

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ТРАНЗИТНОГО РАСХОДА НА РАСЧЕТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

При проектировании трубопроводов для рассредоточенной подачи жидкости и реагентов на очистные сооружения или воздуха в системах вентиляции, часто возникает необходимость рассчитывать участки, на которых распределение жидкости происходит при наличии транзитного расхода. Однако до настоящего времени общепринятых аналитических зависимостей для расчета таких труб не имеется.

В данной работе предлагается методика определения параметров раздающего трубопровода постоянного диаметра с равномерной перфорацией стенок по дине, эксплуатируемого при наличии транзитного расхода Q_{TP} . Схема работы данного распределителя приведена на рис. 1.

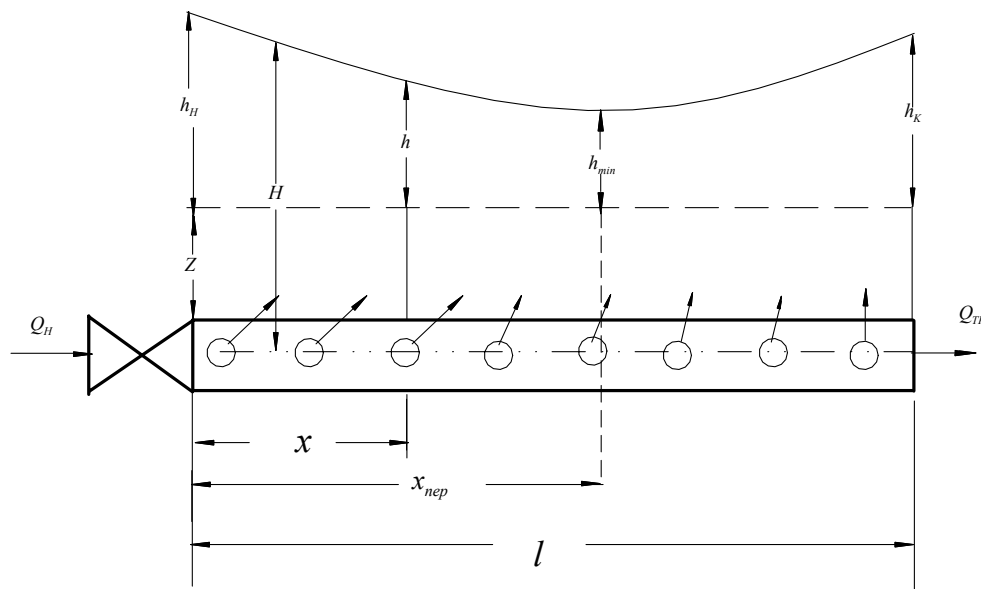


Рис. 1. Схема работы распределительного трубопровода

В общем случае движение жидкости, с уменьшающимся вдоль пути расходом, описывается системой дифференциальных уравнений, состоящей из уравнения гидравлики переменной массы и уравнения истечения из отверстия [1]:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dx} + \frac{A}{g\Omega^2} Q \frac{dQ}{dx} + \frac{\lambda_p}{2g\Omega^2 D} Q^2 = 0 & (1) \\ \frac{dQ}{dx} = -\mu_p a \sqrt{2gh} & (2) \end{cases}$$

где Q – переменный по длине расход жидкости на расстоянии x от начала трубы; $h=H-z$ – изменяющийся вдоль пути напор, под действием которого осуществляется истечение жидкости из трубы; z – напор в среде, куда происходит истечение (при истечении в атмосферу $z=0$); Ω , D – соответственно, площадь поперечного сечения и диаметр трубопровода; λ_p , μ_p – средние по длине трубы гидравлический коэффициент трения и



коэффициент расхода отверстий перфорации распределителя; $a = \frac{\sum \omega_{от}}{l}$ - площадь отверстий перфорации (щели) на единицу длины трубопровода; A - параметр, учитывающий угол между направлением скорости отсоединяемого расхода и направлением основного потока в трубе (по данным Н.О. Езерского [2], $A \approx 1,7$);

Для анализа, путем введения новых переменных:

$$\bar{Q} = \frac{Q}{\Omega \sqrt{2gh_H}}; \quad \bar{x} = \frac{\mu_p x}{\Omega}; \quad \bar{h} = \sqrt{\frac{h}{h_H}}, \quad \text{приведем исходную систему уравнений к}$$

безразмерному виду:

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{h} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} + A\bar{Q} \frac{d\bar{Q}}{d\bar{x}} + \frac{\xi_l}{2} \bar{Q}^2 = 0 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\bar{Q}}{d\bar{w}} = -\bar{h} \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Здесь $\xi_l = \lambda_p \frac{l}{D}$ - коэффициент сопротивления распределителя; $\bar{f} = \frac{\mu_p a l}{\Omega}$ - скважность трубопровода.

Подстановка (4) в (3) и использование замены $\bar{y} = \bar{f} - \bar{x}$ приводит к нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\frac{d\bar{Q}}{d\bar{y}} \frac{d^2\bar{Q}}{d\bar{y}^2} + A\bar{Q} \frac{d\bar{Q}}{d\bar{y}} - \frac{\xi_l}{2\bar{f}} \bar{Q}^2 = 0 \quad (5)$$

Для относительно коротких распределителей, при пренебрежении третьим членом в уравнении (5), получаем:

$$\frac{d^2\bar{Q}}{d\bar{y}^2} = -A\bar{Q} \quad (6)$$

Решение уравнения (6) известно [3]: $\bar{Q} = C_1 \cos(\sqrt{A}\bar{y}) + C_2 \sin(\sqrt{A}\bar{y})$

В конце перфорированного участка имеем: $\bar{y}_K = 0$; $\bar{Q}_K = \bar{Q}_{TP}$; $C_1 = \bar{Q}_{TP}$, здесь

$$\bar{Q}_{TP} = \frac{Q_{TP}}{\Omega \sqrt{2gh_H}}, \quad \text{тогда:}$$

$$\bar{Q} = \bar{Q}_{TP} \cos(\sqrt{A}\bar{y}) + C_2 \sin(\sqrt{A}\bar{y}) \quad (7)$$

Продифференцируем последнее выражение и учитывая, что в начале трубы

$$\left(\frac{d\bar{Q}}{d\bar{y}} \right)_H = \bar{h}_H = 1, \quad \bar{y}_H = \bar{f}, \quad \text{получим:}$$

$$1 = -\bar{Q}_{TP} \sqrt{A} \sin(\sqrt{A}\bar{f}) + C_2 \sqrt{A} \sin(\sqrt{A}\bar{f})$$

откуда:

$$C_2 = \frac{1 + \bar{Q}_{TP} \sqrt{A} \sin(\sqrt{A}\bar{f})}{\sqrt{A} \cos(\sqrt{A}\bar{f})}$$

Подставив C_2 в (7), окончательно получаем зависимость для определения относительного расхода в произвольном сечении короткого распределительного трубопровода, работающего при наличии транзитного расхода:

$$\bar{Q} = \bar{Q}_{TP} \cos(\sqrt{A}\bar{y}) + \frac{1 + \bar{Q}_{TP} \sqrt{A} \sin(\sqrt{A}\bar{f})}{\sqrt{A} \cos(\sqrt{A}\bar{f})} \sin(\sqrt{A}\bar{y}) \quad (8)$$

Для случая, когда необходимо учитывать третий член в уравнении (5), т.е. пренебречь влиянием сил трения нельзя, зависимость для определения относительного расхода \bar{Q} будем искать в виде:

$$\bar{Q} = \bar{Q}_{TP} \cos(k\bar{y}) + B \sin(k\bar{y}), \quad (9)$$

где $B = \frac{1 + \bar{Q}_{TP} k \sin(k\bar{f})}{k \cos(k\bar{f})}$.

Изменение пьезометрической линии будет:

$$\bar{h} = \frac{d\bar{Q}}{d\bar{y}} = -k\bar{Q}_{TP} \sin(k\bar{y}) + kB \cos(k\bar{y}). \quad (10)$$

Значение коэффициента k можно найти, подставив (9) в уравнение (5). Проведя несложные преобразования, окончательно получаем трансцендентное кубическое уравнение:

$$k^3 - Ak + \frac{\xi_l}{2\bar{f}} \frac{\bar{Q}_{TP} \cos(k\bar{y}) + B \sin(k\bar{y})}{B \cos(k\bar{y}) - \bar{Q}_{TP} \sin(k\bar{y})} = 0. \quad (11)$$

Для случая относительно длинных распределительных трубопроводов относительный расход в произвольном сечении ищем в виде:

$$\bar{Q} = \bar{Q}_{TP} \operatorname{ch}(k\bar{y}) + B \operatorname{sh}(k\bar{y}), \quad (12)$$

где $B = \frac{1 - \bar{Q}_{TP} k \operatorname{sh}(k\bar{f})}{k \operatorname{ch}(k\bar{f})}$.

Изменение пьезометрической линии определится по зависимости:

$$\bar{h} = \frac{d\bar{Q}}{d\bar{y}} = k\bar{Q}_{TP} \operatorname{sh}(k\bar{y}) + kB \operatorname{ch}(k\bar{y}). \quad (13)$$

Значение k находим из трансцендентного кубического уравнения, полученного после подстановки (12) в (5), имеем:

$$k^3 + Ak - \frac{\xi_l}{2\bar{f}} \frac{\bar{Q}_{TP} \operatorname{ch}(k\bar{y}) + B \operatorname{sh}(k\bar{y})}{B \operatorname{ch}(k\bar{y}) - \bar{Q}_{TP} \operatorname{sh}(k\bar{y})} = 0. \quad (14)$$

Уравнения (11), (14) можно решать подбором.

Как и в случае работы распределителей без транзитного расхода, при его наличии, рассматриваемые трубопроводы, в зависимости от характера поведения пьезометрической линии, могут быть разделены на относительно короткие и длинные.

В случае коротких трубопроводов, пьезометрическая линия будет только возрастать от начального сечения к конечному. У длинных трубопроводов пьезометрическая линия сначала понижается, имеет точку перегиба и, после этого, несколько возрастает к конечному сечению.

Для определения координаты точки перегиба рассмотрим уравнение (14). Точка перегиба пьезометрической линии будет иметь место в случае $k \rightarrow 0$, тогда:

$$\operatorname{ch}(k\bar{y}) \approx \operatorname{ch}(k\bar{f}) \approx 1; \quad \operatorname{sh}(k\bar{y}) \approx ky; \quad \operatorname{sh}(k\bar{f}) \approx k\bar{f}.$$

Пренебрегая малыми высшего порядка, с учетом приведенных подстановок, относительная координата точки перегиба определится по зависимости:

$$\frac{\bar{x}_{ПЕР}}{\bar{f}} = 1 - \frac{2A}{\xi_l} + \frac{\bar{Q}_{TP}}{\bar{f}} \quad (15)$$

Принимая, $A \approx 1,7$, при $\bar{x}_{ПЕР} = 0$, из (15) находим граничное значение коэффициента сопротивления, при котором имеет место переход от относительно коротких к относительно длинным распределительным трубопроводам, работающим при наличии транзитного расхода:



$$\xi_{l_{TP}} = \frac{2A}{1 + \frac{Q_{TP}}{\bar{f}}} = \frac{3,4}{1 + \frac{Q_{TP}}{\bar{f}}} \quad (16)$$

Из зависимостей (15) и (16) следует, что при наличии транзитного расхода точка перегиба пьезометрической линии в распределителе смещается ближе к ее начальному сечению. При этом граничное значение коэффициента сопротивления снижается, т.е. длина труб, которых относятся к коротким, уменьшается. Это обстоятельство можно объяснить тем, что присутствие в трубе транзитного потока уменьшает долю путевого расхода в общем проходящем объеме жидкости. Соответственно, снижается влияние распределяемого расхода на гидравлические характеристики системы.

Приведенный анализ позволяет сделать следующие рекомендации по расчету распределительных трубопроводов, работающих при наличии транзитного расхода.

Короткие распределители ($\xi_l < \xi_{l_{TP}}$) необходимо рассчитывать по зависимостям (9) и (10), а коэффициент k находить как действительный положительный корень уравнения (11).

Расчет длинных распределителей ($\xi_l > \xi_{l_{TP}}$) следует разбить на два этапа. На участке от начала трубы до переходного сечения ($0 \leq \bar{x} < \bar{x}_{ПЕР}$), необходимо использовать формулы (12), (13), а коэффициент k находить как действительный положительный корень уравнения (14). На участке от переходного до конечного сечения ($\bar{x}_{ПЕР} < \bar{x} \leq \bar{f}$) следует применять зависимости (9–11).

В качестве примера, по полученным зависимостям была проведена серия расчетов отдельных характеристик распределительных трубопроводов, работающих при наличии транзитного расхода.

На рис. 2 приведены графики изменения относительной пьезометрической линии по длине короткого раздающего трубопровода ($\xi_l = 2,0$) при различных значениях относительного транзитного расхода \bar{Q}_{TP} . По ним можно сделать вывод о том, что у коротких труб большим значениям транзитного расхода соответствует большая величина

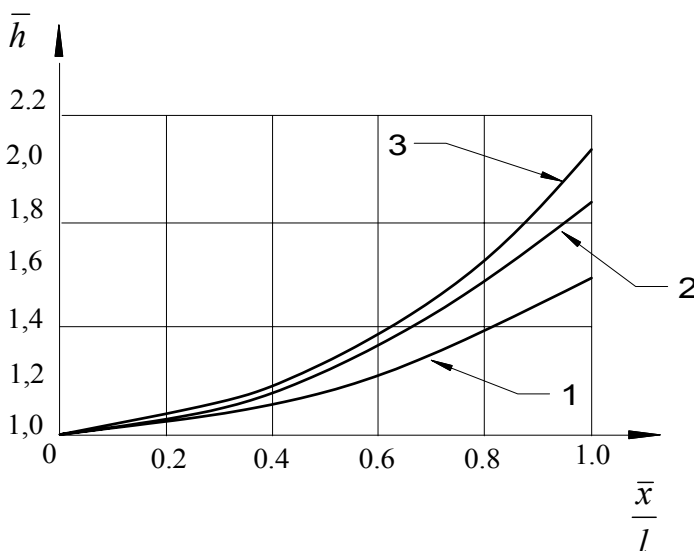


Рис. 2. Графики изменения относительного напора по длине распределителя при:

1. $\bar{Q}_{TP} = 0$;
2. $\bar{Q}_{TP} = 0,3$;
3. $\bar{Q}_{TP} = 0,5$

восстановленного напора по длине трубопровода. Это связано с тем, что при пропуске транзитного расхода, одни и те же трубы работают при больших средних скоростях движения жидкости, соответственно, и скоростного напора. Таким образом, уменьшение расхода вдоль трубы вызывает более резкое снижение скоростного напора и увеличивает эффект восстановления пьезометрического напора.

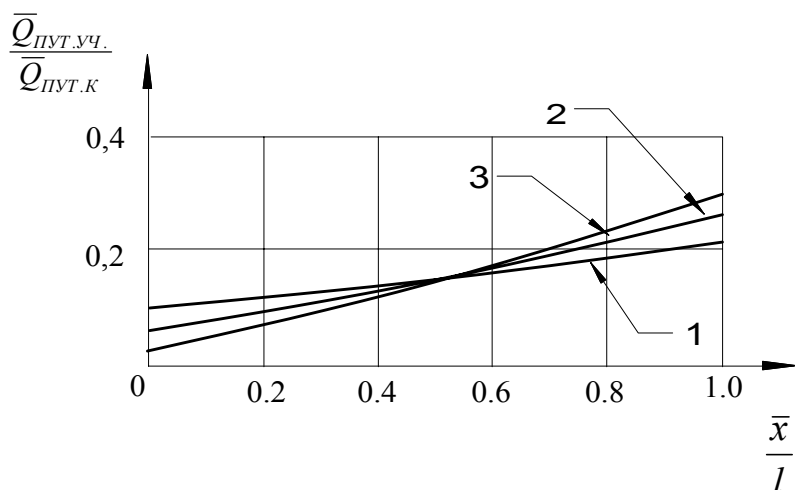


Рис. 3. Графики изменения относительного удельного путевого расхода при:

1. $\bar{Q}_{TR} = 0$;
2. $\bar{Q}_{TR} = 0,3$;
3. $\bar{Q}_{TR} = 0,5$

На рис. 3 приведены графики изменения значений относительного удельного расхода воды, вытекающего на одинаковых участках из распределительной трубы.

Как видно, наличие транзитного расхода вызывает уменьшение неравномерности распределения жидкости вдоль трубы, что по-видимому определяется повышенными значениями напора, при которых работает рассматриваемый трубопровод, в данном случае.

В целом следует отметить, что предложенная в работе методика расчета, дает возможность определить параметры распределительных каналов любой длины при произвольном отношении их геометрических и гидравлических характеристик.

Список литературы

1. Смыслов В.В., Константинов Ю.М. Гидравлический расчет трубопроводов с переменной раздачей вдоль пути// Гидравлика и гидротехника: Респ. межвед. науч.-техн. сб.- 1972, вып. 14.
2. Константинов Ю.М., Кравчук А.М. Спеціальні питання гідраліки систем водопостачання і водовідведення. – К.: ІСДО, 1993. – 136 с.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Физматгиз, 1961. – 703 с.