УДК 534

І.І. Назаренко, проф. КНУБА
Б.В.Корнійчук, асистент КНУБА

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ ВІБРОУСТАНОВКИ З ВЕРТИКАЛЬНИМ РОЗТАШУВАННЯМ ЗБУДНИКІВ КОЛИВАНЬ

Актуальність проблеми та аналіз дослідження. Існує низка залізобетонних виробів, які ефективно виготовляти, розташовуючи їх вертикально. До таких виробів відносяться залізобетонні труби, кільця і т.п. Дослідженням руху таких віброустановок присвячено ряд робіт [1 – 3], де сформульовані напрямки розвитку подібних вібросистем. Тому робота, що направлена на вдосконалення теорії робочого процесу є актуальною.

Задачею даних досліджень є розробка моделі динамічної системи з урахуванням впливу бетонної суміші та отримання аналітичних залежностей.

Методика досліджень. Передумови та припущення. Схема віброустановки, що реалізує ідею [4] (рис.1) має будову і працює наступним чином. По осі форми встановлюються два вібратори 4, що з’єднані між собою муфтою для збереження кута повороту дебалансів 5, кожний з яких може змінювати свій статичний момент. Через вібраторні вузли збурюючі зусилля вібратора передаються на раму 1 зі встановленому на ньому піддоном 2 і форми 3 з бетонною сумішшю. Віброустановка ізольована від фундаменту опорами 6.

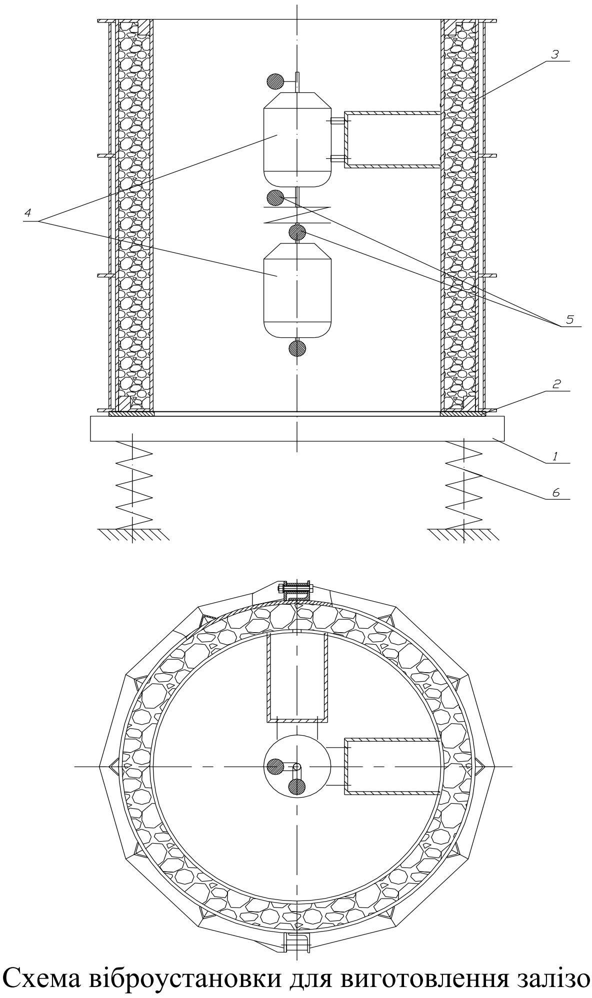

Рисунок 1. Схема віброустановки для виготовлення залізобетонних кілець.
1 – рама, 2 – піддон, 3 – форма з бетонною сумішшю,
4 – збудники коливань, 5 – дебаланси, 6 – опори.

Основною задачею теоретичних досліджень є встановлення закономірностей руху віброустановки для виготовлення залізобетонних кілець (ВВЗК) з урахуванням впливу маси форми і суміші, зміни параметрів і режиму на етапі робочого процесу.

Одними із головних параметрів, що підлягають визначенню є максимальні значення амплітуди і частоти вимушених коливань, які забезпечують максимальний ефект ущільнення. При вибору фізичної моделі та складанню рівнянь руху приймаються наступні припущення та передумови: режим роботи установки – зарезонансний; обертання рами відносно головних вісей інерції – малі величини. Правомірність вказаних припущень випливає з особливостей роботи віброізоляції ВВЗК, яка працює, як правило, при достатньо великих відхилень частоти вимушених коливань ω від власних частот ω_0 з невеликими амплітудами, обертальних коливань.

На етапі визначення амплітуд коливань маси форми і бетонної суміші приймаються дискретними, пружність опор і дисипативний опір приймаються за лінійною теорією їх зміни: опори на основі закону Гука, дискретний опір – моделі Кельвіна-Фойгта.

Рівняння руху та визначення основних параметрів. Система «віброустановка-форма-суміш» представлена дискретною розрахунковою схемою (рис.2), – де $0XYZ$ – нерухома система координат; $0'xyz$ – система координат, зв'язана з рухомими масами ВВЗК й така, що співпадає у положенні рівноваги з системою $0XYZ$; $0'$ – центр мас ВВЗК; θ,ψ,φ – кути повороту ВВЗК відносно координатних вісей $0'x, 0'y, 0'z$; m_i, r_i, z_i – відповідно неврівноважена маса, відстань i-го дебалансу від вісі обертання, координата перетину вісі обертання з площиною обертання i-го дебалансу ($i=1;2$, де $i=1$ – відповідає верхній опорі та дебалансу, $i=2$ – нижній опорі та дебалансу); α – кут взаємного положення дебалансів; M, I_x, I_y – маса та момент інерції ВВЗК відносно центральних вісей $0'x, 0'y$; ω-кругова частота вимушених коливань; $\Omega=\omega t$ – миттєвий кут повороту верхнього дебалансу.

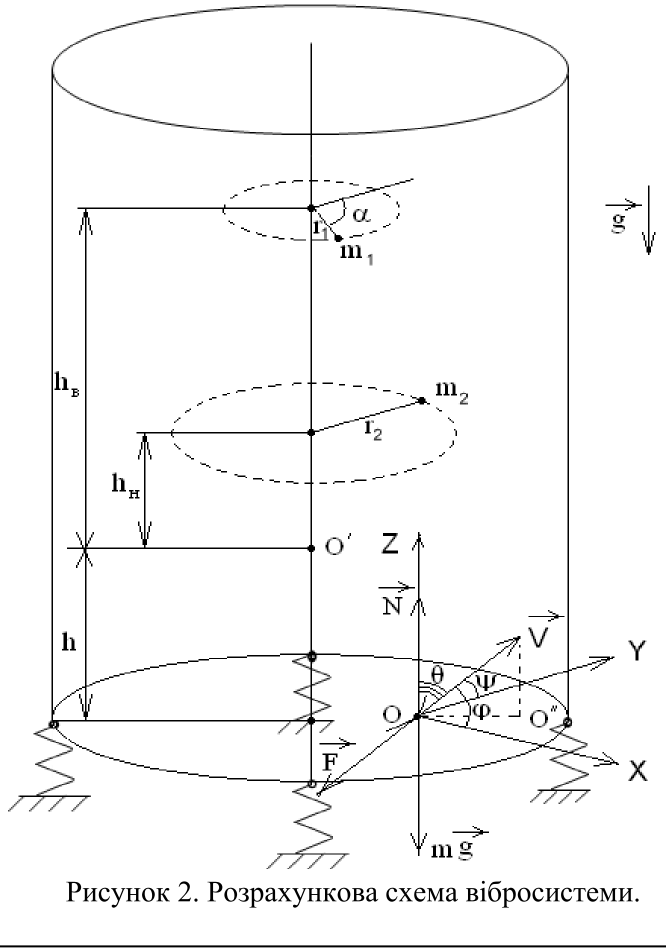

Рисунок 2. Розрахункова схема вібросистеми.

Розв’язок поставлених в роботі задач вимагає знання закону руху вібросистем, які зводяться до визначення амплітуд та фазових кутів вимушених коливань.

Для складання рівнянь руху використаємо рівняння Лагранжа другого роду:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L dt,\ L = T - \Pi, \tag{1}$$

де S – дія за Гамільтоном, L – функція Лагранжа; T, Π – кінетичної та потенціальної енергії системи (ВВЗК), відповідно.

Модифікована функція Лагранжа [5, 6] має вигляд:

$$L = T\text{-}\Pi + \Phi\text{-}D;\ \Phi = \int_0^t \Phi_p \Big/_{t=\tau} d\tau, \tag{2}$$

де Φ – функція дисипації енергії; Φ_p – дисипативна функція (квадратична форма часових та просторово-часових похідних від функції узагальнених координат); D – енергія активних та пасивних сил непотенціального характеру, що діють на систему ззовні; τ – додаткова змінна інтегрування.

Записуючи варіацію функціоналу дії за Гамільтоном (1) за умови (2) та вводячи скінченне число узагальнених координат, одержимо:

$$\delta S = \int_{t_1}^{t_2} \left\{ \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial L^*}{\partial q_\kappa} \cdot \delta q_\kappa + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial L^*}{\partial \dot{q}_\kappa} \cdot \delta \dot{q}_\kappa \right\} dt = 0, \tag{3}$$

де $q = (q_1, q_2, ..., q_n)^T$ – вектор-стовпець узагальнених координат (для голономних систем число узагальнених координат дорівнює числу ступенів вільності [6]); $\dot{q} \equiv \frac{dx}{dt} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, ..., \dot{q}_n)^T$ – вектор-стовпець узагальнених швидкостей, $k = 1, 2, ..., n$; n – число узагальнених координат у ВВЗК.

Розгортаючи детально варіацію в (3) та застосовуючи метод інтегрування за частинами, а також беручи до уваги, що ізохронні варіації узагальнених координат на початку й наприкінці області інтегрування дорівнюють нулю, отримуємо диференціальне рівняння руху ВВЗК із числом ступенів вільності [6]:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0. \tag{4}$$

Рівняння (2.4) фігурує в літературі як рівняння Лагранжа для консервативних систем [7,8].

Розглянемо рівняння обертового руху ВВЗК, як багатомасової системи із скінченним числом ступенів вільності $q = (q_1, q_2, ..., q_n)^T$, $k = 1, 2, ..., n$; n – число узагальнених координат вказаної системи. За узагальнені координати ВВЗК приймаємо кути повороту дискретних мас обертових інерційних ланок $(q_\kappa = \gamma_\kappa)$. За часові похідні від узагальнених координат (узагальнені швидкості) приймаємо швидкість обертання цих ланок $(\dot{q}_\kappa = \omega_k)$.

У відповідності до схеми (рис. 2) на систему діє зовнішній активний момент M_i, $i = \overline{(1, n)}$, прикладений до першої й останньої інерційних ланок, та пасивний момент (наприклад, сил тертя) $M_{T,k}$, прикладений до кожної з інерційних ланок. Тоді у ВВЗК діють крутні моменти, які передають дію через податливі ланки з коефіцієнтами пружності $c_{\kappa+1,k}$ і коефіцієнтами внутрішньої дисипації $\nu_{k+1}^{(2)}, k$ (згідно з принципом Даламбера), а також на систему діють узагальнені сили зовнішньої дисипації ((пов’язані з тертям) з коефіцієнтом зовнішньої дисипації - $\nu_k^{(1)}$ – з боку бетонної суміші, зокрема). Усі задіяні у (2) енергії за умови $L^* = L(q_\kappa, \dot{q}_\kappa, t)$, виглядають так:

$$\begin{cases} T = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{I_\kappa \cdot \omega_k^2}{2}; \quad \varPi = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{c_{\kappa+1,\kappa} \cdot (\varDelta\gamma)_k^2}{2}; \\ D = \int\limits_0^t \left(M_1 \cdot \omega_1 + M_n \cdot \omega_n\right) \Big/_{t=\tau} d\tau + \sum\limits_{k=1}^{n} M_{T,k} \cdot \gamma_k; \\ \varPhi = \int\limits_0^t \left(\varPhi_{p1} + \varPhi_{p2}\right) \Big/_{t=\tau} d\tau + \sum\limits_{k=1}^{n} \int\limits_0^t \left\{ \dfrac{\nu_\kappa^{(1)} \cdot \omega_\kappa^2}{2} + \dfrac{\nu_{\kappa+1,\kappa}^{(2)} \cdot (\varDelta\omega)_\kappa^2}{2} \right\} \Big/_{t=\tau} d\tau. \end{cases} \tag{5}$$

де T – кінетична енергія руху ВВЗК; $\varPi$ – потенціальна енергія, зосереджена у ВВЗК; $\varPhi_{p1}, \varPhi_{p2}$ – функції зовнішньої та внутрішньої дисипації механічної енергії ВВЗК, відповідно; D – енергія механічних сил ВВЗК не потенціального характеру, що на неї діють; I_κ – момент інерції k-ї інерційної ланки:

$$(\varDelta\gamma)_k = \gamma_{\kappa+1} - \gamma_\kappa, \; (\varDelta\omega)_k = \omega_{k+1} - \omega_k.$$

Слід зазначити, що у початковий момент часу, коли система нерухома, дисипація механічної енергії відсутня, тобто $\varPhi/_{t=0} \equiv 0$.

За умов $q_\kappa = \gamma_\kappa$, $\dot{q}_\kappa = \omega_\kappa$, модифікована функція Лагранжа виглядатиме так:

$$\begin{aligned} L = \sum_{k=1}^{n} \left\{ \frac{I_k \cdot \dot{q}_\kappa^2}{2} - \frac{c_{\kappa+1,\kappa} \cdot (q_{\kappa+1} - q_\kappa)^2}{2} + \int\limits_0^t \left\{ \frac{\nu_\kappa^{(1)} \cdot \dot{q}_\kappa^2}{2} - \frac{\nu_{\kappa+1,\kappa}^{(2)} \cdot (q_{\kappa+1} - q_\kappa)^2}{2} \right\} \Big/_{t=\tau} d\tau \right\} - \\ - \int\limits_0^t \left(M_1 \cdot q_1 + M_n \cdot q_n\right) /_{t=\tau} d\tau - \sum_{k=1}^{n} M_{T,k} \cdot q_\kappa. \end{aligned} \tag{6}$$

Підставляючи (6) у (4) та розписуючи послідовно всі доданки, попередньо змінюючи черговість диференціювання (4) та застосовуючи теорему про похідну інтеграла за верхньою межею, отримаємо:

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{q}_\kappa} \left\{ \sum_{k\text{-}1}^{n} \left(\frac{I_\kappa \cdot \dot{q}_\kappa^2}{2} + \int\limits_0^t \left(\frac{\nu_\kappa^{(1)} \cdot \dot{q}_\kappa}{2} + \frac{\nu_\kappa^{(2)} \cdot (\dot{q}_{\kappa+1} - \dot{q}_\kappa)^2}{2} \right) \Big/_{t=\tau} d\tau \right) - \right. \\ &\left. - \int\limits_0^t \left(M_1 \cdot \dot{q}_1 + M_n \cdot \dot{q}_n\right) \Big/_{t=\tau} d\tau - \left(\sum_{k=1}^{n} M_{T,\kappa} \cdot q_\kappa \right) \right\} = \\ &\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial \dot{q}_\kappa} \sum_{k=1}^{n} \frac{I_\kappa \cdot \dot{q}_\kappa^2}{2} + \frac{\partial}{\partial \dot{q}_\kappa}\frac{d}{dt} \sum_{k=1}^{n} \int\limits_0^t \left(\frac{\nu_\kappa^{(1)} \cdot \dot{q}_\kappa}{2} + \frac{\nu_\kappa^{(2)} \cdot (\dot{q}_{\kappa+1} - \dot{q}_\kappa)^2}{2} \right) d\tau - \\ &- \frac{\partial}{\partial \dot{q}_\kappa}\frac{d}{dt} \left(\int\limits_0^t \left(M_1 \cdot \dot{q}_1 + M_n \cdot \dot{q}_n\right) d\tau + \sum_{\kappa=1}^{n} M_{T,\kappa} \cdot q_\kappa \right) = \\ &= \frac{d}{dt}\left(I_\kappa \cdot \dot{q}_\kappa\right) + \nu_\kappa^{(1)} \cdot \dot{q}_\kappa - \nu_{\kappa+1,\kappa}^{(2)} \cdot \left(\dot{q}_{\kappa+1} - \dot{q}_\kappa\right) - M_1/_{k=1} - M_n/_{k=n}; \end{aligned} \tag{7}$$

$$-\frac{\partial}{\partial q_\kappa} \sum_{k=1}^{n} \left\{ \text{-}\frac{c_\kappa (q_{\kappa+1} - q_\kappa)^2}{2} - M_{T,\kappa} \cdot q_\kappa \right\} = -c_\kappa \cdot \left(q_{\kappa+1} - q_\kappa\right) + M_{T,\kappa}. \tag{8}$$

Додавши вираз (7) та (8), отримаємо рівняння екстремалей функціоналу дії за Гамільтоном:

$$\frac{d}{dt}\left(I_\kappa \cdot \dot{q}_\kappa\right) - c_{\kappa+1,\kappa} \cdot \left(q_{\kappa+1} - q_\kappa\right) - \nu_{\kappa+1,\kappa}^{(2)} \cdot \left(\dot{q}_{\kappa+1} - \dot{q}_\kappa\right) + \nu_\kappa^{(1)} \cdot \dot{q}_\kappa - M_1/_{k=1} - M_n/_{k=n} + M_{T,k} = 0. \tag{9}$$

Для дебалансного вала ВВЗК, поданого як системи із зосередженими інерційними елементами, за умови $q_к = \gamma_к$, $\dot{q}_к = \omega_к$, остаточно отримаємо рівняння обертового руху як багатомасової системи, надаючи (9) матрично-векторного вигляду:

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = M - C_1 \cdot \varGamma_1 + C_2 \cdot \varGamma_2 - N_1 \cdot \varOmega_1 + N_2 \cdot \varOmega_2 - N \cdot \omega - M_T \,, \; \frac{d\gamma}{dt} = \omega \,, \tag{10}$$

де

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n)^T \,; \; \gamma = (\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_n)^T \,; \; c_{к+1,\, к} \equiv c_{к,\, к+1} \,; \; \nu^{(2)}_{к+1,\, к} \equiv \nu^{(2)}_{к,\, к+1} \,; \tag{11}$$

$$\begin{cases} I = \mathrm{diag}(I_1, I_2, ..., I_n); \quad M = (M_1, 0, 0, ..., 0, M_n)^T \,; \\ C_1 = \mathrm{diag}\left(c_{1,\,0}, c_{2,\,1}, ..., c_{n,\,n-1}\right); \quad C_2 = \mathrm{diag}\left(c_{2,\,1}, c_{3,\,2}, ..., c_{n+1,\,n}\right); \\ N_1 = \mathrm{diag}\left(\nu^{(2)}_{1,\,0}, \nu^{(2)}_{2,\,1}, ..., \nu^{(2)}_{n,\,n-1}\right); \quad N_2 = \mathrm{diag}\left(\nu^{(2)}_{2,\,1}, \nu^{(2)}_{3,\,2}, ..., \nu^{(2)}_{n+1,\,n}\right); \\ \varGamma_1 = (\gamma_1 - \gamma_0, \gamma_2 - \gamma_1, ..., \gamma_к - \gamma_{к-1}, ..., \gamma_n - \gamma_{n-1})^T \,; \end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases} \varGamma_2 = (\gamma_2 - \gamma_1, \gamma_3 - \gamma_2, ..., \gamma_{к+1} - \gamma_к, ..., \gamma_{n+1} - \gamma_n)^T \,; \\ \varOmega_1 = (\omega_1 - \omega_0, \omega_2 - \omega_1, ..., \omega_к - \omega_{к-1}, ..., \omega_n - \omega_{n-1})^T \,; \\ N = \mathrm{diag}\left(\nu^{(1)}_к\right); \quad \varOmega_2 = (\omega_2 - \omega_1, \omega_3 - \omega_2, ..., \omega_{к+1} - \omega_к, ..., \omega_{n+1} - \omega_n)^T \,; \\ M_T = \left(M_{T,1}, M_{T,\,2}, ..., M_{T,\,n}\right)^T , \end{cases} \tag{13}$$

причому

$$\left(c_{1,\,0}, c_{n+1,\,n}, \nu^{(2)}_{1,\,0}, \nu^{(2)}_{n+1,\,n}, \gamma_0, \gamma_{n+1}, \omega_0, \omega_{n+1}\right) \equiv 0 \,. \tag{14}$$

Вираз (10) за умов (11) – (13), (14) представляє рівняння обертового руху ВВЗК як багатомасової системи в матрично-векторній формі з урахуванням зовнішньої та внутрішньої дисипації. На підставі (10) можливий повний аналіз крутильних коливань ВВЗК динамічної системи із зосередженими параметрами.

рівняння руху мають вигляд:

$$\begin{cases} m \cdot \left[\ddot{\mathrm{x}} + \dot{\mathrm{z}} \cdot \left(\dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi \text{ - } \dot{\theta} \cdot \sin\varphi\right) - \dot{y} \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot \sin\theta)\right] + b_x \cdot \dot{x} + \\ + c_{xx} \cdot x + c_{x\psi} \cdot \psi - c_{x\varphi} \cdot \varphi = S_в \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \alpha_1); \\ m \cdot \left[\ddot{\mathrm{y}} + \dot{\mathrm{x}} \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot \sin\theta) - \dot{z} \cdot \left(\dot{\theta} \cdot \cos\varphi + \dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi\right)\right] + b_y \cdot \dot{y} + \\ + c_{yy} \cdot y + c_{y\theta} \cdot \theta - c_{y\varphi} \cdot \varphi = S_1 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \alpha_1); \\ m \cdot \left[\ddot{\mathrm{z}} + \dot{\mathrm{y}} \cdot \left(\dot{\theta} \cdot \cos\varphi + \dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi\right) - \dot{x} \cdot \left(\dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi - \dot{\theta} \cdot \sin\varphi\right)\right] + \\ + b_z \cdot \dot{z} + c_{zz} \cdot z + c_{z\psi} \cdot \psi - c_{z\theta} \cdot \theta = 0; \\ I_x \cdot \left(\ddot{\theta} \cdot \cos\varphi + \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi - \dot{\psi} \cdot \dot{\theta} \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi + \dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi - \dot{\theta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin\varphi\right) + \\ + \left(I_z - I_y\right) \cdot \left(\dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi - \dot{\theta} \cdot \sin\varphi\right) \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot \sin\theta) + b_\theta \cdot \dot{\theta} + \\ + c_{\theta\theta} \cdot \theta - c_{\theta y} \cdot y - c_{\theta\varphi} \cdot \varphi - c_{\theta\psi} \cdot \psi + c_{\theta z} \cdot z = -S_н \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t + \alpha_2); \\ I_y \cdot \left(\ddot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi - \ddot{\theta} \cdot \sin\varphi \text{ - } \dot{\psi} \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\varphi \cdot \sin\theta \text{ - } \dot{\psi} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi \text{ - } \dot{\theta} \cdot \dot{\varphi} \cdot \cos\varphi\right) + \\ \left(I_x - I_z\right) \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot \sin\theta) \cdot \left(\dot{\theta} \cdot \cos\varphi + \dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi\right) + b_\psi \cdot \dot{\psi} + c_{\psi\psi} \cdot \psi - c_{\psi\theta} \cdot \theta - \\ - c_{\psi z} \cdot z + c_{\psi x} \cdot x - c_{\psi\varphi} \cdot \varphi = S_2 \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \alpha_2); \\ I_z \cdot \left(\ddot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot \sin\theta - \dot{\psi} \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\theta\right) + \left(I_y - I_x\right) \cdot \left(\dot{\theta} \cdot \cos\varphi + \dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi\right) \times \\ \times \left(\dot{\psi} \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi - \dot{\theta} \cdot \sin\varphi\right) + b_\varphi \cdot \dot{\varphi} + c_{\varphi\varphi} \cdot \varphi - c_{\varphi x} \cdot x - c_{\varphi\psi} \cdot \psi + c_{\varphi y} \cdot y - c_{\varphi\theta} \cdot \theta = 0, \end{cases}$$

(15)

де $c_{xx}=\sum_{i=1}^{n}c_{xi}$; $c_{yy}=\sum_{i=1}^{n}c_{yi}$; $c_{zz}=\sum_{i=1}^{n}c_{zi}$; $c_{xx}=\sum_{i=1}^{n}c_{xi}$; $c_{\psi x}=c_{x\psi}=\sum_{i=1}^{n}c_{xi}\cdot z_i$;

$c_{x\varphi}=c_{\varphi x}=\sum_{i=1}^{n}c_{xi}\cdot y_i$; $c_{y\theta}=c_{\theta y}=\sum_{i=1}^{n}c_{yi}\cdot z_i$; $c_{z\psi}=c_{\psi z}=\sum_{i=1}^{n}c_{zi}\cdot x_i$; $c_{y\varphi}=c_{\varphi y}=\sum_{i=1}^{n}c_{yi}\cdot x_i$;

$c_{\theta z}=c_{z\theta}=\sum_{i=1}^{n}c_{zi}\cdot y_i$; $c_{\varphi\theta}=c_{\theta\varphi}=\sum_{i=1}^{n}c_{yi}\cdot x_i\cdot z_i$; $c_{\theta\psi}=c_{\psi\theta}=\sum_{i=1}^{n}c_{zi}\cdot x_i\cdot y_i$; $c_{\psi\varphi}=c_{\varphi\psi}=\sum_{i=1}^{n}c_{xi}\cdot y_i\cdot z_i$;

$c_{\theta\theta}=\sum_{i=1}^{n}c_{yi}\cdot z_i^2+\sum_{i=1}^{n}c_{zi}\cdot y_i^2$; $c_{\psi\psi}=\sum_{i=1}^{n}c_{zi}\cdot x_i^2+\sum_{i=1}^{n}c_{xi}\cdot z_i^2$; $c_{\varphi\varphi}=\sum_{i=1}^{n}c_{xi}\cdot y_i^2+\sum_{i=1}^{n}c_{yi}\cdot x_i^2$;

$S_1=\left\{\left(S_н+S_в\cdot\cos\gamma\right)^2+S_в^2\cdot\sin^2\gamma\right\}^{\frac{1}{2}}$; $S_2=\left\{\left(S_н\cdot z_н+S_в\cdot z_в\cdot\cos\gamma\right)^2+\left(S_в\cdot z_в\cdot\sin\gamma\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$;

$\mathrm{tg}\alpha_1=\dfrac{S_в\cdot\sin\gamma}{S_н+S_в\cdot\cos\gamma}$; $\mathrm{tg}\alpha_2=\dfrac{S_в\cdot z_в\cdot\sin\gamma}{S_н\cdot z_в+S_в\cdot z_в\cdot\cos\gamma}$,

де $S_в=m_в\cdot r_в$; $S_н=m_н\cdot r_н$ – статичні моменти мас верхнього та нижнього збудників коливань ВВЗК відносно вісі валу;

c_{xi}, c_{yi}, c_{zi} – коефіцієнти жорсткості i-го пружного елемента у відповідному напрямку;

b_x, b_y, b_z, b_θ, b_ψ, b_φ – коефіцієнти напружених опорів переміщенням вподовж вісей x, y, z та навколо них;

$\ddot{x}$, $\ddot{y}$, $\ddot{z}$, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ а – проекції прискорення та швидкості центра мас ВВЗК не рухомі вісі $0\ x\ y\ z$;

$\ddot{\theta}$, $\ddot{\psi}$, $\ddot{\varphi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$, $\dot{\varphi}$, θ, ψ, φ – проекції кутового прискорення та швидкості на вісі x, y, z та кут повороту ВВЗК навколо них;

I_x, I_y, I_z – головні моменти інерції ВВЗК з приєднаною масою бетонної суміші відносно головних вісей інерції;

m – маса ВВЗК з приєднаною масою бетонної суміші;

x_i, y_i, z_i - координати з'єднання i-го пружного елемента з ВВЗК;

γ – кут розгортання дебалансів;

ω – кутова швидкість обертання дебалансного вала.

У системі диференціальних рівнянь (15) відкинемо члени, які утримують у собі добутки лінійних та кутових швидкостей та переміщень, як малі величини. Внаслідок симетричного розміщення пружних елементів ВВЗК відносно вертикальної вісі симетрії коефіцієнти жорсткості, у яких є множники x_i чи y_i, дорівнюють нулю. Надаючи правим частинам диференціальних рівнянь комплексної форми, отримаємо:

$$\begin{cases} m\cdot\ddot{x}+b_x\cdot\dot{x}+c_{xx}\cdot x+c_{x\psi}\cdot\psi=\mathrm{Re}\left[S_1\cdot\omega^2\cdot e^{i\cdot(\omega\cdot t+\alpha_1)}\right]; \\ m\cdot\ddot{y}+b_y\cdot\dot{y}+c_{yy}\cdot y-c_{y\theta}\cdot\theta=\mathrm{Im}\left[S_1\cdot\omega^2\cdot e^{i\cdot(\omega\cdot t+\alpha_1)}\right]; \\ m\cdot\ddot{z}+b_z\cdot\dot{z}+c_{zz}\cdot z=0; \\ I_x\cdot\ddot{\theta}+b_\theta\cdot\dot{\theta}+c_{\theta\theta}\cdot\theta-c_{\theta y}\cdot y=\mathrm{Im}\left[-S_2\cdot\omega^2\cdot e^{i\cdot(\omega\cdot t+\alpha_2)}\right]; \\ I_y\cdot\ddot{\psi}+b_\psi\cdot\dot{\psi}+c_{\psi\psi}\cdot\psi-c_{\psi x}\cdot x=\mathrm{Re}\left[S_2\cdot\omega^2\cdot e^{i\cdot(\omega\cdot t+\alpha_2)}\right]; \\ I_z\cdot\ddot{\varphi}+b_\varphi\cdot\dot{\varphi}+c_{\varphi\varphi}\cdot\varphi=0, \end{cases} \qquad (16)$$

де $i=\sqrt{-1}$; через Re позначена реальна, а через Im – уявна частини комплексних функцій.

У матричній формі (16) має вигляд:

$$\|m\|\cdot\{\ddot{q}\}+\|b\|\cdot\{\dot{q}\}+\|c\|\cdot\{q\}=\omega^2\cdot e^{i\cdot\omega\cdot t}\cdot\{s\}. \qquad (17)$$

Приймаючи, що всі $b << \omega^{-1} \cdot c$ (розсіювання енергії невелике), і враховуючи, що через кілька періодів після початку руху власні коливання ВВЗК згасають, обмежуємось визначенням частотного розв'язку у вигляді:

$$\{q\} = \omega^2 \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \cdot \{H\}. \tag{18}$$

При умові, що визначник (детермінант) $\left| c - m \cdot \omega^2 + i \cdot \omega \cdot b \right| \neq 0$ (у протилежному випадку має місце один з 6 резонансних станів коливної системи), частинний розв'язок матричного рівняння (17) визначаємо з виразу (18), де $\{H\} = \omega^2 \cdot \left\| c - m \cdot \omega^2 + i \cdot \omega \cdot b \right\|^{-1} \cdot \{s\}$. Після виконання дій розв'язок системи (16) набуває виду:

$$\begin{cases} x = \omega^2 \cdot \left[\left(\mathrm{Re}\left[S_1 \cdot e^{i \cdot \alpha_1} \right] \right) \cdot \left(\text{в}_y + i \cdot \omega \cdot b_y \right) \cdot \left(\text{в}_\theta + i \cdot \omega \cdot b_\theta \right) \cdot \left(\text{в}_\psi + i \cdot \omega \cdot b_\psi \right) - \right. \\ \left. - \left(\mathrm{Re}\left[S_2 \cdot e^{i \cdot \alpha_2} \right] \right) \cdot c_{\theta y} \cdot c_{y\theta} \cdot c_{x\psi} \right] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} : \Delta; \\ y = \omega^2 \cdot \left[\left(\mathrm{Im}\left[S_1 \cdot e^{i \cdot \alpha_1} \right] \right) \cdot \left(\text{в}_x + i \cdot \omega \cdot b_x \right) \cdot \left(\text{в}_\theta + i \cdot \omega \cdot b_\theta \right) \cdot \left(\text{в}_\psi + i \cdot \omega \cdot b_\psi \right) + \right. \\ \left. + \left(\mathrm{Im}\left[- S_2 \cdot e^{i \cdot \alpha_2} \right] \right) \cdot c_{y\theta} \cdot c_{\psi x} \cdot c_{x\psi} \right] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} : \Delta; \\ \theta = \omega^2 \cdot \left[\left(\mathrm{Im}\left[- S_2 \cdot e^{i \cdot \alpha_2} \right] \right) \cdot \left(\text{в}_x + i \cdot \omega \cdot b_x \right) \cdot \left(\text{в}_y + i \cdot \omega \cdot b_y \right) \cdot \left(\text{в}_\psi + i \cdot \omega \cdot b_\psi \right) + \right. \\ \left. + \left(\mathrm{Im}\left[S_1 \cdot e^{i \cdot \alpha_1} \right] \right) \cdot c_{\psi x} \cdot c_{\theta y} \cdot c_{x\psi} \right] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} : \Delta; \\ \psi = \omega^2 \cdot \left[\left(\mathrm{Re}\left[S_2 \cdot e^{i \cdot \alpha_2} \right] \right) \cdot \left(\text{в}_x + i \cdot \omega \cdot b_x \right) \cdot \left(\text{в}_y + i \cdot \omega \cdot b_y \right) \cdot \left(\text{в}_\theta + i \cdot \omega \cdot b_\theta \right) - \right. \\ \left. - \left(\mathrm{Re}\left[S_1 \cdot e^{i \cdot \alpha_1} \right] \right) \cdot c_{\psi x} \cdot c_{\theta y} \cdot c_{y\theta} \right] \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} : \Delta; \\ z = 0; \\ \varphi = 0, \end{cases} \tag{19}$$

де $\text{в}_x = c_{xx} - m \cdot \omega^2$; $\text{в}_y = c_{yy} - m \cdot \omega^2$; $\text{в}_\theta = c_{\theta\theta} - I_x \cdot \omega^2$; $\text{в}_\psi = c_{\psi\psi} - I_y \cdot \omega^2$; $\Delta = \left(\text{в}_x + i \cdot \omega \cdot b_x \right) \cdot \left(\text{в}_y + i \cdot \omega \cdot b_y \right) \cdot \left(\text{в}_\theta + i \cdot \omega \cdot b_\theta \right) \cdot \left(\text{в}_\psi + i \cdot \omega \cdot b_\psi \right) - c_{\psi x} \cdot c_{x\psi} \cdot c_{\theta y} \cdot c_{y\theta}$.

Розкриваючи дужки у виразах (19), згруповуючи члени, які відповідають реальним та уявним частинам комплексних функцій, та перетворюючи останні у експоненціальну форму з урахуванням того, що $\mathrm{Re}\left[e^{i \cdot \alpha} \right] = \cos\alpha$, $\mathrm{Im}\left[e^{i \cdot \alpha} \right] = \sin\alpha$, отримаємо:

$$\begin{cases} x = \omega^2 \cdot \left(\sqrt{u_x^2 + \mathrm{v}_x^2} \cdot S_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_1 + \varphi_x - \varphi_\Delta \right) - \right. \\ \left. - S_2 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_2 - \varphi_\Delta \right) \cdot c_{\theta y} \cdot c_{y\theta} \cdot c_{x\psi} \right) : \sqrt{u_x^2 + \mathrm{v}_x^2}; \\ y = \omega^2 \cdot \left(\sqrt{u_y^2 + \mathrm{v}_y^2} \cdot S_1 \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \alpha_1 + \varphi_y - \varphi_\Delta \right) - \right. \\ \left. - S_2 \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \alpha_2 - \varphi_\Delta \right) \cdot c_{y\theta} \cdot c_{\psi x} \cdot c_{x\psi} \right) : \sqrt{u_x^2 + \mathrm{v}_x^2}; \\ \theta = \omega^2 \cdot \left(- S_2 \cdot \sqrt{u_\theta^2 + \mathrm{v}_\theta^2} \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \alpha_2 + \varphi_\theta - \varphi_\Delta \right) + \right. \\ \left. + S_1 \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \alpha_1 - \varphi_\Delta \right) \cdot c_{\psi x} \cdot c_{x\psi} \cdot c_{\theta y} \right) : \sqrt{u_x^2 + \mathrm{v}_x^2}; \\ \psi = \omega^2 \cdot \left(\sqrt{u_\psi^2 + \mathrm{v}_\psi^2} \cdot S_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_2 + \varphi_\psi - \varphi_\Delta \right) - \right. \\ \left. - S \quad \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_1 - \varphi_\Delta \right) \cdot c_{\psi x} \cdot c_{\theta y} \cdot c_{y\theta} \right) : \sqrt{u_x^2 + \mathrm{v}_x^2}; \\ \varphi = 0; \\ z = 0, \end{cases} \tag{20}$$

де через u позначені реальні, а через v – уявні частини комплексних функцій:

$$\begin{aligned} u_\Delta = {} & в_x \cdot в_y \cdot в_\theta \cdot в_\psi - \omega^2 \cdot \big(b_x \cdot b_y \cdot в_\theta \cdot в_\psi + b_y \cdot b_\psi \cdot в_x \cdot в_\theta + \\ & + b_x \cdot b_\psi \cdot в_y \cdot в_\theta + b_y \cdot b_\theta \cdot в_x \cdot в_\psi + b_x \cdot b_\theta \cdot в_y \cdot в_\psi + \\ & + b_\theta \cdot b_\psi \cdot в_x \cdot в_y \big) - c_{\psi x} \cdot c_{x\psi} \cdot c_{\theta y} \cdot c_{y\theta} + \omega^4 \cdot b_x \cdot b_y \cdot b_\theta \cdot b_\psi ; \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{cases} u_x = в_y \cdot в_\theta \cdot в_\psi - \omega^2 \cdot \big(b_\theta \cdot b_\psi \cdot в_y + b_y \cdot b_\psi \cdot в_\theta + b_y \cdot b_\theta \cdot в_\psi \big); \\ u_y = в_x \cdot в_\theta \cdot в_\psi - \omega^2 \cdot \big(b_\theta \cdot b_\psi \cdot в_x + b_x \cdot b_\psi \cdot в_x + b_x \cdot b_\theta \cdot в_\psi \big); \\ u_\theta = в_x \cdot в_y \cdot в_\psi - \omega^2 \cdot \big(b_x \cdot b_y \cdot в_\psi + b_y \cdot b_\psi \cdot в_x + b_x \cdot b_\psi \cdot в_y \big); \\ u_\psi = в_x \cdot в_y \cdot в_\theta - \omega^2 \cdot \big(b_x \cdot b_y \cdot в_\theta + b_y \cdot b_\theta \cdot в_x + b_x \cdot b_\theta \cdot в_y \big); \\ \mathrm{v}_x = \omega \cdot \big(b_\theta \cdot в_y \cdot в_\psi + b_y \cdot в_\psi \cdot в_\theta + b_\psi \cdot в_y \cdot в_\theta - \omega^2 \cdot b_y \cdot b_\theta \cdot b_\psi \big); \\ \mathrm{v}_y = \omega \cdot \big(b_\theta \cdot в_x \cdot в_\psi + b_x \cdot в_\theta \cdot в_\psi + b_\psi \cdot в_x \cdot в_y - \omega^2 \cdot b_x \cdot b_\theta \cdot b_\psi \big); \\ \mathrm{v}_\theta = \omega \cdot \big(b_y \cdot в_x \cdot в_\psi + b_x \cdot в_y \cdot в_\psi + b_\psi \cdot в_x \cdot в_y - \omega^2 \cdot b_x \cdot b_y \cdot b_\psi \big); \\ \mathrm{v}_\psi = \omega \cdot \big(b_y \cdot в_x \cdot в_\theta + b_x \cdot в_y \cdot в_\theta + b_\theta \cdot в_x \cdot в_y - \omega^2 \cdot b_x \cdot b_y \cdot b_\theta \big); \\ \mathrm{v}_\Delta = \omega \cdot \big(b_x \cdot в_y \cdot в_\theta \cdot в_\psi + b_y \cdot в_x \cdot в_\theta \cdot в_\psi + b_\theta \cdot в_x \cdot в_y \cdot в_\psi + b_\psi \cdot в_x \cdot в_y \cdot b_\theta \big) - \\ - \omega^3 \cdot \big(b_x \cdot b_y \cdot b_\theta \cdot в_\psi + b_y \cdot b_\theta \cdot b_\psi \cdot в_x + b_x \cdot b_\theta \cdot b_\psi \cdot в_y + b_x \cdot b_y \cdot b_\psi \cdot b_\theta \big), \end{cases} \tag{22}$$

а φ_x, φ_y, φ_θ, φ_ψ й φ_Δ визначаються з виразів $\mathrm{tg}\varphi_x = \dfrac{\mathrm{v}_x}{u_x}$; $\mathrm{tg}\varphi_y = \dfrac{\mathrm{v}_y}{u_y}$; $\mathrm{tg}\varphi_\theta = \dfrac{\mathrm{v}_\theta}{u_\theta}$; $\mathrm{tg}\varphi_\psi = \dfrac{\mathrm{v}_\psi}{u_\psi}$; $\mathrm{tg}\varphi_\Delta = \dfrac{\mathrm{v}_\Delta}{u_\Delta}$.

Для ВВЗК з пружними елементами й формою розміщеними симетрично по відношенню до вісі валу збудників коливань, $c_{xx} = c_{yy}$; $c_{x\psi} = c_{\psi x} = c_{y\theta} = c_{\theta y}$; $I_x = I_y$.

При цьому вирази (20) приймають вигляд:

$$\begin{cases} x = \omega^2 \cdot \big(B \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_\Delta) - A \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi_\Delta)\big) : \sqrt{u_\Delta^2 + \mathrm{v}_\Delta^2}\,; \\ y = \omega^2 \cdot \big(A \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_\Delta) + B \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi_\Delta)\big) : \sqrt{u_\Delta^2 + \mathrm{v}_\Delta^2}\,; \\ \theta = \omega^2 \cdot \big(- D \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi_\Delta) - C \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_\Delta)\big) : \sqrt{u_\Delta^2 + \mathrm{v}_\Delta^2}\,; \\ \psi = \omega^2 \cdot \big(D \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi_\Delta) - C \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi_\Delta)\big) : \sqrt{u_\Delta^2 + \mathrm{v}_\Delta^2}\,; \\ \varphi = 0; \\ z = 0, \end{cases} \tag{23}$$

де

$$\begin{cases} A = \big[(S_н + S_в \cdot \cos\gamma) \cdot \sin\varphi_x + S_в \cdot \sin\gamma \cdot \cos\varphi_x\big] \cdot \sqrt{u_x^2 + \mathrm{v}_x^2} - \\ - S_в \cdot z_в \cdot \sin\gamma \cdot c_{\theta y} \cdot c_{y\theta} \cdot c_{x\psi}; \\ B = \big[(S_н + S_в \cdot \cos\gamma) \cdot \cos\varphi_x + S_в \cdot \sin\gamma \cdot \sin\varphi_x\big] \cdot \sqrt{u_x^2 + \mathrm{v}_x^2} - \\ - (S_н \cdot z_н + S_в \cdot z_в \cdot \cos\gamma) \cdot c_{\theta y} \cdot c_{y\theta} \cdot c_{x\psi}; \\ C = \big[(S_н \cdot z_н + S_в \cdot z_в \cdot \cos\gamma) \cdot \sin\varphi_\theta + S_в \cdot z_в \cdot \sin\gamma \cdot \cos\varphi_\theta\big] \cdot \sqrt{u_\theta^2 + \mathrm{v}_\theta^2} - \\ - S_в \cdot \sin\gamma \cdot c_{\psi x} \cdot c_{x\psi} \cdot c_{\theta y}; \\ D = \big[(S_н \cdot z_н + S_в \cdot z_в \cdot \cos\gamma) \cdot \cos\varphi_\theta + S_в \cdot z_в \cdot \sin\gamma \cdot \sin\varphi_\theta\big] \cdot \sqrt{u_\theta^2 + \mathrm{v}_\theta^2} - \\ - (S_н + S_в \cdot \cos\gamma) \cdot c_{\psi x} \cdot c_{x\psi} \cdot c_{\theta y}. \end{cases} \tag{24}$$

На основі виразів (23) визначаємо рух центру інерції рухомої системи ВВЗК у проекціях на вісі x та y й обертання навколо них. Аналіз виразу (23) дає можливість констатувати наступне:

1. Для віброустановок, які працюють у далеко зарезонансному режимі коливань, вплив непружних опорів на закон коливань незначний й можна прийняти $b_x = b_y = b_\psi = b_\theta = 0$. При цьому закон руху ВВЗК можна вивести з виразів (23), у які підставляємо: $\mathrm{v}_x = \mathrm{v}_y = \mathrm{v}_\Delta = 0$; $\varphi_x = \varphi_\theta = \varphi_\Delta = 0$.
2. Для віброустановок, пружні елементи яких закріплені близько до рівня центру інерції, можна знехтувати складовими, у яких присутній співмножник z_i. Для форми ВВЗК, у яких координати z_i приєднання пружних елементів до основи форми взаємно рівні, тобто $z_1 = z_2 = ... = z_i$, згідно (15), $c_{\psi x} = c_{x\psi} = z_i \cdot c_{xx}$; $c_{y\theta} = c_{\theta y} = z_i \cdot c_{yy}$. З урахуванням цього позначимо через t припустимий рівень (границю, межу) неточності розрахунку й на основі рівнянь (21) виразимо умову, виконання якої забезпечує розрахунок амплітуд коливань при нехтуванні співмножником z_i:

$$z_i^4 \le \frac{t}{c_{xx}^2 \cdot c_{yy}^2} \cdot \Big(\textit{в}_x \cdot \textit{в}_y \cdot \textit{в}_\theta \cdot \textit{в}_\psi - \omega^2 \cdot \big[b_x \cdot b_y \cdot \textit{в}_\theta \cdot \textit{в}_\psi + b_y \cdot b_\psi \cdot \textit{в}_x \cdot \textit{в}_\theta + b_x \cdot b_\psi \cdot \textit{в}_y \cdot \textit{в}_\theta + \tag{25}$$
$$+ b_y \cdot b_\theta \cdot \textit{в}_x \cdot \textit{в}_\psi + b_x \cdot b_\theta \cdot \textit{в}_y \cdot \textit{в}_\psi + b_\theta \cdot b_\psi \cdot \textit{в}_x \cdot \textit{в}_y - \omega^2 \cdot b_x \cdot b_y \cdot b_\theta \cdot b_\psi \big] \Big).$$

   аналогічно з виразів (24) можна отримати 4 додаткових умови відносно малого значення z_i. Виділимо найбільш характерне з них:

$$z_i^3 \le t \cdot \left[\left(S_н \cdot z_н + S_в \cdot z_в \cdot \cos\gamma \right) \cdot \cos\varphi_\theta - S_в \cdot z_в \cdot \sin\gamma \cdot \sin\varphi_\theta \right] \times \tag{26}$$
$$\times \sqrt{u_\theta^2 + \mathrm{v}_\theta^2} : \left(S_н + S_в \cdot \cos\gamma \right) \cdot c_{xx}^2 \cdot c_{yy}.$$

   Наприклад, при 5%-му припустимому рівні (межі, границі) неточності (похибки) розрахунку $t = 0{,}05$. При виконанні умов (25) та (26) у виразах (21) й (24) можна прийняти $c_{\psi x} = c_{x\psi} = c_{\theta y} = c_{y\theta} = 0$.
3. При значному перевищенні частотою ω вимушених коливань ВВЗК частоти її власних коливань величини $\textit{в}_x$, $\textit{в}_y$, $\textit{в}_\theta$, $\textit{в}_\psi$, які характеризують коефіцієнт динамічності системи, у виразах (21), (22) можна прийняти рівними одиниці. Це спрощення допускають умови:

$$\frac{c_{yy}}{m \cdot \omega^2} \le t\,; \quad \frac{c_{xx}}{m \cdot \omega^2} \le t\,; \quad \frac{c_{\theta\theta}}{m \cdot \omega^2} \le t\,; \quad \frac{c_{\psi\psi}}{m \cdot \omega^2} \le t\,, \tag{27}$$

   де, як і вище, t – припустима границя (межа, рівень) неточності розрахунку ВВЗК. При виконанні даних умов можна не враховувати навіть значну величину z_i,

$$\left(S_н + S_в \cdot \cos\gamma \right) \cdot z_i^3 \cdot c_{xx}^2 \cdot c_{yy} : \left[\left(S_н \cdot z_н + S_в \cdot z_в \cdot \cos\gamma \right) \cdot \cos\varphi_\theta - \tag{28}$$
$$- S_в \cdot z_в \cdot \sin\gamma \cdot \sin\varphi_\theta \right] \cdot \sqrt{u_\theta^2 + \mathrm{v}_\theta^2} \le t.$$

   Вираз (28) отриманий з останнього рівняння (24).

   Отримані рішення можна спростити до виду:

$$\begin{cases} x_{0'} = -A \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_{0S} \right); \\ y_{0'} = -A \cdot \sin\left(\omega t + \varphi_{0S} \right); \\ z = 0; \\ \theta = \theta_0 \cdot \sin\left(\omega t + \varphi_{0L} \right); \\ \psi = -\psi_0 \cdot \cos\left(\omega t + \varphi_{0L} \right); \\ \varphi = 0 \end{cases} \tag{29}$$

Тут модулі амплітуд A, θ_0, ψ_0:

$$\begin{cases} A = \dfrac{\sqrt{(m_1 r_1)^2 + (m_2 r_2)^2 + 2 m_1 r_1 m_2 r_2 \cdot \cos\alpha}}{M}; \\ \theta_0 = \dfrac{\sqrt{(m_1 r_1 z_1)^2 + (m_2 r_2 z_2)^2 + 2 m_1 r_1 z_1 m_2 r_2 z_2 \cdot \cos\alpha}}{I_x}; \\ \psi_0 = \dfrac{\sqrt{(m_1 r_1 z_1)^2 + (m_2 r_2 z_2)^2 + 2 m_1 r_1 z_1 m_2 r_2 z_2 \cdot \cos\alpha}}{I_y} \end{cases} \tag{30}$$

Фазові кути $\varphi_{0S}, \varphi_{0L}$:

$$\begin{cases} \varphi_{0L} = \mathrm{arctg}\left\{\dfrac{m_1 r_1 \sin\alpha}{m_1 r_1 + m_2 r_2 \cos\alpha}\right\}; \\ \varphi_{0S} = \mathrm{arctg}\left\{\dfrac{m_1 r_1 z_1 \sin\alpha}{m_1 r_1 z_1 + m_2 r_2 z_2 \cos\alpha}\right\}. \end{cases} \tag{31}$$

Параметри A, α можна визначити за формулами [9]:

$$A = \sqrt{A_i^2 + A_{верт}^2}; \tag{32}$$

$$\alpha = arctg\left\{\frac{A_{верт}}{A_i}\right\}; \tag{33}$$

де A_i – горизонтальна складова амплітуди коливань для частинок, віддалених на відстань z_i від центральної осі:

$$A_i = A_{гор} \cdot \sqrt{1 + \frac{z_i^2 \cdot \psi_{\max}^2}{A_{гор}^2} - \frac{2 \cdot z_i \cdot \psi_{\max}}{A_{гор}} \cdot \cos\varphi_0}; \tag{34}$$

$A_{верт}$ – вертикальна складова амплітуди коливань для перерізів форми, віддалених на відстань z_i від центральної осі:

$$A_{верт} = x \cdot \psi_{\max}; \tag{35}$$

$A_{гор}$ – горизонтальна складова амплітуди коливань для центральної зони:

$$A_{гор} = \frac{F}{M \cdot \left(\omega_\xi^2 - \omega^2\right)}; \tag{36}$$

де F – результуюча збурююча сила:

$$F = \sqrt{F_в^2 + F_н^2 + 2F_в \cdot F_н \cdot \cos\alpha}, \tag{37}$$

α_0 – кут взаємного розміщення дебалансів віброзбудника; $F_в, F_н$ – змушуючі сили верхнього і нижнього віброзбудників:

$$F_в = m_в \cdot r_в \cdot \omega^2; \tag{38}$$

$$F_н = m_н \cdot r_н \cdot \omega^2; \tag{39}$$

Результуючий збурюючий момент:

$$M = \sqrt{M_в^2 + M_н^2 + 2M_в \cdot M_н \cdot \cos\alpha_0}; \tag{40}$$

де $M_в$ і $M_н$ – моменти змушуючих сил віброзбудників:

$$M_в = m_в \cdot r_в \cdot h_в \cdot \omega^2; \tag{41}$$

$$M_н = m_н \cdot r_н \cdot h_н \cdot \omega^2; \qquad (42)$$

Амплітуда кута повороту коливної частини ВВЗК відносно центральної горизонтальної вісі:

$$\psi_{\max} = \frac{M}{I_y \cdot \left(\omega_{\psi}^2 - \omega^2\right)}; \qquad (43)$$

де ω_{ξ}, ω_{ψ} – власні частоти лінійних та кутових коливань коливної частини ВВЗК.

Фазові кути горизонтальних та вертикальних складових коливань:

$$\beta = \varphi_{0S} - \nu_i; \qquad (44)$$

$$\lambda = \varphi_{0L}; \qquad (45)$$

Зсув фаз між вертикальними та горизонтальними коливаннями для центральної осі:

$$\varphi_0 = \varphi_{0L} - \varphi_{0S}; \qquad (46)$$

Фазові кути збурюючої сили й збурюючого моменту:

$$\varphi_{0S} = \mathrm{arctg}\left\{\frac{F_н \cdot \sin\alpha}{F_в + F_н \cdot \sin\alpha}\right\}; \qquad (47)$$

$$\varphi_{0L} = \mathrm{arctg}\left\{\frac{F_н \cdot \sin\alpha}{F_в + F_н \cdot \sin\alpha}\right\}. \qquad (48)$$

За наведеними формулами були виконані розрахунки, що наведені на рис. 3 і рис.4.

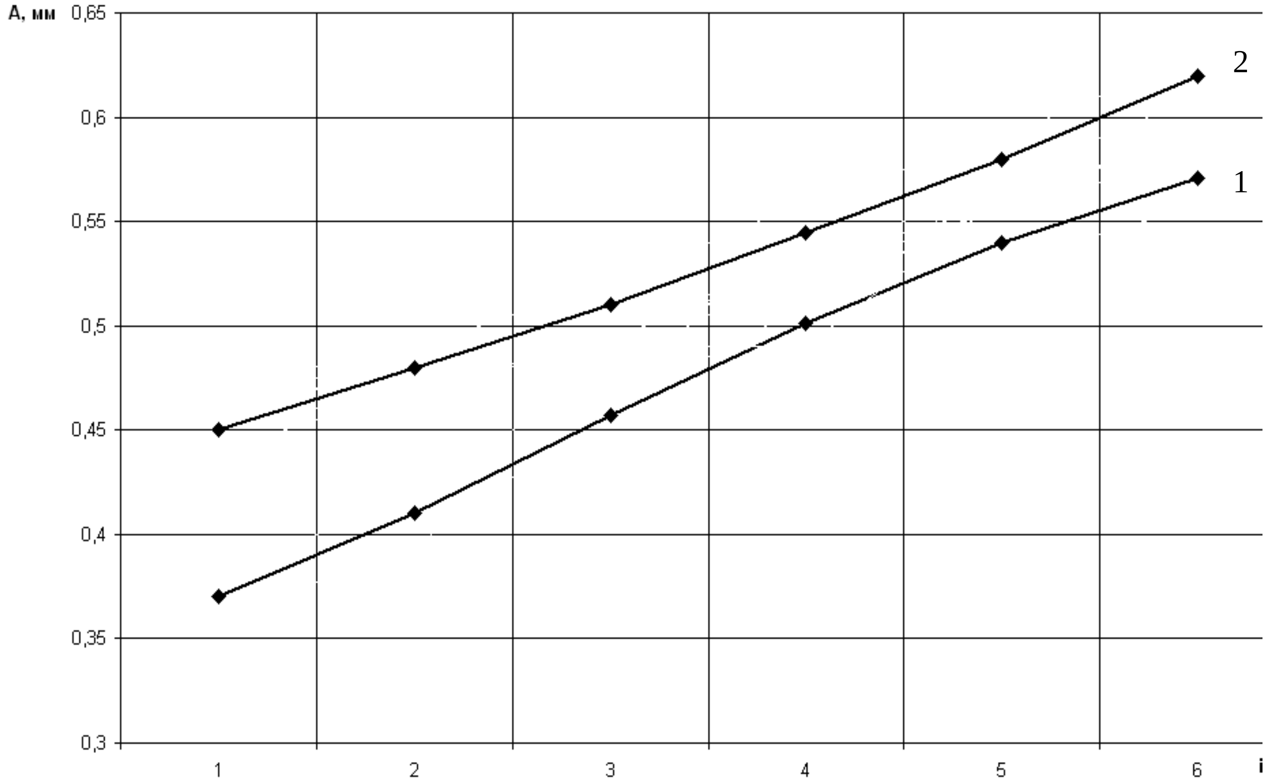

Рисунок 3. Зміна амплітуди горизонтальних коливань по висоті форми в залежності від величини змушуючої сили вібраторів: 1 – $F_0 = 5.6$ кН; 2 – $F_0 = 11.3$ кН.

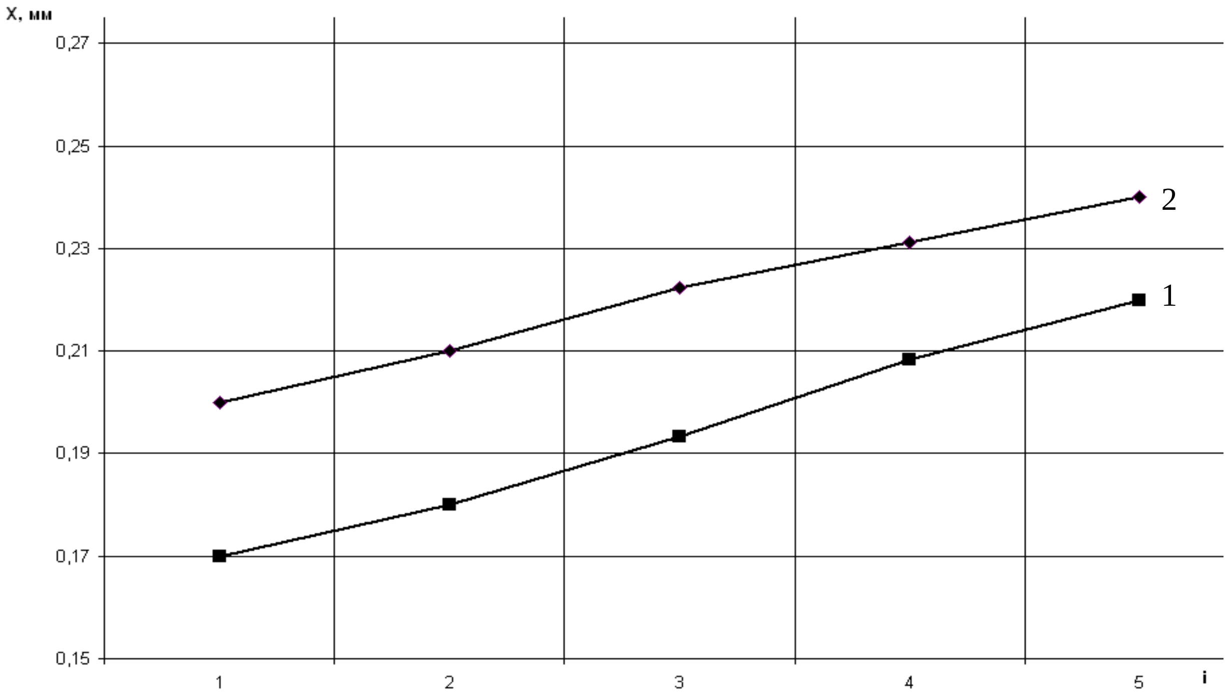

Рисунок 4. Зміна амплітуди вертикальних коливань по висоті форми в залежності від величини змушуючої сили вібраторів: $1 - F_0 = 5.6$ кН; $2 - F_0 = 11.3$ кН.

Висновки. В результаті проведених досліджень динаміки віброустановки для виробництва залізобетонних кілець з вертикально орієнтованим валом, на якому розміщені дебалансні вібрpremises, можна зробити наступні висновки.

1. Створена й обґрунтована фізична та математична моделі процесів вібраційного ущільнення бетонних сумішей (установкою із вертикальним розташуванням збудників коливань), які у межах прийнятих припущень та заданих умов функціонування системи, адекватно відображають реальні процеси руху віброустановки.
2. Отримана система диференціальних рівнянь й досліджені закони руху, що описують зміну амплітуд коливань в горизонтальній і вертикальній площинах з урахуванням зсуву фаз між дебалансами збудників коливань.
3. Отримані аналітичні залежності, критерії, розрахунки щодо основних параметрів динаміки ВВЗК подібного типу дозволяють суттєво вдосконалити існуючі інженерні методи розрахунку таких систем й підвищити їх точність.

Література

1. Корнійчук Б.В. «Вибір та обґрунтування конструктивної схеми віброустановки для формування залізобетонних кілець» - «Техніка Будівництва», Київ, КНУБА, №20, с.67-73.
2. Назаренко І.І. Вібраційні машини і процеси будівельної індустрії. –К.:КНУБА, 2007. -229с.
3. Назаренко І.І. Прикладні задачі теорії вібраційних систем. Друге видання. –К.: Видавничий дім «Слово», 201.
4. Назаренко І.І., Баранов Ю.О., Корнійчук Б.В. Корчагін М.М. Установка для формування трубчастих виробів з бетонних сумішей. Патент на корисну модель. UA 25881 U, Бюл. №13, 2007.
5. Бабаков И.М. Теория колебаний. -М.: Наука, 1965, -560 с.
6. Вибрации в технике: Справ. в 6 т. // Ред. совет: В.Н.Челомей. –М.: Машиностроение, т.1. Колебания линейных систем. 1978, -352 с.
7. Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники. –М.: Машиностроение, 1969, -362 с.
8. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. –Л.: Машиностроение, 1963, -311 с.
9. Заика П.М. Вибрационное перемещение твердых и сыпучих тел в сельскохозяйственных машинах. Практическое пособие. –К.: Изд-во УСХА, 1998, -625 с.