\*Taras Shevchenko National University of Kyiv,  
Akad. Glushkov prosp, 4-e, Ukraine, 03187,  
e-mail: olelim2010@yahoo.com

**Summary.** The problem of dynamics of pipe with a flowing fluid is considered. Vibrations of the system in the nonlinear range of disturbances are investigated. An investigation of the influence of nonlinear mechanisms and Coriolis forces on the redistribution of the energy between forms of vibrations of the system is given. Coriolis forces dominate in the redistribution of the energy between forms of vibrations of the system. A total influence of Coriolis forces and nonlinear mechanisms in case of the availability of a free edge is more showed.

**Key words:** pipe with flowing fluid, nonlinear vibration system, different ways of the fixing pipe, nonlinear mechanisms, Coriolis forces, the redistribution of the energy between forms of vibrations of the system.