

УДК 539.3

Баженов В.А., д-р техн. наук
Кривенко О.П., канд. техн. наук
Соловей М.О., канд. техн. наук

ОЦІНКА РОЗВ'ЯЗКІВ ПРИ ВРАХУВАННІ ЗАЛЕЖНОСТІ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАТЕРІАЛУ ВІД ТЕМПЕРАТУРИ В ЗАДАЧАХ СТІЙКОСТІ ОБОЛОНОК

Оцінений вплив врахування залежності властивостей матеріалу від температури на нелінійні розв'язки в задачі стійкості оболонок. Розглянуті три закони попереднього нагріву пологої сферичної панелі, що навантажується тиском.

Робота присвячена аналізу достовірності розв'язків, що отримуються за розробленою скінченноелементною методикою дослідження напружено-деформованого стану (НДС), стійкості та позакритичної поведінки тонких неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях [1-4]. Методика базується на геометрично нелінійних співвідношеннях тривимірної теорії термопружності та положеннях моментної схеми скінченних елементів [5]. Такий підхід дозволяє на основі єдиної методики досліджувати тонкі оболонки з геометричними особливостями і неоднорідностями матеріалу при спільній дії силових і температурних полів. Достовірність методики обґрунтовується чисельними дослідженнями збіжності скінченноелементних розв'язків та їх порівнянням з відомими результатами для різних класів задач [2, 6-10].

Рис. 1. Сферична панель, що навантажується температурним і силовим полями

Досліджується збіжність і точність нелінійних розв'язків у задачах стійкості оболонок при врахуванні залежності властивостей матеріалу від температури. Розглядається полого осесиметрична сферична панель, що жорстко затиснута за контуром (рис. 1, а). Матеріал оболонки ізотропний. Панель знаходиться в температурному полі та навантажується зовнішнім рівномірним тиском. Розв'язок цієї задачі отриманий Б.Я.Кантором [11] варіаційним методом у високих наближеннях із застосуванням нелінійної теорії пологих оболонок [12]. Панель розглядалась як пластина сталюї товщини з початковою погіб'ю. Досліджувалися згин і стійкість панелі у "великому" при осесиметричному деформуванні.

Температурне поле прийняте сталим вздовж товщини оболонки та нерівномірним за планом. В [11] це навантаження представлено як нагрів

панелі однією й тією ж кількістю теплоти при трьох варіантах розподілу температурного поля вздовж радіусу r (рис. 1, б)

$$1. T(t, \bar{r}) = t\bar{r}^2; \quad 2. T(t, \bar{r}) = t\frac{1}{2}; \quad 3. T(t, \bar{r}) = t(1 - \bar{r}^2), \quad (1)$$

де $\bar{r} = r/a$ – безрозмірна величина радіусу точки за планом, a – радіус опорного контуру.

Функції (1) підпорядковані умові нормування $\int_0^1 \frac{T(t, \bar{r})}{t} \bar{r} d\bar{r} = \frac{1}{4}$.

Фізично цей інтеграл (з точністю до коефіцієнта) розглядається в [11] як задана кількість теплоти. Таким чином, є можливість порівняти вплив на нелінійні розв'язки трьох законів (1), що відповідають збільшенню, сталості та зменшенню температури від полюса до краю.

За МСЕ дія на оболонку нагріву та тиску розглядалась як спільний процес навантаження, що виконується за два етапи.

1. На першому етапі панель навантажується температурним полем $T(t, \bar{r})$, параметр якого t змінюється від 0°C до заданої величини t_0 . Процес нагріву, що супроводжується нелінійним деформуванням, розглядається як попереднє збурення НДС оболонки, яке при подальшому навантаженні впливає на її форми деформування та втрати стійкості.

2. На другому етапі при зафіксованому температурному полі панель навантажується тиском інтенсивністю q .

Результати досліджень подані з використанням безрозмірних параметрів

$$\bar{q} = a^4 q / (Eh^4), \quad \bar{t} = t\alpha(a/h)^2, \quad \bar{u}^I = u^I/h, \quad k = H/h, \quad (2)$$

де h – товщина оболонки; H – стріла підйому; k – параметр, що характеризує пологість панелі; E, ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона; α – коефіцієнт лінійного розширення матеріалу; u^I – переміщення вздовж декартової осі x^I .

У розрахунках прийняті узгодженні з [11] наступні вихідні данні: $a=1$ м, $H=0.03$ м, $h=0.01$ м, $k=3$, $t_0=500^\circ\text{C}$, $\bar{t}=5$, $E=2 \cdot 10^6$ кг/см², $\nu=0.3$.

Згідно до [11] розглянутим панелям характерне осесиметричне нелінійне деформування, що підтвердилося при розрахунках за МСЕ. Тому за розрахункову скінченноелементну модель прийнята чверть оболонки.

Аналіз достовірності розв'язків виконувався шляхом порівняння результатів для двох випадків: при сталому значенні модуля пружності E

та при заданій, як у роботі [11], його залежності від температури $E = E(T)$. При цьому нехтувалась залежність від температури коефіцієнта Пуассона та коефіцієнта лінійного розширення.

1. Стійкість панелі, властивості матеріалу якої не залежать від температури.

При дослідженні панелей з незмінним значенням модуля пружності E маємо гарний збіг діаграм “навантаження-прогин у центрі” панелі для сіток 10×10 СЕ, 15×15 СЕ та 20×20 СЕ (рис. 2). Беручи до уваги можливу складну форму деформування оболонки у позакритичній області, за розрахункову можна прийняти сітку 20×20 СЕ. У третьому варіанті розподілу температурного поля для уточнення форми діаграми “ $\bar{q} - \bar{u}^I$ ” у зоні верхньої критичної точки необхідно збільшити сітку вздовж радіуса опорного контуру до 30×20 СЕ (рис. 2, в, г).

При першому законі розподілу температурного поля $T(t, \bar{r})$ діаграма “ $\bar{q} - \bar{u}^I$ ” (рис. 2, а) добре співпадає з результатом роботи [11]. Для другого варіанта розподілу функції $T(t, \bar{r})$ результат в [11] відсутній. При третьому законі температурного нагріву маємо відносно розв’язку [11] невеликий зсув діаграми вправо (рис. 2, в). Причиною цього є розбіжність розв’язків вже на першому етапі навантаження, на якому згідно [11] попередній нагрів викликає більш інтенсивне деформування оболонки. Розходження розв’язків МСЕ і [11] можна пояснити різною точністю моделювання процесу температурного навантаження. Це підтверджується тим фактом, що розв’язки для ненагрітої панелі повністю збігаються (криві $T=0$, рис. 2, б).

Для різних законів нагріву маємо добрий збіг величин верхнього критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^e$ (табл. 1). Їх розходження становить $-7.4\% + 9.6\%$. Для всіх трьох варіантів попереднього нагріву жорсткість панелі суттєво підвищується, а величина верхнього критичного навантаження $\bar{q}_{кр}^e$ у порівнянні з ненагрітою оболонкою збільшується відповідно в 1.26, 1.65, 2.62 рази. Послідовне збільшення величини $\bar{q}_{кр}^e$ від першого до третього варіантів пояснюється тим, що в них відповідно збільшується температура нагріву найбільш деформівної центральної частини панелі. Зауважимо, що третій варіант нагріву призводить до найбільшого посилення жорсткості оболонки у докритичній стадії нелінійного деформування та до зворотного ефекту в позакритичній області (рис. 3).

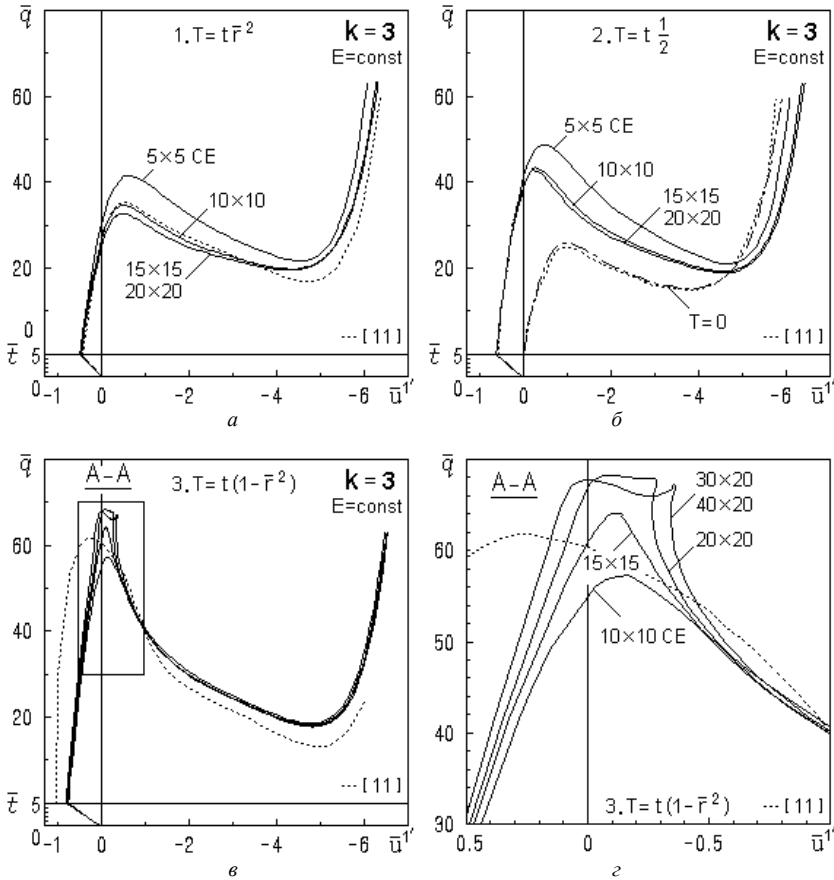


Рис. 2. Діаграми “навантаження-прогин у центрі” панелі

У першому та другому варіантах нагріву форма деформування панелі на етапі навантаження тиском співпадає з формою загальної втрати стійкості оболонки (прокладає її центральна частина). На рис. 4, б, в форми деформування відповідають критичним точкам “а” і “d” на діаграмах “ $\bar{q} - \bar{u}^I$ ” (рис. 3). У третьому варіанті нагріву на етапі навантаження тиском спочатку реалізується форма деформування, що відповідає формі панелі при місцевій втраті стійкості. Форми (рис. 5, б-г) зображені для критичних точок “а”, “b”, “c” на кривих “ $\bar{q} - \bar{u}^I$ ”. Надалі форма деформування послідовно

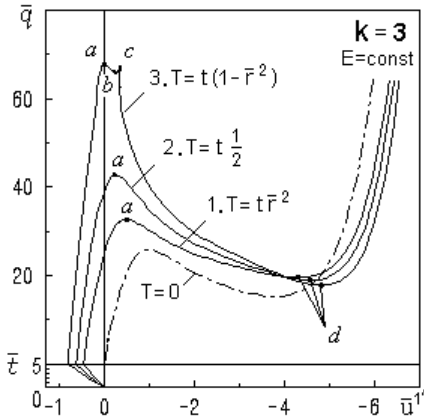


Рис. 3. Порівняння розв'язків для різних законів попереднього нагріву панелі

трансформується у форму загальної втрати стійкості оболонки (рис. 5, д), яка відповідає критичній точці “d” на діаграмі “ $\bar{q} - \bar{u}^I$ ” (рис. 3).

Таблиця 1

Порівняння розв'язків у задачах стійкості сферичних панелей ($E=\text{const}$)

№ п/п	Закон нагріву	$\bar{q}_{кр}^e, E=\text{const}$		$\Delta, \%$
		МСЕ	[11]	
1	$T = t\bar{r}^2$	32.58	35.2	-7.4
2	$T = t\frac{1}{2}$	42.64	—	—
3	$T = t(1-\bar{r}^2)$	67.76	61.8	9.6
4	$T = 0$	25.85	24.4	5.8

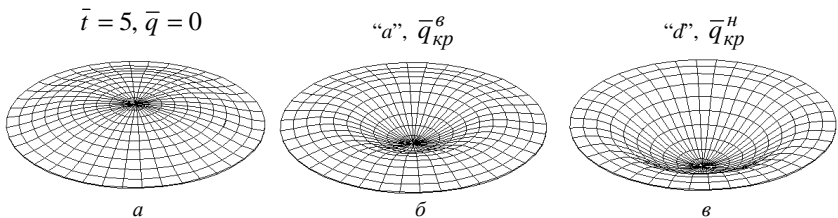


Рис. 4. Форми деформування панелі в характерних точках діаграм “вантаження-прогин” при $T = t\frac{1}{2}$ та $T = t\bar{r}^2$ ($E=\text{const}$)

$\bar{i} = 5, \bar{q} = 0$

“a”, $\bar{q}_{кр}^e$

“b”

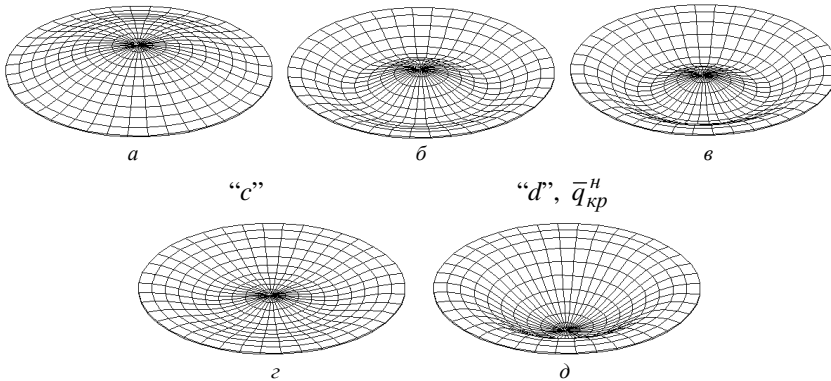


Рис. 5. Форми деформування панелі в характерних точках діаграми “навантаження-прогин” при $T = t(1 - \bar{r}^2)$ ($E = const$)

2. Стійкість панелі, властивості матеріалу якої залежать від температури.

Розроблена методика дозволяє враховувати залежність фізико-механічних параметрів матеріалів оболонки від температури, за рахунок перевизначення на кожному кроці навантаження їх технічних сталей. В якості приклада порівняні розв’язки МСЕ і роботи [11], в якій враховується залежність модуля пружності матеріалу оболонки від температури $E = E(T)$.

Залежність величини модуля пружності від температури згідно [11] прийнята в наступному вигляді

$$E(T) = E_0 \left(1 - \lambda \frac{T(\bar{r})}{t} \right), \quad (3)$$

де $\lambda = \frac{\beta t}{E_0}$, коефіцієнт $\beta = 10^3$ кг/(см²·град) [13]. При $E_0 = 2 \cdot 10^6$ кг/см²

та $t_0 = 500^\circ \text{C}$ маємо $\lambda = 0.25$.

Дослідження показали, що характер збіжності розв’язків такий самий як і в першому дослідженні ($E = const$). За достатню сітку для трьох законів попереднього нагріву (1) відповідно прийняті сітки 20×20 СЕ, 20×20 СЕ, 30×20 СЕ. Порівняння з результатами [11] показало гарний збіг діаграм для перших двох законів нагріву (рис. 6, а, б). У третьому варіанті маємо невеликий зсув діаграми МСЕ вправо (рис. 6, в). Як і вище, причина

розходження розв'язків МСЕ і [11] пояснюється різною точністю моделювання температурного навантаження. При всіх трьох законах попереднього нагріву спостерігається гарний збіг величини верхнього критичного навантаження (розбіг складає $6.3\% + 8.0\%$, табл. 2).

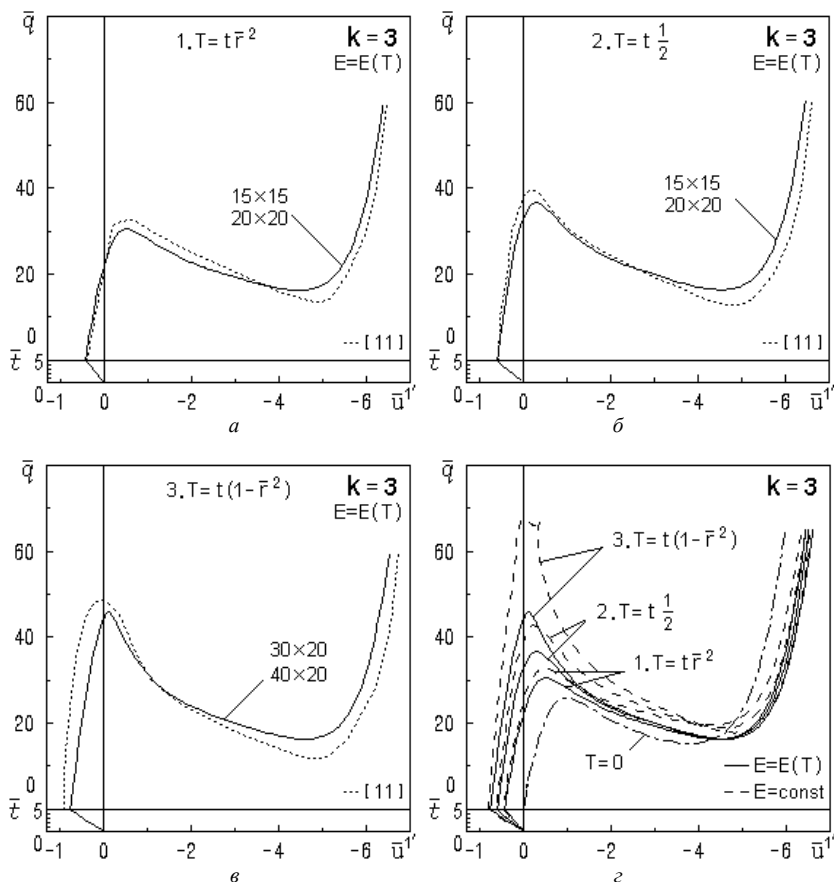


Рис.6. Діаграми “навантаження-прогин у центрі” панелі при врахуванні залежності $E=E(T)$

Дослідження показали, що характер збіжності розв'язків такий самий як і в першому дослідженні ($E=const$). За достатню сітку для трьох законів попереднього нагріву (1) відповідно прийняті сітки 20×20 СЕ, 20×20 СЕ, 30×20 СЕ. Порівняння з результатами [11] показало гарний збіг діаграм

для перших двох законів нагріву (рис. 6, а, б). У третьому варіанті маємо невеликий зсув діаграми МСЕ вправо (рис. 6, в). Як і вище причина розходження розв'язків МСЕ і [11] пояснюється різною точністю моделювання температурного навантаження. При всіх трьох законах попереднього нагріву спостерігається гарний збіг величини верхнього критичного навантаження (розбіг складає $6.3\% \div 8.0\%$, табл. 2).

Таблиця 2

Порівняння розв'язків у задачах стійкості сферичних панелей ($E=E(T)$)

№ п/п	Закон нагріву	$\bar{q}_{кр}^g, E=E(T)$		$\Delta, \%$
		МСЕ	[11]	
1	$T = t\bar{r}^2$	30.53	32.6	-6.3
2	$T = t\frac{1}{2}$	36.63	39.8	-8.0
3	$T = t(1 - \bar{r}^2)$	45.80	49.0	-6.5

Нагрів призводить до зменшення модуля пружності E і, як наслідок, до помітної різниці діаграм “навантаження-прогин” для варіантів $E=const$ та $E=E(T)$ (рис. 6, г). Величина верхнього критичного навантаження зменшилася відповідно на 6.3%, 14.1% і 32.4% (табл. 1, табл. 2).

При всіх законах попереднього нагріву для варіанта $E=E(T)$ на другому етапі навантаження оболонки тиском характерною є форма втрати стійкості з проклацуванням її центральної частини (рис. 4, б, в).

Таким чином, можна зробити висновок, що в задачах стійкості оболонок з високим рівнем температурного навантаження необхідно враховувати залежність властивостей матеріалу від температури.

1. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Нелінійні рівняння деформування тонких багатопарових поребриних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. - К.: КДТУБА. - 1998. - Вип. 64. - С. 116-127.
2. *Баженов В.А., Сахаров А.С., Соловей Н.А., Кривенко О.П., Аят Н.* Моментная схема метода конечных элементов в задачах прочности и устойчивости гибких оболочек при термосиловых воздействиях // Проблемы прочности. - 1999. - N 5. - С. 96-102.
3. *Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П.* Нелинейные уравнения МКЭ в задачах устойчивости неоднородных оболочек // Математическое моделирование в механике

- сплошных сред на основе методов граничных и конечных элементов: Доклады XVII Международной конференции. - СПб.: НИИХ СПбГУ, 1999. С. 40-44.
4. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Співвідношення моментної схеми скінченних елементів у задачах стійкості неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. К.: КНУБА, 1999. - Вип. 66. - С. 22-25.
 5. Метод конечных элементов в механике твердых тел / *А.С.Сахаров, В.Н.Кислюцкий, В.В.Киричевский и др.* - К.: Вища шк. Головное изд-во. - 1982. - 480 с.
 6. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Стійкість гладких, ребристих та послаблених вирізами гнучких пологих панелей // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. - К.: КНУБА. - 2000. - Вип. 67. - С. 92-103.
 7. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Стійкість гнучких пологих панелей ступінчато-змінної товщини // Системні технології. Математичні проблеми технічної механіки. Збірник наукових праць. - Спец. вип. - Дніпропетровськ: "Сист. тех.", 2001. - С. 7-11.
 8. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Вплив параметрів ребер на стійкість гнучких панелей // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. К.: КНУБА, 2001 р.- Вип. 69. - С. 18-24.
 9. *Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П.* Устойчивость пологих оболочек вращения линейно-переменной толщины // *Авиационно-космическая техника и технология.* - 2004. - N 2 (10). - С. 18-25.
 10. *Соловей М.О., Кривенко О.П.* Порівняльний аналіз розв'язків у задачах стійкості оболонок при різних законах нерівномірного нагріву // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. К.: КНУБА, 2002 р.- Вип. 70. - С. 104-109.
 11. *Кантор Б.Я.* Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек - Киев: Наукова думка, 1971. - 136 с.
 12. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформированных систем. - М.: Наука. - 1967. - 984 с.
 13. *Безухов Н.И. и др.* Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур. - М.: Машиностроение, 1965.

Надійшло до редакції 01.12.2006 р.