

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський національний університет будівництва і архітектури

В. І. Тарасевич, О. М. Григорчук

**ФІЗИКА КОЛИВАЛЬНИХ
І ХВИЛЬОВИХ ПРОЦЕСІВ,
ОПТИКА**

Конспект лекцій

для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
за усіма спеціальностями та формами навчання

Київ 2024

УДК 53(075)

T19

Рецензент В. Ф. Фролов, доктор технічних наук, професор

Затверджено на засіданні кафедри фізики (протокол №9 від 15 травня 2024 року)

В авторській редакції.

Тарасевич В. І.

T19 Фізика коливальних і хвильових процесів, оптика: конспект лекцій /
В. І. Тарасевич, О. М. Григорчук. – Київ : КНУБА, 2024. – 82 с.

Містить теоретичний матеріал із розділу "Фізика коливальних і хвильових процесів, оптика" загального курсу фізики.

Призначено для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за усіма спеціальностями та формами навчання.

УДК 53(075)

© В.І. Тарасевич,
О.М. Григорчук, 2024
© КНУБА, 2024

ВСТУП

Сучасні вимоги до рівня кваліфікації фахівців інженерного профілю у галузі техніки, науки та технологій передбачають наявність у випускника закладу вищої освіти чітко сформованого наукового світогляду на засадах сучасної фізичної картини світу, здатності до критичного мислення.

Основною метою курсу фізики для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти є формування у майбутніх спеціалістів знань про явища та процеси, які відбуваються у навколишньому світі і пояснюються фундаментальними законами та теоретичної бази для вивчення загально-технічних та спеціальних освітніх компонент. Предметом вивчення фізики є найбільш загальні закономірності руху матерії, її властивості та будову.

Невід'ємною складовою курсу фізики є коливальні та хвильові процеси і оптика, де розглядаються різновиди коливань та хвиль, елементи оптики. Поширеність процесів, що відбуваються періодично, у неживій і живій природі, починаючи від явищ мікросвіту і закінчуючи явищами, що керують поведінкою зоряних систем і цілих галактик, надзвичайно широкий спектр застосування у техніці, науці та технологіях зумовлюють велике значення цього розділу в загальному курсі фізики.

Конспект лекцій є стислим викладенням теоретичного матеріалу курсу фізики, запропонованого здобувачам за усіма спеціальностями та формами навчання. У ньому коротко розглянуто різновиди коливань, умови, за яких вони виникають, наведено їхній математичний опис, вводяться і тлумачаться основні величини, що характеризують ці процеси; розглянуто хвильові процеси, наведено їхні основні характеристики, сформульовано основні поняття, за допомогою яких відбувається опис і класифікація хвиль, записано основні рівняння, що описують хвилі.

Пропонований конспект лекцій орієнтований на студентів усіх спеціальностей і форм навчання та буде корисним під час підготовки студентів до лабораторних та практичних занять, для самостійного вивчення матеріалу та виконання домашніх завдань.

Лекція №1

ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ. МЕХАНІЧНІ ТА ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАЛЬНІ СИСТЕМИ

1.1. Гармонічні коливання та їх характеристики

Коливаннями називаються процеси, що відрізняються тим чи іншим ступенем повторюваності. Така повторюваність властива, наприклад, коливанням маятника годинника, коливанням струн, зміні напруги між обкладинками конденсатора в контурі радіоприймача тощо.

Залежно від фізичної природи коливального процесу розрізняють коливання: механічні, електромеханічні, електромагнітні, тощо.

Залежно від характеру дії на коливальну систему розрізняють вільні (або власні), вимушені, параметричні та автоколивання.

Коливання називаються вільними (або власними), якщо вони здійснюються завдяки початковій наданій енергії при відсутності подальшої зовнішньої дії на коливальну систему.

Вимушеними називаються такі коливання, у процесі яких на коливальну систему діє зовнішня періодична сила.

Автоколивання, як і вимушені коливання, супроводжуються дією на коливальну систему зовнішньої сили, однак зовнішня сила діє тоді, коли це дозволяє сама автоколивальна система.

При параметричних коливаннях за рахунок зовнішньої дії відбувається періодична зміна якогось параметра системи, наприклад, довжини нитки, до якої підвішена кулька, що здійснює коливання.

Коливальний рух називається періодичним, якщо значення фізичних величин, які змінюються в процесі коливань, повторюються через однакові проміжки часу.

Найпростішим типом періодичних коливань є так звані гармонічні коливання.

Гармонічними називаються коливання, при яких коливальна фізична величина S (наприклад, відхилення маятника) змінюється з часом за законом синуса або косинуса.

$$S(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.1a)$$

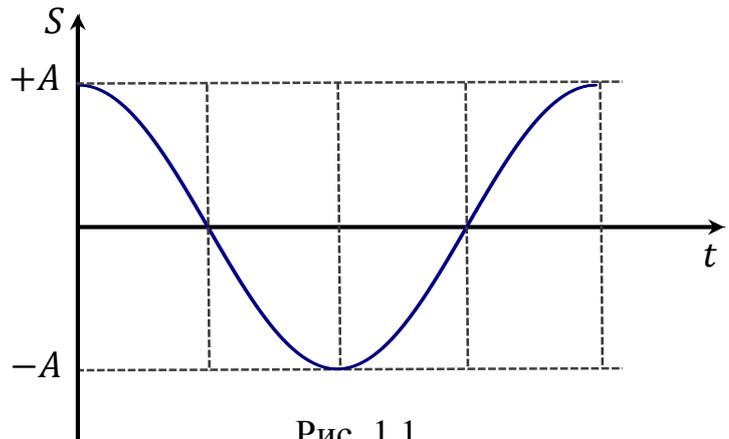
або

$$S(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_{01}), \quad (1.1б)$$

де $\varphi_{01} = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$.

Графік гармонічного коливання, тобто графік функції (1.1а), показано на рис.1.1.

Величина A , що дорівнює максимальному значенню коливальної величини S , називається *амплітудою коливань*. Вираз $\varphi(t) = \omega_0 t + \varphi_0$, що стоїть під знаком косинуса,



визначає значення величини S у даний момент часу t і називається *фазою коливань*. В момент початку відліку часу ($t = 0$) фаза коливань дорівнює φ_0 , тому величина φ_0 називається *початковою фазою* коливань.

Періодом коливань називається той найменший проміжок часу T , після проходження якого повторюються значення всіх фізичних величин, що характеризують коливання. За час T здійснюється одне повне коливання.

Частотою коливань ν називається число коливань, що виконуються за одиницю часу:

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1.2)$$

За одиницю частоти приймається частота такого коливання, період якого дорівнює 1 с. Цю одиницю називають герц (Гц).

З означення періоду коливань T і (1.1) випливає, що за час T фаза коливань змінюється на 2π рад і це найменша зміна фази, при якій одночасно повторюються S , і як далі з'ясуємо, швидкість і прискорення.

Отже,

$$\omega_0(t + T) + \varphi_0 = (\omega_0 t + \varphi_0) + 2\pi. \quad (1.3)$$

Звідки

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (1.4)$$

Величина ω_0 , що входить до виразу для фази коливань називається *циклічною (або коловою) частотою коливань*.

Порівнюючи формули (1.2) і (1.4), знаходимо, що

$$\omega_0 = 2\pi\nu. \quad (1.5)$$

Отже, циклічна частота ω_0 чисельно дорівнює числу коливань, що здійснюються за 2π секунд.

Знайдемо диференціальне рівняння гармонічних коливань. Для цього знайдемо спочатку швидкість і прискорення для матеріальної точки, що здійснює прямолінійні гармонічні коливання. Вирази для числових значень швидкості й прискорення можна знайти звичайним диференціюванням виразу (1.1а).

$$v = \frac{dS}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right); \quad (1.6)$$

$$a = \frac{d^2S}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi), \quad (1.7)$$

де $A\omega_0$ - амплітуда швидкості, $A\omega_0^2$ - амплітуда прискорення.

Залежність S , v і a від часу t за формулами (1.1), (1.6) і (1.7) подано графічно на рис.1.2, причому для спрощення прийнято, що $\varphi_0 = 0$.

З формул (1.1), (1.6) і (1.7) можна зробити такі висновки:

а) зміщення, швидкість і прискорення точки, що гармонічно коливається, є періодичними функціями часу з однаковими періодами T ;

б) швидкість точки, що коливається, максимальна і за абсолютною величиною дорівнює амплітуді швидкості в момент проходження точки через положення рівноваги ($S = 0$). Для максимальних зміщень ($S = \pm A$) швидкість дорівнює нулю. Швидкість завжди напрямлена в бік руху;

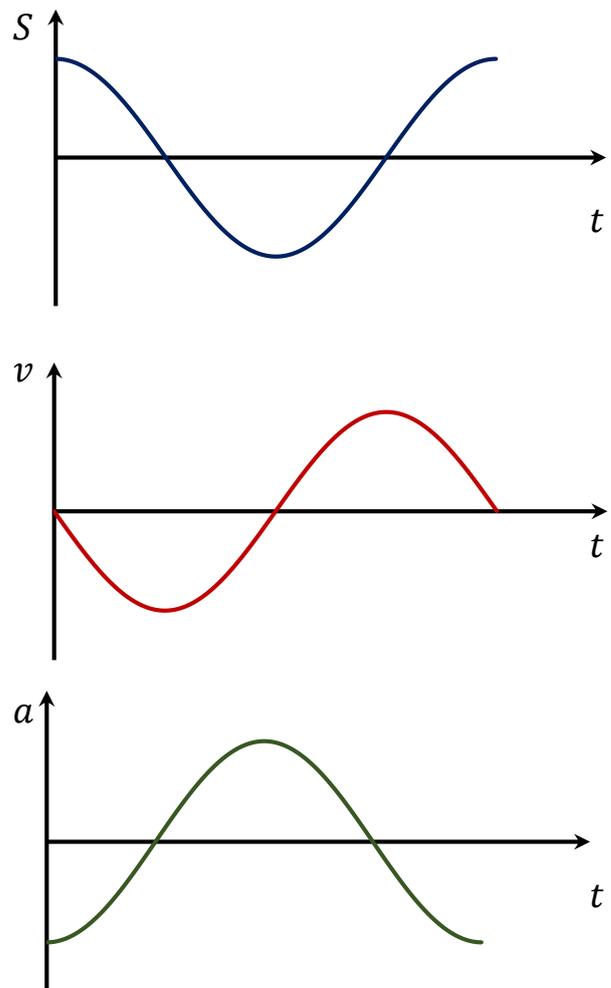


Рис. 1.2

в) прискорення дорівнює нулю при проходженні коливної точки через положення рівноваги і досягає максимальних за абсолютною величиною значень, які дорівнюють амплітуді прискорення, при найбільших зміщеннях. Прискорення завжди напрямлене до положення рівноваги. Швидкість випереджає зміщення за фазою на $\frac{\pi}{2}$. Прискорення у свою чергу випереджає швидкість за фазою на $\frac{\pi}{2}$.

Враховуючи, що $S(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ із рівняння (1.7) випливає диференціальне рівняння гармонічних коливань:

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + \omega_0^2 S = 0. \quad (1.8)$$

Розв'язком цього рівняння є вираз (1.1а).

Другий закон Ньютона дає змогу в загальному вигляді записати зв'язок між силою та прискоренням для прямолінійних гармонічних коливань матеріальної точки з масою m . Підставляючи в рівняння другого закону Ньютона вираз (1.7) для прискорення при гармонічних коливаннях знайдемо:

$$F = ma = m \frac{d^2 S}{dt^2} = -mA\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -mA\omega_0^2 S. \quad (1.9)$$

Прикладом сил, що задовольняють співвідношенню (1.9), є вже розглянуті у механіці пружні сили. Сили F , що мають іншу природу, ніж пружні сили, але також задовольняють умові (1.9), називаються *квазіпружними*:

$$F = -kx, \quad (1.10)$$

де $k = m\omega_0^2$ – коефіцієнт квазіпружної сили.

Зважаючи на це, гармонічні коливання можна визначити, як рух спричинений силою, що змінюється пропорційно відхиленню тіла від положення рівноваги, тобто під дією квазіпружної сили.

1.2. Перетворення енергії при гармонічних коливаннях

Кінетична енергія матеріальної точки, що здійснює прямолінійні гармонічні коливання, дорівнює

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.11)$$

або

$$W_k = \frac{mA^2\omega_0^2}{4} [1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)]. \quad (1.12)$$

Потенціальна енергія матеріальної точки, що здійснює гармонічні коливання під дією квазіпружної сили, дорівнює

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.13)$$

або

$$W_{\text{п}} = \frac{mA^2\omega_0^2}{4} [1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi_0)]. \quad (1.14)$$

Додавши рівняння (1.11) і (1.13), дістанемо такий вираз для повної енергії:

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}. \quad (1.15)$$

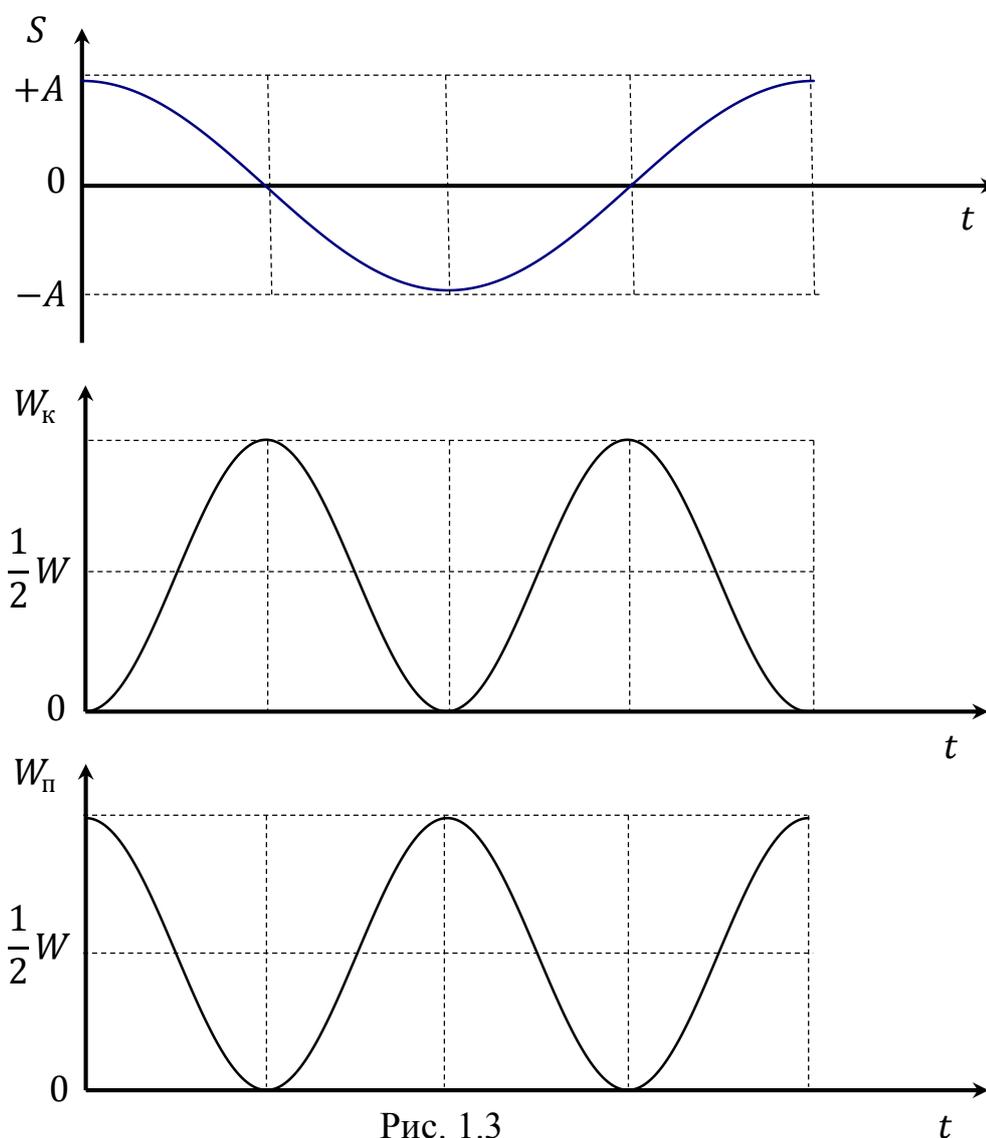


Рис. 1.3

Повна механічна енергія системи, що здійснює гармонічні коливання, не залежить від часу, оскільки виконується закон збереження механічної енергії, бо квазіпружна сила є консервативною.

З формул (1.12) і (1.14) випливає, що W_K і W_{II} змінюються з частотою $2\omega_0$, тобто з частотою, яка удвічі перевищує частоту гармонічного коливання. На рис.1.3. наведені графіки залежності x , W_K і W_{II} від часу. Оскільки, $\langle \sin^2 \alpha \rangle = \langle \cos^2 \alpha \rangle = \langle \frac{1}{2} \rangle$, то з формул (1.11), (1.13) і (1.15) випливає, що $\langle W_K \rangle = \langle W_{II} \rangle = \langle \frac{1}{2} W \rangle$.

1.3. Додавання коливань. Биття. Фігури Ліссажу

У фізиці часто застосовується метод, в якому коливальну величину подають комплексним числом. Згідно формули Ейлера, для комплексних чисел

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha,$$

де $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця. Тому рівняння гармонічного коливання (1.1) можна записати в експоненціальній формі:

$$\tilde{S} = A e^{i(\omega_0 t + \varphi_0)}. \quad (1.16)$$

Дійсна частина виразу (1.16)

$$R_e(\tilde{S}) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = S$$

являє собою гармонічне коливання. Позначення R_e дійсної частини домовились не писати і (1.16) записують у вигляді

$$S = A e^{i(\omega_0 t + \varphi_0)}.$$

Гармонічні коливання подають графічно *методом векторних діаграм* (метод вектора амплітуди, який обертається зі швидкістю ω_0). З довільної точки O (рис.1.4), обраної осі x , під кутом φ , що дорівнює початковій фазі коливань, відкладають вектор \vec{A} , модуль якого дорівнює амплітуді A розглядуваних коливань. Якщо цей вектор привести в обертання з кутовою швидкістю

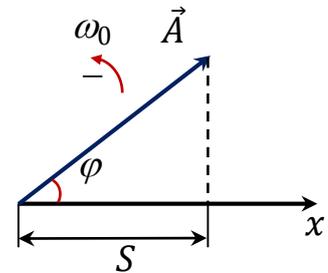


Рис.1.4

ω_0 , то проєкція кінця вектора буде переміщуватися по осі x і приймати значення від $-A$ до $+A$, а коливальна величина буде змінюватись за законом:

$$S = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Додавання гармонічних коливань, напрямлених уздовж однієї прямої

Нехай точка одночасно бере участь у двох гармонічних коливаннях однакової частоти, напрямлених уздовж однієї прямої. Ці коливання зручно

додавати, користуючись методом векторних діаграм. Нехай коливання визначаються рівняннями:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}); \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}). \end{aligned} \quad (1.17)$$

Побудуємо векторні діаграми цих коливань (рис.1.5). Вектори \vec{A}_1 й \vec{A}_2 обертаються проти годинникової стрілки з однаковою кутовою швидкістю ω_0 , тому кут $\varphi_2 - \varphi_1$ між ними весь час залишається незмінним. Результуюче коливання можна подати вектором амплітуди \vec{A} , що дорівнює сумі векторів \vec{A}_1 й \vec{A}_2 :

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$$

і обертається навколо точки О з тією самою кутовою швидкістю ω_0 , що й вектори \vec{A}_1 й \vec{A}_2 . Результуюче коливання описується рівнянням:

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де A – амплітуда результуючих коливань, а φ_0 – їхня початкова фаза.

Із рис.1.5 видно, що квадрат амплітуди результуючого коливання дорівнює:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (1.18)$$

а початкова фаза φ визначається із співвідношення:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (1.19)$$

З виразу (1.18) випливає, що амплітуда A результуючого коливання залежить від різниці фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ коливань, що додаються. Проаналізуємо вираз (1.18) у залежності від різниці фаз:

- 1) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2\pi n$, де $n = 0, 1, 2, \dots$.

Тоді $A = A_1 + A_2$.

- 2) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm (2n + 1)\pi$, де $n = 0, 1, 2, \dots$.

Тоді $A = |A_1 - A_2|$.

Якщо амплітуди двох гармонічних коливань, напрямлених уздовж однієї прямої, однакові, а їх частоти мало відрізняються одна від одної, то в результаті додавання цих коливань виходить коливання з періодично змінною амплітудою. Таке коливання називається *биттям*.

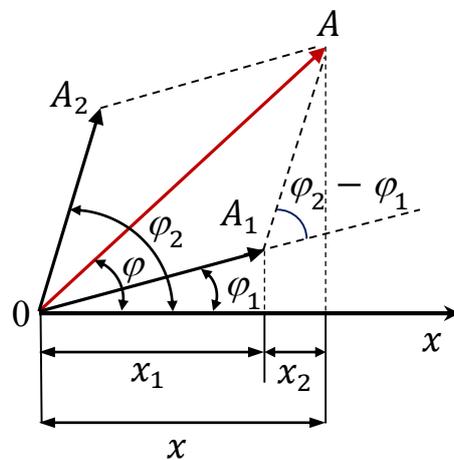


Рис.1.5

Нехай амплітуди обох коливань дорівнюють A , а частоти дорівнюють ω_0 і $\omega_0 + \Delta\omega$, причому $\Delta\omega \ll \omega_0$. Виберемо момент початку відліку часу так, щоб початкові фази обох коливань дорівнювали нулю:

$$\begin{aligned}x_1 &= A \cos(\omega_0 t); \\x_2 &= A \cos(\omega_0 + \Delta\omega)t.\end{aligned}$$

Додаючи ці вирази і, враховуючи, що в другому множнику $\frac{\Delta\omega}{2} \ll \omega_0$, одержимо:

$$x = (2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t) \cos \omega_0 t. \quad (1.20)$$

Результуюче коливання x можна розглядати як гармонічне з частотою ω_0 , амплітуда A_6 якого змінюється за таким законом:

$$A_6 = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right|. \quad (1.21)$$

Період биття

$$T_6 = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$

Частота пульсацій амплітуди (частота биття) дорівнює різниці частот коливань, що додаються. Характер залежності (1.20) показано на рис.1.6, де суцільна лінія дає графік результуючого коливання (1.20), а огинаюча показує, як згідно виразу (1.21) змінюється з часом амплітуда результуючого коливання.

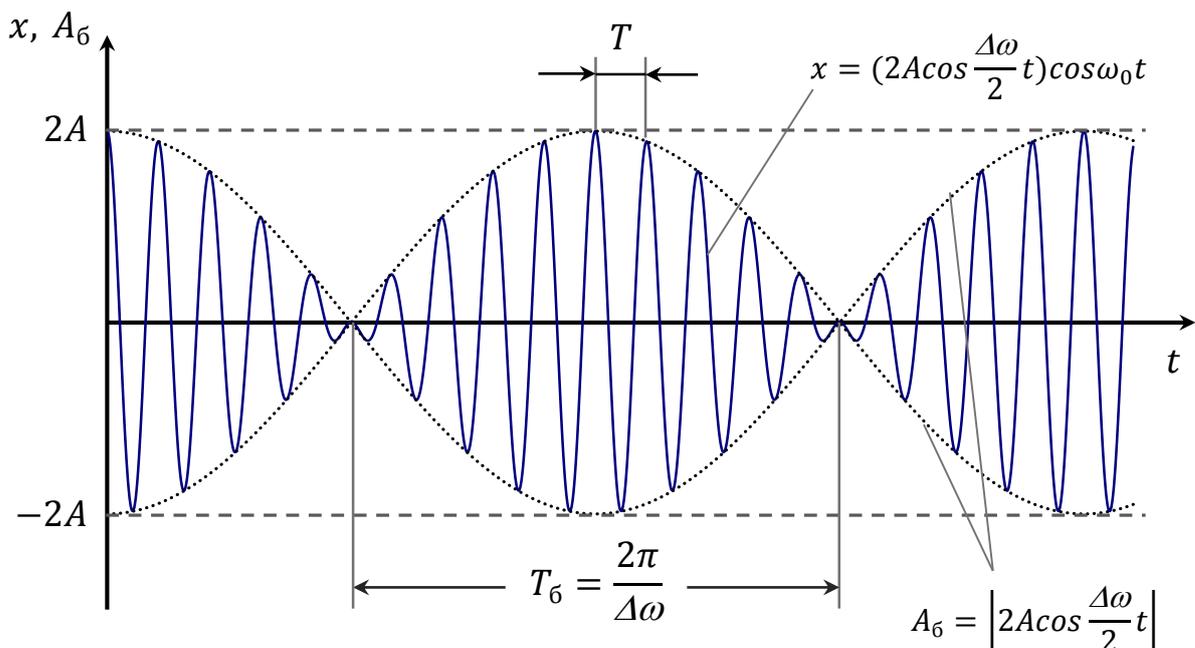


Рис.1.6

Додавання взаємно перпендикулярних коливань

Нехай матеріальна точка одночасно бере участь у двох гармонічних коливаннях, що здійснюються у двох взаємно перпендикулярних напрямках. Виберемо момент початку відліку часу так, щоб початкова фаза першого коливання дорівнювала нулю:

$$\begin{aligned} x &= A \cos \omega_0 t; \\ y &= B \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \end{aligned} \quad (1.22)$$

де $\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi_0$ – різниця початкових фаз обох коливань, A і B – амплітуди цих коливань.

Рівняння траєкторії результуючого коливання можна знайти, виключивши з (1.22) час t . В результаті отримаємо рівняння еліпса, осі якого орієнтовані відносно координатних осей довільним чином:

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \varphi_0 + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2 \varphi_0.$$

Орієнтація осей еліпса і його розмір залежать від амплітуд обох коливань та різниці фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$. Розглянемо кілька окремих випадків:

1) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi$, де $m = 0, 1, 2, \dots$.

У даному випадку еліпс вироджується у відрізок прямої

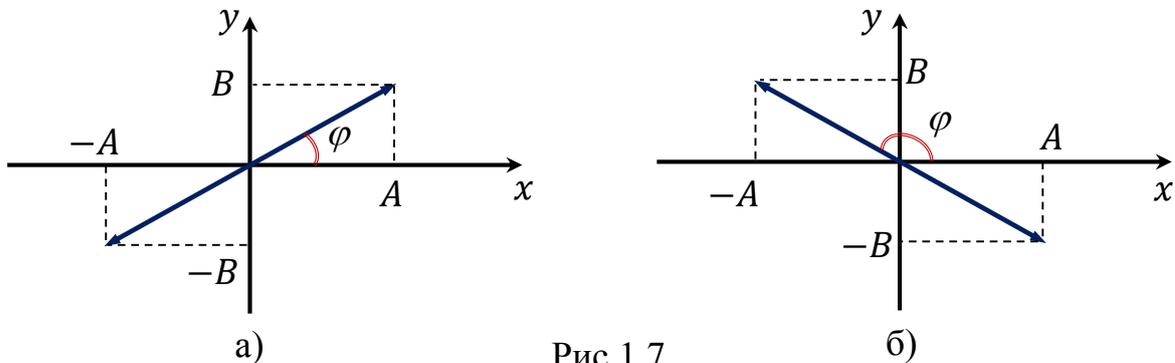


Рис.1.7

$$y = \pm \frac{B}{A} x, \quad (1.23)$$

де знак плюс відповідає нулю і парним значенням m (рис.1.7.[a]), а знак мінус – непарним значенням m (рис.1.7.[б]). Результуюче коливання є гармонічним коливанням із частотою ω_0 і амплітудою $\sqrt{A^2 + B^2}$, що здійснюється вздовж прямої (1.23), яка утворює з віссю x кут

$$\varphi = \arctg\left(\frac{B}{A} \cos m\pi\right).$$

2) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2m + 1)\frac{\pi}{2}$, де $m = 0, 1, 2, \dots$.

В даному випадку рівняння (1.23) має вигляд

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$

Це рівняння еліпса, осі якого співпадають з осями координат, а його півосі дорівнюють відповідним амплітудам. Такі коливання називаються *еліптично поляризованими*. Якщо амплітуди обох коливань однакові ($A = B$), то точка рухається по колу. Такі коливання називаються *циркулярно поляризованими*.

Різні криві, що їх дістають при додаванні взаємно перпендикулярних коливань різної частоти, прийнято називати *фігурами Ліссажу*. Форма цих кривих залежить від співвідношення амплітуд, частот і початкових фаз коливань. Тому в найпростіших випадках частоти двох взаємно перпендикулярних гармонічних коливань можна порівнювати за формою фігур Ліссажу.

1.4. Механічні коливальні системи. Пружинний, математичний та фізичний маятники.

Гармонічним осцилятором називається система, яка здійснює коливання, що описуються рівнянням:

$$\ddot{S} + \omega_0^2 S = 0. \quad (1.24)$$

Прикладами механічного гармонічного осцилятора можуть бути пружинний, математичний і фізичний маятники.

Пружинний маятник

Пружинний маятник – вантаж масою m , який підвішений на абсолютно пружній пружині та здійснює гармонічні коливання під дією пружної сили $F = -kx$, де k – коефіцієнт пружності. Рівняння руху маятника:

$$m\ddot{x} = -kx,$$

або

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (1.25)$$

Уводячи позначення $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, перетворимо рівняння (1.25) таким чином:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (1.26)$$

З виразу (1.26) та (1.1а) випливає, що пружинний маятник здійснює гармонічні коливання за законом $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ із циклічною частотою

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.27)$$

та періодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (1.28)$$

Математичний маятник

Математичним маятником називається матеріальна точка, підвішена на невагомій і нерозтяжній нитці. На практиці математичним маятником можна вважати важке тіло, підвішене на легенькій нитці, довжина якої набагато більша, ніж розміри тіла.

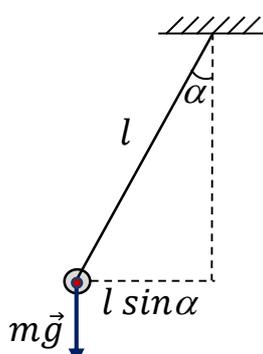


Рис. 1.8

Відхилення маятника від положення рівноваги будемо характеризувати кутом α , що утворений ниткою із вертикаллю (рис. 1.8). При відхиленні маятника від положення рівноваги виникає обертаючий момент $M = mgl \sin \alpha$, де m – маса, l – довжина маятника. Він має такий напрям, що прагне повернути маятник до положення рівноваги, і подібний у цьому відношенні до повертаючої сили. Оскільки момент сили прагне зменшити кут α , то він має відносно кута протилежний

знак і тому вираз для обертаючого моменту має вигляд

$$M = -mgl \sin \alpha. \quad (1.29)$$

Запишемо для маятника рівняння динаміки оберտального руху. Позначивши кутове прискорення через $\ddot{\alpha}$ і, враховуючи, що момент інерції маятника дорівнює ml^2 , отримаємо:

$$ml^2 \ddot{\alpha} = -mgl \sin \alpha,$$

або

$$\ddot{\alpha} + \frac{g}{l} \sin \alpha = 0. \quad (1.30)$$

Обмежимося розглядом малих коливань. У цьому випадку можна вважати $\sin \alpha \approx \alpha$. Ввівши, окрім того, позначення:

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \quad (1.31)$$

отримаємо рівняння:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0, \quad (1.32)$$

яке ідентичне рівнянню (1.24). Його розв'язок має вигляд:

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.33)$$

Отже, при малих коливаннях кутове відхилення математичного маятника змінюється з часом за гармонічним законом.

Частота коливань (1.31) математичного маятника залежить лише від довжини маятника та від гравітаційного прискорення і не залежить від маси маятника. За формулою (1.4) із урахуванням (1.31) отримаємо вираз для періоду коливань математичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (1.34)$$

Період малих коливань математичного маятника не залежить від амплітуди коливань.

Можна довести, що в загальному випадку (розв'язок рівняння (1.30)) період коливань математичного маятника визначається формулою:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} + \left(\frac{13}{24}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha_0}{2} + \dots \right\},$$

де α_0 – максимальний кут відхилення маятника.

Якщо $\alpha = 15^\circ$, то відносна похибка для обчислення періоду коливань за формулою (1.34) менша 0,5 %.

Фізичний маятник

Фізичним маятником називається абсолютно тверде тіло, що здійснює коливання під дією власної ваги навколо горизонтальної осі, яка не проходить через його центр ваги.

При відхиленні маятника від положення рівноваги на кут α виникає обертаючий момент, що прагне повернути маятник у положення рівноваги. Цей момент дорівнює:

$$M = -mgl \sin \alpha,$$

де m – маса маятника, l – відстань між точкою підвісу O і центром мас C маятника (рис.1.9). Знак "-" має той самий зміст, що й у випадку формули (1.29). Щоб знайти залежність кута повороту α від часу, скористаємось основним законом динаміки для тіла, яке обертається навколо нерухомої осі:

$$I\ddot{\alpha} = -mgl \sin \alpha,$$

або

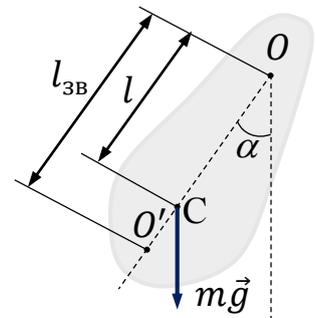


Рис. 1.9

$$I\ddot{\alpha} + mgl \sin\alpha = 0, \quad (1.35)$$

де I – момент інерції маятника відносно осі O . У випадку малих коливань (1.35) переходить у рівняння:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0. \quad (1.36)$$

Через ω_0^2 позначена в даному випадку така величина:

$$\omega_0^2 = \frac{mgl}{I}. \quad (1.37)$$

З рівнянь (1.36) і (1.37) випливає, що при малих відхиленнях від положення рівноваги фізичний маятник здійснює гармонічні коливання, частота яких залежить від маси маятника, моменту інерції маятника відносно осі обертання й відстані між віссю обертання та центром мас маятника. *Період коливань фізичного маятника визначається формулою*

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}. \quad (1.38)$$

Зведеною довжиною фізичного маятника називається довжина такого математичного маятника, який коливається синхронно з фізичним, тобто має однаковий з ним період коливань. Щоб знайти зведену довжину $l_{зв}$, прирівняємо праві частини формул (1.34) і (1.38):

$$2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{зв}}{g}}.$$

Звідки

$$l_{зв} = \frac{I}{ml}. \quad (1.39)$$

Точка O' (рис.1.9), що лежить на продовженні прямої OC на відстані $l_{зв}$ від осі обертання O , називається *центром коливань маятника*. Період коливань будь-якого фізичного маятника залишається незмінним, коли вісь обертання переноситься в центр коливань.

1.5. Електричний коливальний контур

*Електричні коливання можуть виникати в колі, яке складається із послідовно з'єднаних конденсатора ємністю C , котушки з індуктивністю L , електричного опору R . Таке коло називається *електричним коливальним контуром**

Розглянемо послідовні стадії коливального процесу в ідеалізованому контурі з активним опором, який дорівнює нулю ($R = 0$). Для збудження в

контурі коливаний конденсатор попередньо заряджають, надаючи його обкладинкам заряд q . Тоді в початковий момент часу $t = 0$ (рис. 1.10) між обкладинками конденсатора виникає електричне поле, енергія якого дорівнює $W_E = \frac{q^2}{2C}$. Якщо замкнути конденсатор на котушку індуктивності, то він почне розряджатися, і в контурі потече струм I , що з часом зростатиме.

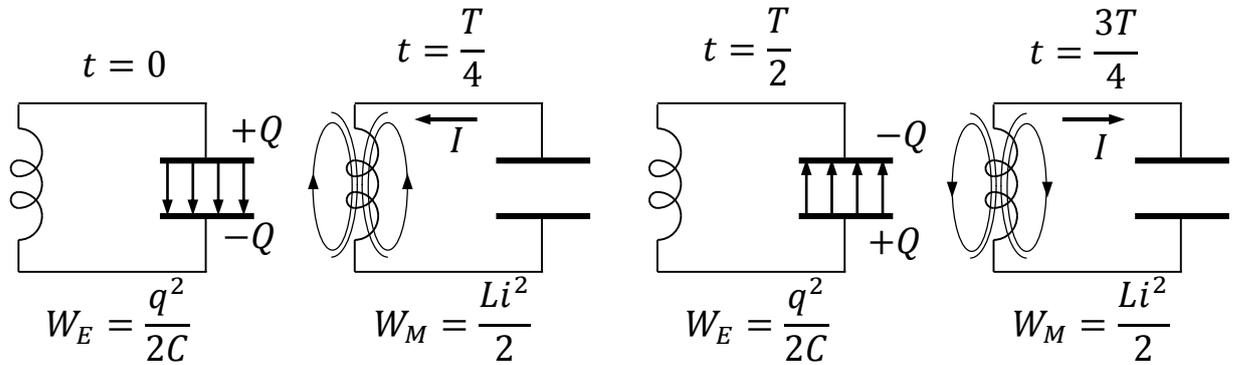


Рис. 1.10 (а)

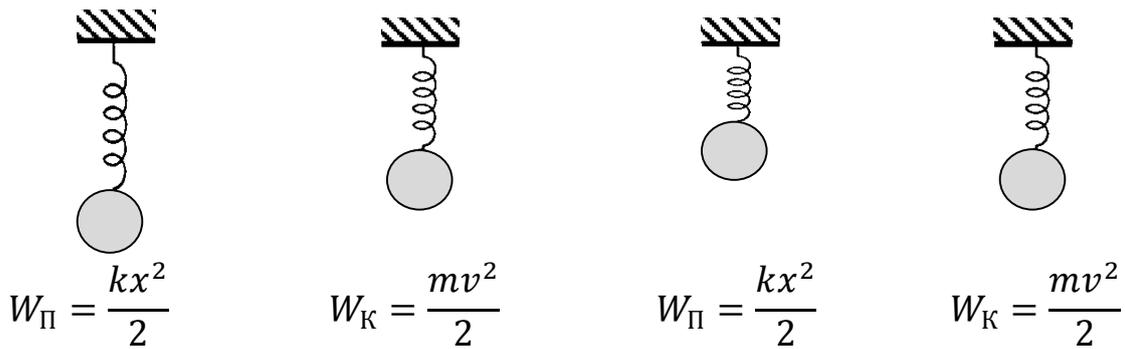


Рис. 1.10 (б)

У результаті явища самоіндукції у котушці індуктивності наводиться ЕРС самоіндукції. Вона напрямлена проти струму, тому розряд конденсатора уповільнюється. На момент повної розрядки конденсатора струм у котушці індуктивності досягне максимуму. Оскільки $R = 0$, то втрати відсутні: в цей момент енергія магнітного поля $W_M = \frac{Li^2}{2}$ точно дорівнює початковій енергії зарядженого конденсатора. Далі струм у контурі почне заряджати конденсатор, причому напрямок електростатичного поля протилежний початковому. Унаслідок заряджання конденсатора струм почне спадати, але тепер ЕРС самоіндукції напрямлена так, як й струм, а тому процес спадання струму уповільнюється. Через час $t = \frac{T}{2}$ струм спаде до нуля, а конденсатор перезарядиться. Далі конденсатор почне розряджатись і процес піде у зворотному напрямі. У ході процесу періодично змінюються (тобто

коливаються) заряд на обкладинках, напруга на конденсаторі й сила струму, що протікає через котушку індуктивності. Коливання супроводжуються взаємними перетвореннями енергій електричного й магнітного полів.

На рис. 1.10 (б) електричним коливанням у контурі співставлені механічні коливання маятника. Із порівняння електричних і механічних коливань випливає, що індуктивність L відіграє роль маси m , величина обернена ємності $1/C$ – роль коефіцієнта квазіпружної сили, заряд q відповідає зміщенню маятника із положення рівноваги, а сила струму $i = \dot{q}$ – швидкості $v = \dot{x}$. Енергія електричного поля $\frac{q^2}{2C}$ аналогічна потенціальній енергії пружної деформації $\frac{kx^2}{2}$, енергія магнітного поля $\frac{Li^2}{2}$ аналогічна кінетичній енергії $\frac{mv^2}{2}$. Як буде показано нижче, аналогія між електричними й механічними коливаннями поширюється і на математичні рівняння, які їх описують.

При розгляді електричних коливань доводиться мати справу із струмами, що змінюються з часом. Закон Ома та правила Кірхгофа, які були встановлені для постійного струму, будуть справедливими й для миттєвих значень струму й напруги, якщо їх зміна відбувається не дуже швидко. Електромагнітні збурення поширюються у колі зі швидкістю, яка дорівнює швидкості світла. Тому, якщо лінійні розміри контуру L незначні ($L \ll c/\nu$, де ν – частота коливань у контурі, c – швидкість світла), то можна вважати, що у кожний момент часу t сила струму в усіх перерізах контуру однакова. Струми, що задовольняють такій умові, називаються квазістаціонарними. Миттєві значення квазістаціонарних струмів підлягають закону Ома. Отже, для них справедливими є й правила Кірхгофа. Надалі при вивченні електричних коливань ми будемо вважати, що розглядувані нами струми квазістаціонарні.

Знайдемо рівняння коливань у контурі без активного опору. Домовимось вважати додатнім струм, який заряджає конденсатор (рис.1.11). Запишемо для кола 1–3–2 закон Ома:

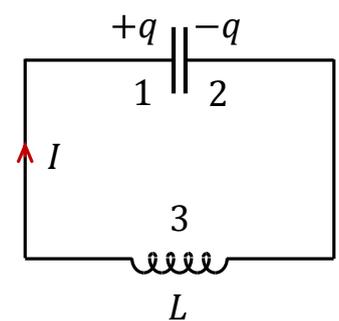


Рис.1.11

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}, \quad (1.40)$$

де R – електричний опір коливального контуру, який дорівнює нулю;

$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{q}{C}$ – різниця потенціалів на обкладинках конденсатора;

$\varepsilon_{12} = \varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}$ – ЕРС самоіндукції, яка виникає котушці при проходженні у її витках змінного струму.

Отже,

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} q = 0. \quad (1.41)$$

Поділивши (1.41) на L і підставивши $I = \dot{q}$ та $\frac{dI}{dt} = \ddot{q}$, отримаємо

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (1.42)$$

Якщо ввести позначення:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1.43)$$

то рівняння (1.42) набуває вигляду:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (1.44)$$

Отже, диференціальне рівняння (1.44) коливань заряду в контурі за своєю математичною формою ідентичне до диференціальних рівнянь, що описують механічні коливання. Розв'язком диференціального рівняння (1.44) є функція:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (1.45)$$

Таким чином, заряд на обкладинках конденсатора змінюється за гармонічним законом із частотою ω_0 , що визначається формулою (1.44). Ця частота називається власною частотою контура (вона відповідає власній частоті гармонічного осцилятора). Період коливань визначається так званою формулою Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (1.46)$$

Напруга на конденсаторі відрізняється від заряду множником $\frac{1}{C}$:

$$U = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1.47)$$

де $U_m = \frac{q_m}{C}$ – амплітуда напруги.

Узявши похідну від функції (1.45) по часу, знайдемо вираз для сили струму:

$$I = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \quad (1.48)$$

де $I_m = \omega_0 q_m$ – амплітуда сили струму.

Співставлення формул (1.45), (1.47) і (1.48) показує, що коливання струму I випереджають по фазі коливання заряду q (а також напруги U) на $\frac{\pi}{2}$, тобто, коли струм досягає максимального значення, то заряд і напруга рівні нулю, і навпаки.

Лекція №2

ЗАГАСАЮЧІ ТА ВИМУШЕНІ МЕХАНІЧНІ ТА ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ

2.1. Диференціальне рівняння вільних загасаючих коливань і його розв'язок. Характеристики загасання. Аперіодичні процеси

Згасанням коливань називається поступове спадання амплітуди коливань з плином часу, яке обумовлене втратою енергії коливальної системи. Вільні коливання реальних систем завжди згасають. Згасання вільних механічних коливань обумовлені, головним чином, тертям і збудженням в оточуючому середовищі пружних хвиль. Згасання в електричних коливальних системах обумовлені тепловими втратами у провідниках, втратами енергії на випромінювання електромагнітних хвиль, а також тепловими втратами у діелектриках і феромагнетиках унаслідок електричного й магнітного гістерезису.

Закон згасання коливань залежить від властивостей коливальної системи. Система називається *лінійною*, якщо параметри, що визначають фізичні властивості системи, не змінюються в ході процесу. Лінійними коливальними системами є, наприклад, пружинний маятник при малих деформаціях пружини (коли виконується закон Гука). Електричний коливальний контур можна вважати лінійним, якщо його індуктивність, ємність та опір не залежать ні від сили струму в контурі, ні від напруги. У більшості випадків реальні коливальні системи досить близькі за своїми властивостями до лінійних. Різні за своєю природою лінійні системи описуються ідентичними лінійними диференціальними рівняннями, що дозволяє підходити до вивчення коливань різної фізичної природи з єдиної точки зору.

Диференціальне рівняння вільних загасаючих коливань лінійної системи має вигляд:

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\beta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = 0, \quad (2.1)$$

де S – коливальна величина, що описує той або інший коливальний процес, $\beta = \text{const} > 0$ – коефіцієнт згасання, ω_0 – частота вільних незгасаючих

коливань тієї ж коливальної системи, тобто при $\beta = 0$ (при відсутності втрат енергії) називається *власною частотою* коливальної системи.

Будемо шукати розв'язок рівняння (2.1) у вигляді:

$$S = e^{-\beta t} u, \quad (2.2)$$

де $u = u(t)$.

Узявши похідну від (3.2) по t , знайдемо першу \dot{S} та другу \ddot{S} похідні:

$$\dot{S} = -\beta e^{-\beta t} u + e^{-\beta t} \dot{u}; \quad (2.3)$$

$$\ddot{S} = \beta^2 e^{-\beta t} u - 2\beta e^{-\beta t} \dot{u} + e^{-\beta t} \ddot{u}. \quad (2.4)$$

Після підстановки виразів (2.2), (2.3) і (2.4) у рівняння (2.1) і, скорочуючи на відмінний від нуля множник $e^{-\beta t}$, отримаємо диференціальне рівняння:

$$\ddot{u} + (\omega_0^2 - \beta^2)u = 0. \quad (2.5)$$

Розв'язок рівняння (2.5) залежить від знаку коефіцієнта, що стоїть при u . Розглянемо випадок, коли цей коефіцієнт додатний.

Уведемо позначення: $\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$.

Тоді рівняння (2.5) матиме вигляд: $\ddot{u} + \omega^2 u = 0$, розв'язком якого є функція: $u = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Таким чином, у випадку малого опору середовища ($\beta \ll \omega_0$) розв'язком рівняння (2.1) є функція:

$$S = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0); \quad (2.6)$$

$$A = A_0 e^{-\beta t}. \quad (2.7)$$

Вираз (2.7) називається *амплітудою згасаючих коливань*, де A_0 – початкова амплітуда. Початкове зміщення S_0 залежить не лише від A_0 , а також і від початкової фази φ_0 :

$$S_0 = A_0 \cos \varphi_0.$$

Величина ω називається *частотою згасаючих коливань*:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}. \quad (2.8)$$

Графік функції (2.6) показано на рис. 2.1 суцільною лінією, а (2.7) – пунктирними лініями.

Згасаючі коливання – неперіодичні коливання, бо в них ніколи не повторюються, наприклад, максимальні значення зміщення, швидкості і прискорення. Однак, якщо згасання мале, то можна користуватись поняттям періоду як проміжку часу між двома послідовними максимальними (або мінімальними) значеннями коливальної фізичної величини (рис.2.1).

Тоді *період згасаючих коливань* із урахуванням формули (2.8):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (2.9)$$

Якщо $A(t)$ і $A(t + T)$ – амплітуди двох послідовних коливань, які відповідають моментам часу, що відрізняються на період, то відношення називається *декрементом згасання*:

$$\frac{A(t)}{A(t + T)} = e^{-\beta T}$$

а його логарифм *логіарифмічним декрементом згасання*:

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t + T)} = \beta T.$$

З'ясуємо фізичний зміст величин β і δ . Позначимо через τ проміжок часу, протягом якого амплітуда коливань зменшується в „ e ” разів.

Маємо, що: $\frac{A(t)}{A(t + T)} = e^{-\beta \tau} = e$; звідки $\beta \tau = 1$ або $\beta = \frac{1}{\tau}$.

Отже, *коефіцієнт згасання* β є фізична величина, обернено пропорційна проміжку часу τ , протягом якого амплітуда коливань зменшується у „ e ” разів. Час τ називається *часом релаксації*. Нехай, наприклад, $\beta = 0,01 \text{с}^{-1}$. Це означає, що амплітуда зменшується у „ e ” разів протягом 100 с.

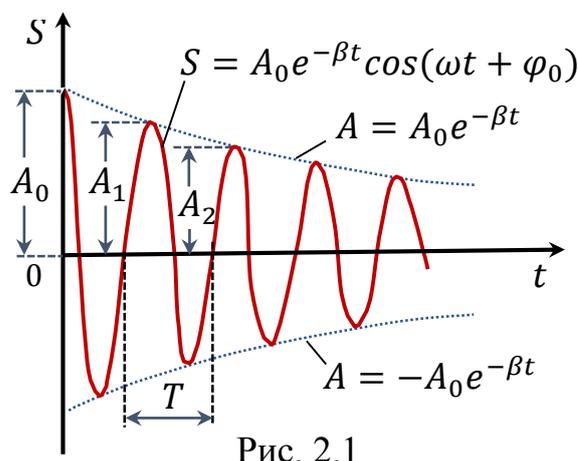


Рис. 2.1

Нехай N_e – число коливань, після яких амплітуда зменшується у „ e ” разів. Тоді

$$\tau = N_e T; \delta = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}.$$

Отже, *логіарифмічний декремент згасання* δ є фізична величина, обернена числу коливань N_e , після закінчення яких амплітуда зменшується у „ e ” разів. Нехай, наприклад, $\delta = 0,01$. Це означає, що амплітуда коливань зменшується у „ e ” раз після 100 коливань.

Для характеристики коливальної системи часто застосовується також *добротність*

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{W(t) - W(t - T)}$$

Добротністю коливальної системи, називається фізична величина, яка дорівнює добутку 2π на відношення енергії $W(t)$ коливальної системи у довільний момент часу t до зменшення цієї енергії за проміжок часу від t до $t + T$, тобто за один період коливань. При малих значеннях логарифмічного декременту добротність дорівнює:

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \pi N_e.$$

Добротність пропорційна числу коливань, після закінчення яких амплітуда зменшується в „ e ” разів.

1. Вільні згасаючі коливання пружинного маятника.

На маятник маси m , що здійснює прямолінійні коливання вздовж осі Ox під дією сили пружності $F = -kx$, діє також сила тертя

$$F_T = -rv = -r\dot{x},$$

де v – швидкість маятника; r – коефіцієнт опору. Знак “мінус” указує на протилежність напрямків сили тертя й швидкості.

За даних умов рівняння руху маятника буде мати вигляд

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}. \quad (2.10)$$

Використовуючи формулу $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ і враховуючи, що коефіцієнт згасання $\beta = \frac{r}{2m}$, отримаємо ідентичне рівнянню (2.1) диференціальне рівняння вільних згасаючих коливань маятника

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

Із (2.1) і (2.6) випливає, що маятник коливається за законом

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

із частотою $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{r^2}{4m^2}}$.

2. Вільні згасаючі коливання в електричному коливальному контурі.

Згідно закону Ома для контура (рис.2.2), який складається із котушки з індуктивністю L , конденсатора із ємністю C та резистора опором R :

$$IR + U_C = \varepsilon_S,$$

де IR – напруга на резисторі; $U_C = \frac{q}{C}$ – напруга на конденсаторі;

$\varepsilon_S = -L \frac{dI}{dt}$ – ЕРС самоіндукції, що виникає у котушці

при проходженні в ній змінного струму.

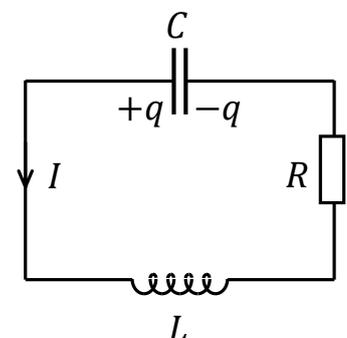


Рис.2.2

Диференціальне рівняння вільних згасаючих коливань заряду в контурі має вигляд

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad (2.11)$$

де $\beta = \frac{R}{2L}$ та $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ відповідно.

Із (2.1) і (2.6) випливає, що коливання заряду в контурі здійснюються за законом:

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

із частотою:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Якщо згасання коливань не дуже велике ($\beta \ll \omega_0$), то воно майже зовсім не позначається на величині періоду коливань. При великому коефіцієнті згасання не тільки швидко зменшується амплітуда коливань, а й помітно збільшується період коливань.

Коли $\beta = \omega_0$, то як видно із (2.9) $T = \infty$. Отже, коливання припиняються. Система, виведена якими-небудь зовнішніми силами із положення рівноваги, після припинення дії цих сил повертається до положення рівноваги *аперіодично* (тобто, не здійснюючи коливань) (рис.2.3).

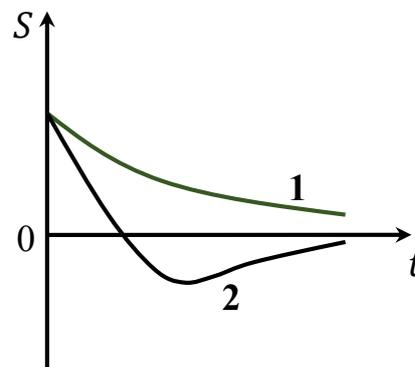


Рис.2.3

Відмінність коливального руху від аперіодичного така. При коливальному русі система, повертаючись у положення рівноваги, має деякий запас кінетичної енергії. У аперіодичному русі вся механічна енергія коливальної системи до моменту її повернення в положення рівноваги вже витрачена на подолання тертя. Залежно від початкових умов можливі два аперіодичні рухи (рис. 2.3). Аперіодичний рух, що відповідає графіку **2**, здійснюється в тому випадку, якщо початкова швидкість системи задовольняє умову: $|v_0| = |x_0|(\beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2})$, коли виведену з положення рівноваги систему повертають до рівноваги додатковим поштовхом.

2.2. Диференціальне рівняння вимушених коливань. Амплітуда та фаза вимушених коливань. Резонанс механічних систем

Для здійснення в реальній коливальній системі незгасаючих коливань, необхідно компенсувати втрати енергії. Така компенсація можлива за рахунок деякого періодично діючого фактора $X(t)$, що змінюється за гармонічним законом $X(t) = X_0 \cos \omega t$.

Якщо розглядати механічні коливання, то роль $X(t)$ буде відігравати зовнішня вимушуюча сила

$$F = F_0 \cos \omega t. \quad (2.12)$$

З урахуванням сили (2.12) закон руху для пружинного маятника (2.10) запишеться у вигляді:

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t.$$

Використовуючи формули $\beta = \frac{r}{2m}$ і $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$, отримаємо рівняння:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t. \quad (2.13)$$

Якщо розглядати електричний коливальний контур, то роль $X(t)$ відіграє зовнішня ЕРС або змінна напруга, які змінюються за гармонічним законом:

$$U = U_m \cos \omega t. \quad (2.14)$$

Тоді рівняння (2.11) із урахуванням (2.14) можна записати у вигляді:

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \cos \omega t. \quad (2.15)$$

Коливання, що виникають під дією зовнішньої періодично змінної сили або періодично змінної напруги, називаються відповідно *вимушеними механічними й вимушеними електромагнітними коливаннями*.

Рівняння (2.13) і (2.15) можна звести до *лінійного неоднорідного диференціального рівняння*:

$$\frac{d^2 S}{dt^2} + 2\beta \frac{dS}{dt} + \omega_0^2 S = X_0 \cos \omega t, \quad (2.16)$$

застосовуючи його розв'язок для вимушених коливань конкретної фізичної природи (X_0 у випадку механічних коливань дорівнює $\frac{F_0}{m}$, у випадку електромагнітних – $\frac{U_m}{L}$).

Згідно теорії диференціальних рівнянь, загальний розв'язок лінійного неоднорідного рівняння (2.16) дорівнює сумі загального розв'язку (2.6) відповідного однорідного рівняння (2.1) і сумі частинного розв'язку неоднорідного рівняння.

Частинний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння (2.16) отримаємо за допомогою методу векторних діаграм. Припустимо, що частинний розв'язок рівняння (2.16) має вигляд

$$S = A \cos(\omega t - \varphi). \quad (2.17)$$

Тоді

$$\dot{S} = -\omega A \sin(\omega t - \varphi) = \omega A \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right); \quad (2.18)$$

$$\ddot{S} = -\omega^2 A \cos(\omega t - \varphi) = \omega^2 A \cos(\omega t - \varphi + \pi). \quad (2.19)$$

Підставляючи (2.17), (2.18) і (2.19) у (2.16), дістанемо:

$$\begin{aligned} \omega^2 A \cos(\omega t - \varphi + \pi) + 2\beta\omega A \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + \\ + \omega^2 A \cos(\omega t - \varphi) = X_0 \cos\omega t. \end{aligned} \quad (2.20)$$

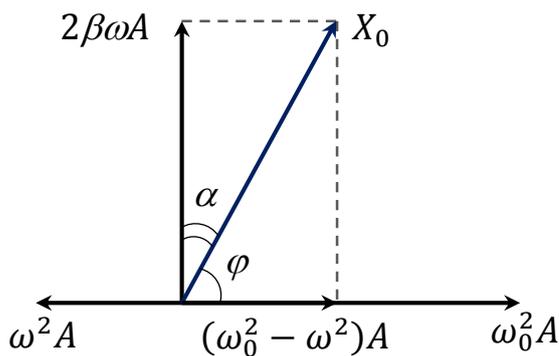


Рис. 2.4

Праву частину виразу (2.20) можна розглядати як рівняння деякого гармонічного коливання, що утворилося від додавання трьох гармонічних коливань, які визначаються членами лівої частини цієї рівності. Додамо ці коливання, скориставшись методом векторних діаграм (рис. 2.4). Щоб

задовольнялось рівняння (2.20), сума трьох векторів, що відповідають коливанням у лівій частині, повинна збігатись з вектором, який зображує функцію $X_0 \cos\omega t$. З рис.2.4 видно, що таке співпадання можливо лише при значенні амплітуди A , яка визначається умовою:

$$(\omega_0^2 - \omega^2)^2 A^2 + 4\beta^2 A^2 \omega^2 = X_0^2.$$

Звідки:

$$A = \frac{X_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (2.21)$$

З рис. 2.4 можна також визначити зсув фаз φ між коливальною величиною S і зовнішнім періодично діючим фактором $X(t)$:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.22)$$

Звідки зсув фаз φ :

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.23)$$

Таким чином, *частинний розв'язок неоднорідного рівняння (2.16) має вигляд:*

$$S = \frac{X_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \cos\left(\omega t - \operatorname{arctg} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right). \quad (2.24)$$

Розв'язок рівняння (2.16) дорівнює сумі *загального розв'язку однорідного рівняння:*

$$S_1 = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t - \varphi_1) \quad (2.25)$$

і частинного розв'язку (2.24).

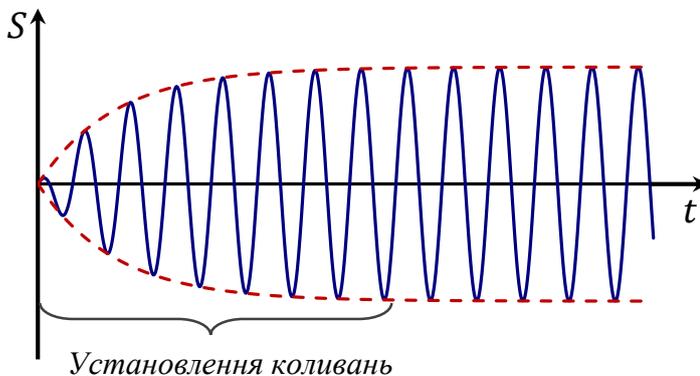


Рис. 2.5

Доданок (2.25) відіграє суттєву роль тільки на початковій стадії процесу, при так званому установленні коливаний (рис.2.5). Із плином часу завдяки експоненціальному множнику $e^{-\beta t}$ роль доданка (2.25) усе більше зменшується, і після

проходження достатнього часу ним можна знехтувати, зберігаючи в розв'язку лише доданок (2.24). Отже, в усталеному режимі вимушені коливання здійснюються із частотою ω і є гармонічними; амплітуда й фаза коливаний, визначаються формулами (2.21) і (2.23).

Запишемо формулу (2.21) амплітуди вимушених коливаний для механічної коливальної системи:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}. \quad (2.26)$$

Дослідимо вираз (2.26) і побудуємо графік залежності амплітуди вимушених коливаний від частоти вимушуючої сили при різних значеннях коефіцієнта згасання β (рис.2.6). Криві, що зображені на рис.2.6, називаються *резонансними кривими*.

а) Для частоти вимушуючої сили $\omega = 0$:

$$A = A_0 = \frac{F_0}{m\omega_0^2}.$$

У цьому випадку коливання не здійснюються і зміщення при вимушених коливаннях дорівнює статичній деформації під дією сталої сили F_0 :

$$x = A_0 = \frac{x_0}{\omega_0^2} = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}.$$

б) Якщо згасання немає ($\beta = 0$), то амплітуда коливань A зростає із збільшенням частоти ω вимушуючої сили і при $\omega = \omega_0$ стає нескінченно великою. При подальшому зростанні частоти ω амплітуда A вимушених коливань зменшується, причому $\lim_{\omega \rightarrow \infty} A = 0$.

в) Якщо згасання є ($\beta \neq 0$), то амплітуда досягає максимального значення тоді, коли знаменник правої частини рівняння (2.26) досягає мінімуму. Прирівнявши до нуля першу похідну по ω від підкореневого виразу, знайдемо умову його мінімуму:

$$-4(\omega_0^2 - \omega_{рез}^2)\omega_{рез} + 8\beta^2\omega_{рез} = 0,$$

де $\omega_{рез}$ позначає те значення частоти ω вимушуючої сили, для якого $A = A_{max}$.

Перетворюючи цей вираз, дістанемо:

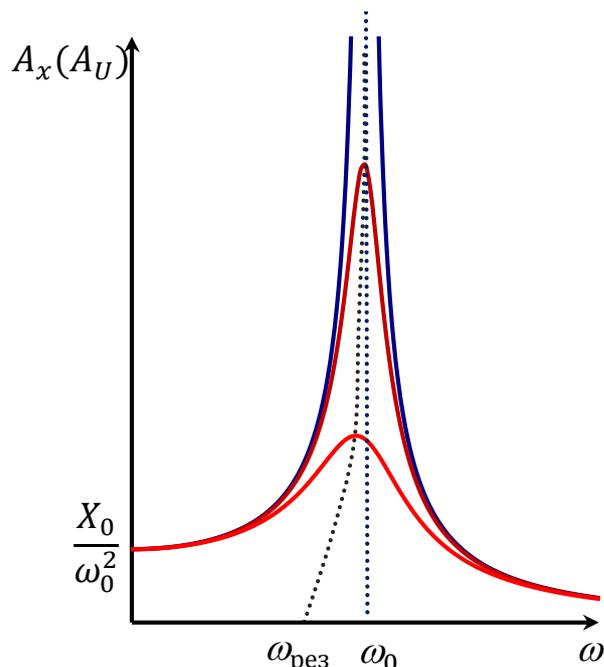


Рис. 2.6

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (2.27)$$

Частота $\omega_{рез}$ називається резонансною, а явище різкого збільшення амплітуди вимушених коливань при наближенні частоти вимушуючої сили до

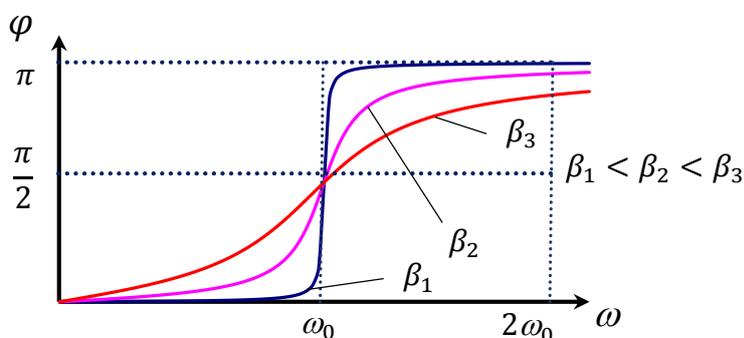


Рис. 2.7

значення $\omega_{рез}$ називається явищем резонансу. З формули (2.27) випливає, що для консервативної системи ($\beta = 0$) $\omega_{рез} = \omega_0$, а для дисипативної системи $\omega_{рез}$ трохи менше від власної частоти. Зі зростанням

коефіцієнта згасання β явище резонансу проявляється все слабше і, нарешті, зникає при $\beta \geq \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$.

Графічна залежність фази вимушених коливань φ від частоти вимушуючої сили ω при різних значеннях коефіцієнта згасання β наведена на рис. 2.7. Сукупність кривих, які зображені на рис. 2.7, називаються *фазовими резонансними кривими*.

Із формули $\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$ випливає, що при $\omega = 0$ зсув фаз $\varphi = 0$, а при $\omega = \omega_0$ незалежно від коефіцієнта згасання β : ($\varphi = \pi/2$), тобто сила випереджає коливання на $\pi/2$. При подальшому зростанні ω зсув по фазі зростає і при $\omega \gg \omega_0$ $\varphi \rightarrow \pi$, тобто фаза коливань майже протилежна фазі зовнішньої сили. Походження резонансного підсилення коливань можна уявити, якщо розглянути (рис. 2.4) зсув по фазі α між вимушуючою силою і швидкістю.

При $\omega \neq \omega_0$ між ними є певний зсув по фазі. Тому протягом деякої частини періоду сила напрямлена протилежно швидкості, тобто сповільнює рух, замість того, щоб його прискорювати. При резонансі зсув по фазі α дорівнює нулю, так, що сила діє в напрямку руху впродовж всього періоду. При $\varphi = 0$ або π сила протягом половини періоду прискорює рух, на протязі другої половини періоду протидіє йому, тобто взагалі не виконує роботи.

2.3. Резонанс у колах змінного струму

Запишемо формули (2.17), (2.21) і (2.23) для електромагнітних коливань, враховуючи, що $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ і $\beta = \frac{R}{2L}$.

$$q = q_m \cos(\omega t - \varphi); \quad (2.28)$$

$$\omega q_m = I_m; \quad (2.29)$$

$$q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}; \quad (2.30)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}. \quad (2.31)$$

Сила струму в контурі при ustalених вимушених коливаннях:

$$I = \dot{q} = -\omega q_m \sin(\omega t - \varphi) = I_m \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (2.32)$$

де I_m – амплітуда сили струму.

$$I_m = \omega q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}. \quad (2.33)$$

Запишемо формулу (2.32) у вигляді

$$I = I_m \cos(\omega t - \alpha), \quad (2.34)$$

де $\alpha = \varphi - \frac{\pi}{2}$ – зсув фаз між струмом і прикладеною напругою (2.14).

У відповідності із (2.31):

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}. \quad (2.35)$$

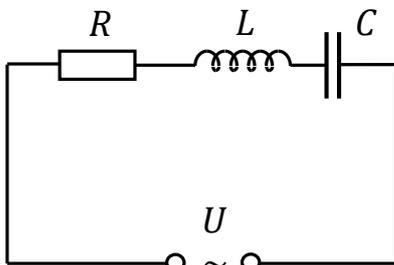


Рис. 2.8

З цієї формули випливає, що струм відстає по фазі від напруги ($\alpha > 0$) у тому випадку, коли $\omega L > \frac{1}{\omega C}$, і випереджає напругу ($\alpha < 0$) при умові, що $\omega L < \frac{1}{\omega C}$.

Сума напруг на окремих елементах контура (рис.2.8) дорівнює в кожний момент часу зовнішній напрузі:

$$U_R + U_C + U_L = U_m \cos \omega t; \quad (2.36)$$

$$U_R = IR = RI_m \cos(\omega t - \alpha) = U_{Rm} \cos(\omega t - \alpha); \quad (2.37)$$

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega t - \varphi) = U_{Cm} \cos\left(\omega t - \alpha - \frac{\pi}{2}\right); \quad (2.38)$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = -\omega LI_m \sin(\omega t - \alpha) = U_{Lm} \cos\left(\omega t - \alpha + \frac{\pi}{2}\right). \quad (2.39)$$

Амплітудні значення U_R , U_C і U_L відповідно дорівнюють:

$$U_{Rm} = RI_m;$$

$$U_{Cm} = \frac{I_m}{\omega C};$$

$$U_{Lm} = \omega LI_m.$$

Величину $R_C = \frac{1}{\omega C}$ називають реактивним ємнісним опором (або ємнісним опором). Для постійного струму ($\omega = 0$) $R_C = \infty$, тобто постійний струм через конденсатор не протікає.

$R_L = \omega L$ – реактивний індуктивний опір (або індуктивний опір). Для постійного струму ($\omega = 0$) котушка індуктивності не має опору.

Величину Z називають повним опором кола (електричний імпеданс):

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}, \quad (2.40)$$

а величину $X = R_L - R_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ – реактивним опором.

Зіставлення формул (2.34), (2.37), (2.38) і (2.39) показує, що напруга на ємності відстає по фазі від сили струму на $\pi/2$, а напруга на індуктивності випереджає струм на $\pi/2$. Напруга на активному опорі змінюється у фазі із струмом. На рис. 2.9 наведена векторна діаграма амплітуд напруг на резисторі (U_R), котушці індуктивності (U_L) і конденсаторі (U_C).

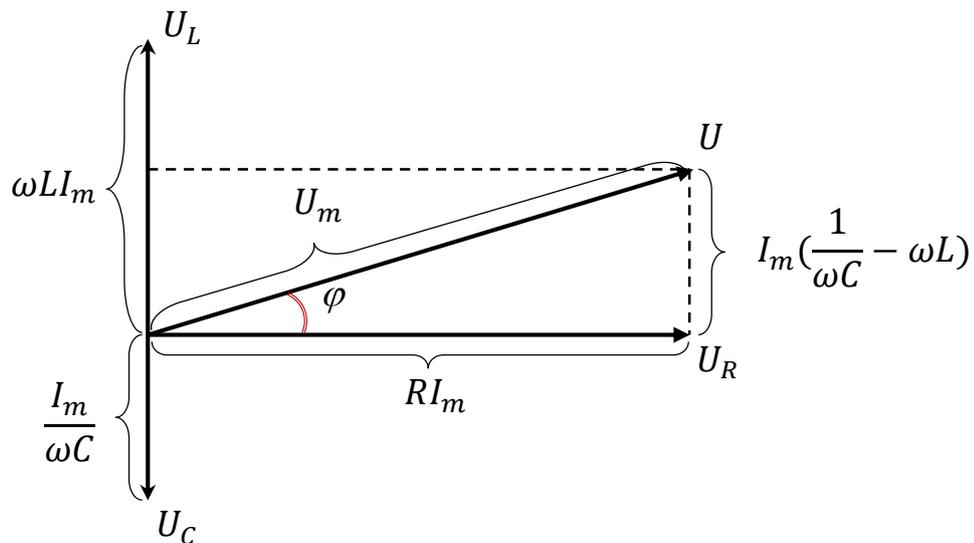


Рис. 2.9

Резонансні криві для U_C зображені на рис. 2.6 (резонансні криві для q мають аналогічний вигляд). Вони схожі з резонансними кривими, які одержали для механічних коливань. При $\omega \rightarrow \infty$ резонансні криві сходяться в одній точці з ординатою $U_{Cm} = \frac{X_0}{\omega_0^2} = \frac{U_m}{L\omega_0^2}$ – напрузі, що виникає на

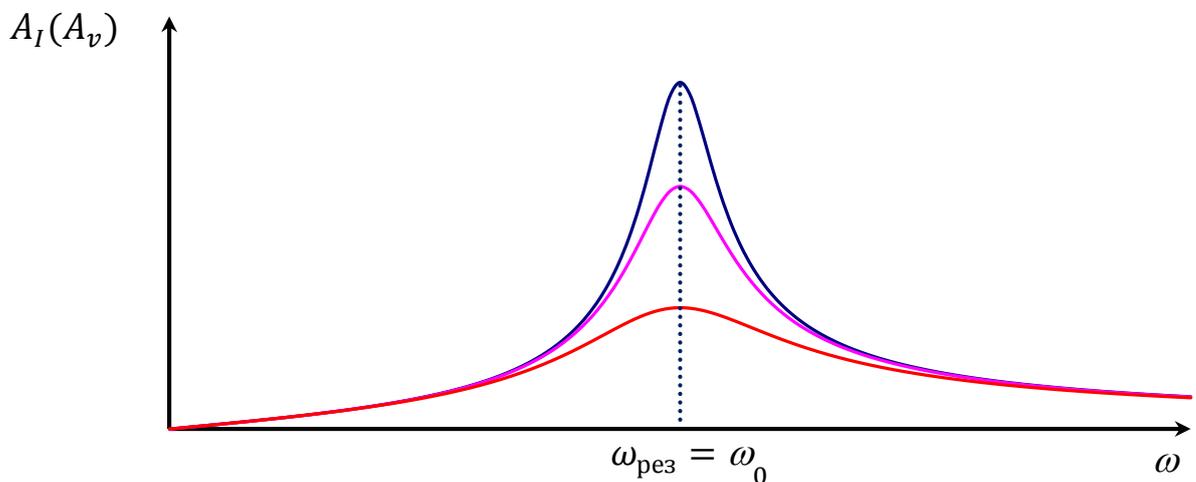


Рис.2.10

конденсаторі при підключенні до джерела постійного струму. Максимум при резонансі буде вище й гостріше, чим менше $\beta = \frac{R}{2L}$, тобто чим менший активний опір і більша індуктивність контура. Резонансна частота для заряду q і напруги на конденсаторі U_C дорівнює:

$$\omega_{q\text{рез}} = \omega_{C\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}.$$

Резонансні криві для сили струму показані на рис. 2.10.

Вони відповідають резонансним кривим для швидкості при механічних коливаннях. Амплітуда сили струму I_m (2.33) має максимальне значення при $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$.

Отже, резонансна частота для сили струму співпадає із власною частотою коливального контура:

$$\omega_{I\text{рез}} = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

У даному випадку повний опір кола Z (2.40) буде мінімальним і дорівнювати активному опорі. При цьому спад напруги на активному опорі дорівнює зовнішній напрузі ($U_R = U$), а спади напруг на конденсаторі U_C та котушці індуктивності U_L однакові за амплітудою і протилежні за фазою. Це явище називається резонансом напруг (послідовний резонанс).

2.5. Нелінійні коливальні системи. Подання несинусоїдних коливань у вигляді рядів Фур'є

Лінійні диференціальні рівняння описують гармонічні коливання. Такі системи називаються лінійними. Якщо система підкоряється нелінійному диференціальному рівнянню, то вона нелінійна.

Рівняння руху:

$$\ddot{S} + f(S, \dot{S}, t) = 0.$$

При цьому система автономна, коли t явно не входить у рівняння:

$$\ddot{S} + f(S, \dot{S}) = 0.$$

Частинний випадок автономної системи – консервативна система (немає \dot{S}) – вона описує вільні коливання:

$$\ddot{S} + f(S) = 0.$$

Автономна неконсервативна система називається дисипативною, якщо її рух носить характер згасаючих коливань. Якщо ж ця система виконує періодичні коливання, то вона називається автономною неконсервативною

автоколивальною системою. Амплітуда й частота коливань такої коливальної системи визначаються властивостями системи. Автоколивальна система сама керує зовнішньою дією, забезпечуючи узгодженість, що надають їй поштовхи, синхронізуючи зі своїм рухом. Типовий приклад автоколивальної системи – маятниковий годинник.

Якщо $\ddot{S} + [a + P(t)]S = 0$, де $P(t)$ – періодична функція часу, то це параметричні коливання. При параметричних коливаннях відбувається періодична зміна якогось параметра системи у такт із коливаннями. Розглянемо, наприклад, такі коливання найпростішого математичного маятника – кульку на нитці. Якщо періодично змінювати довжину маятника таким чином, щоб збільшувати її у моменти, коли маятник знаходиться у крайніх положеннях, і зменшувати, у ті моменти, коли маятник знаходиться у середньому положенні, то маятник сильно розгойдується. Зростання енергії маятника при цьому відбувається за рахунок роботи сили натягу нитки. Сила натягу нитки менша у крайніх положеннях і більша у середньому положенні. Тому від’ємна робота зовнішньої сили при подовженні маятника буде менша за величину, ніж додатня робота, яка виконується при скороченні маятника. У результаті робота зовнішньої сили за період буде більше нуля.

У загальному випадку вільні коливання консервативної системи періодичні, але не гармонічні. Наприклад, математичний маятник при великих α має:

$$T = 2 \sqrt{\frac{l}{g}} \int_0^A \frac{d\alpha}{\sqrt{\sin^2 \frac{A}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}$$

де A – амплітуда коливань.

Негармонічні також згасаючі (рис.2.1) і релаксаційні коливання (рис.2.3).

Періодичні, але негармонічні коливання можна подати у вигляді суми нескінченної кількості гармонічних коливань:

$$S = f(t) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \varphi),$$

де $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$; $\varphi_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}$.

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos n\omega t dt; \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sin n\omega t dt.$$

Таке подання періодичної функції $f(t)$ називається розкладанням цієї функції у ряд Фур’є, або гармонічним аналізом періодичного коливання. Члени ряду Фур’є, які відповідають гармонічним коливанням із циклічною

частотою ω , 2ω , 3ω , ... називаються, першою або основною, другою, третьою і т.д. гармоніками негармонічного періодичного коливання.

Лекція №3

ПРУЖНІ ХВИЛІ ТА ЇХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

3.1. Загальні закономірності хвильових процесів. Поздовжні та поперечні хвилі. Рівняння синусоїдної хвилі. Диференціальне хвильове рівняння

Якщо у будь-якому місці пружного середовища збудити коливання його частинок, то внаслідок взаємодії між частинками це коливання буде поширюватися у середовищі. Процес поширення коливань у середовищі називають *хвильовим процесом* або *хвилею*. Швидкість хвилі v дорівнює швидкості передачі коливань від однієї частинки до іншої. Якщо коливання частинок гармонічні, то хвиля буде синусоїдною або гармонічною. У залежності від напрямку коливань частинок відносно напрямку поширення хвилі розрізняють поздовжні та поперечні хвилі. У *поздовжній хвилі* частинки коливаються вздовж напрямку поширення хвилі, а у *поперечній* – перпендикулярно.

Якщо джерело коливань розташувати у початку координат і у момент часу $t = 0$ першу частинку відхилити вгору, то з часом це коливання буде поширюватись так, як це вказано на рис. 3.1. Оскільки у даному випадку частинки коливаються перпендикулярно до напрямку поширення, то хвиля поперечна. Із рисунка видно, що у момент часу t_5 частинка №1 виконала повне коливання, а хвильовий процес

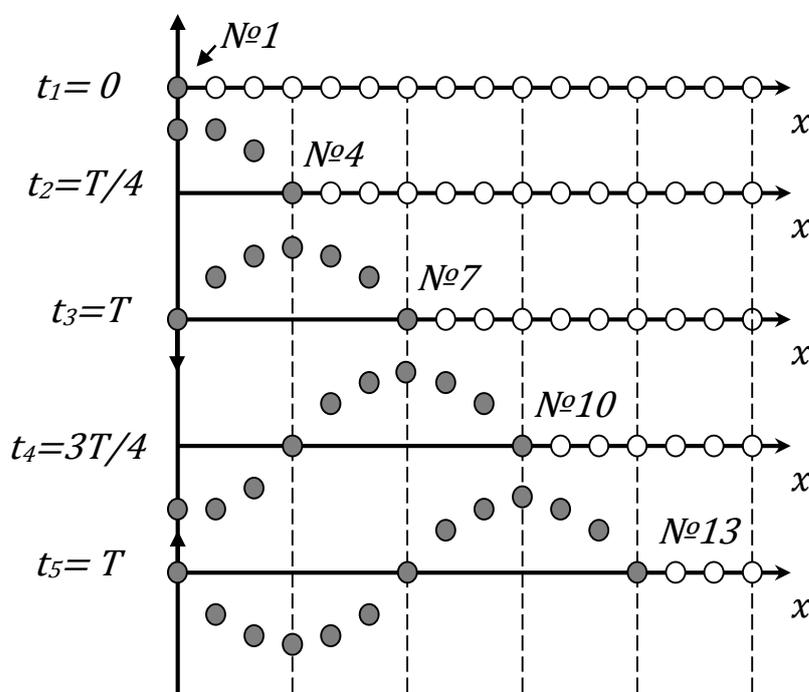


Рис. 3.1

дійшов до частинки №13. Відстань, яку хвиля проходить за період коливань T , називають *довжиною хвилі* λ :

$$\lambda = vT.$$

Геометричне місце точок, до якого дійшло хвильове збурення, називають *хвильовим фронтом*. *Хвильова поверхня* – це геометричне місце точок, які коливаються у однаковій фазі. За формою хвильової поверхні хвилі поділяються на плоскі та сферичні. У *плоскій хвилі* хвильові поверхні являють собою площини, перпендикулярні до напрямку поширення хвилі. Якщо хвильові поверхні являють собою сфери, нормаль до яких співпадає з напрямком поширення хвилі, то таку хвилю називають *сферичною*.

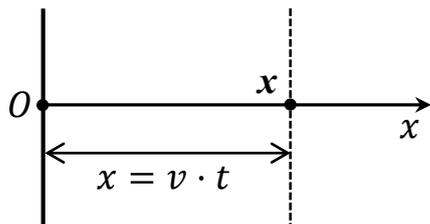


Рис. 3.2

Розглянемо плоску синусоїдну хвилю (рис. 3.2). Нехай коливання точок, які перебувають у площині $x = 0$, відбуваються за законом:

$$\xi(0, t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi).$$

Якщо хвиля поширюється вздовж позитивного напрямку осі Ox , то коливання точки із координатою x відстануть по фазі від коливань джерела, бо хвилі потрібен час $t = \frac{x}{v}$, щоб дійти до точки x . Таким чином, для точок із координатою x рівняння коливань буде мати вигляд:

$$\xi(x, t) = A \cdot \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi \right]. \quad (3.1)$$

Вираз (3.1) являє собою рівняння плоскої хвилі, де A – *амплітуда хвилі*. Зафіксуємо довільне значення фази:

$$\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) + \varphi = const. \quad (3.2)$$

Після диференціювання виразу (3.2) по часу отримаємо, що $dx/dt = v$. Значення dx/dt дає швидкість, із якою поширюється зафіксоване значення фази, тому швидкість v називають *фазовою швидкістю*. Якщо ввести поняття *хвильового числа*: $k = 2\pi/\lambda$, то *рівняння плоскої хвилі*, яка поширюється вздовж осі Ox , буде мати вигляд:

$$\xi = A \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi). \quad (3.3)$$

Аналогічно можна одержати рівняння сферичної хвилі:

$$\xi = \frac{a}{r} \cdot \cos(\omega t - kr + \varphi), \quad (3.4)$$

де a – постійна величина, яка дорівнює амплітуді коливань на одиничній відстані від джерела. При цьому слід підкреслити, що рівняння (3.4) виконується лише на відстанях, які значно переважають розміри джерела.

Рівняння (3.3) є розв'язком відповідного диференціального рівняння, яке називають *хвильовим*:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (3.5)$$

Зазначимо, що рівняння (3.5) є хвильовим рівнянням плоскої хвилі, яка поширюється вздовж осі Ox .

3.2. Швидкість механічних хвиль в газах, рідинах і твердих тілах. Потік енергії хвилі

Тип хвилі визначається агрегатним станом речовини. Для поширення поздовжніх хвиль необхідна пружність речовини на стиск або розтяг, тому ці хвилі поширюються в твердих, рідких і газоподібних речовинах.

У твердих тілах швидкість поздовжніх хвиль дорівнює

$$v_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де E – модуль Юнга, а ρ – густина.

Поперечні хвилі поширюються лише у середовищах із відмінним від нуля модулем зсуву G . Для газів і рідин $G = 0$, тому в них можливі лише поздовжні хвилі. Швидкість поперечних хвиль у твердих тілах:

$$v_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}}.$$

Величина $E > G$, тому швидкість поздовжніх хвиль у даному матеріалі завжди більша швидкості поперечних хвиль.

На поверхні води частинки рухаються еліпсоподібними траєкторіями, тому ці хвилі (капілярні) не можна відносити ні до чисто поперечних, ні до чисто поздовжніх.

Для хвилі $\xi = A \cdot \cos(\omega t - kr + \varphi)$ розглянемо об'єм ΔV настільки малий, що у ньому швидкість частинок $v = \frac{\partial \xi}{\partial t}$ та відносна деформація $\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ постійні. Тоді кінетична енергія об'єму дорівнює:

$$\Delta W_k = \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 \cdot \Delta V,$$

а потенціальна енергія цього ж об'єму дорівнює:

$$\Delta W_{\text{п}} = \frac{E\varepsilon^2}{2} \cdot \Delta V = \frac{E}{2} \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 \cdot \Delta V.$$

Оскільки $E = \rho v^2$, а повна енергія $\Delta W = \Delta W_{\text{к}} + \Delta W_{\text{п}}$, то для об'ємної густини енергії w маємо:

$$w = \frac{\rho}{2} \cdot \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial t}\right)^2 + v^2 \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2 \right] = \rho A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t - kx).$$

Усереднення по часу дає середнє значення енергії у вигляді:

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2.$$

Потоком енергії через поверхню S називають кількість енергії, яка переноситься за 1 с через цю поверхню:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}.$$

Густина потоку енергії – це векторна величина, яка чисельно дорівнює потоку енергії через одиничну площадку, розташовану у даній точці перпендикулярно до напрямку переносу енергії:

$$\vec{j} = \frac{d\Phi}{dS} \cdot \vec{n} = w \cdot \vec{v},$$

де \vec{n} – одиничний вектор нормалі, а \vec{v} – вектор швидкості руху енергії, яка у найпростішому випадку дорівнює фазовій швидкості хвилі. Вектор густини потоку енергії також називають *вектором Умова*. Середнє по часу значення вектора густини потоку енергії:

$$\langle j \rangle = \langle w \rangle \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \cdot \vec{v}$$

є мірою інтенсивності хвилі, а тому I називається *інтенсивністю* хвилі I . Таким чином, інтенсивність хвилі – це середня потужність, яка проходить через одиничну площадку, перпендикулярну до напрямку хвилі.

3.3. Звукові хвилі, їх основні характеристики. Область чутності. Акустика приміщень та споруд

Звукові хвилі – це пружні хвилі, частоти яких лежать у межах від 16 до 20000 Гц. Хвилі з частотами коливань $\nu < 16$ Гц називають *інфразвуковими*, а з $\nu > 20000$ Гц – *ультразвуковими*.

Для людини звукова хвиля викликає відчуття звуку, якщо інтенсивність хвилі перевищує поріг чутності $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м² на частоті $\nu = 1000$ Гц. *Больовий поріг* $I_B = 1 \dots 10$ Вт/м² – це найбільша інтенсивність хвилі, яка ще здатна викликати відчуття звуку. Якщо $I > I_B$, то відчувається лише біль. Фізіологічно інтенсивність хвилі сприймається як *гучність*. Для фіксованої

частоти за законом Вебера – Фехнера гучність пропорційна десятковому логарифму інтенсивності.

Саме тому інтенсивність звуку характеризують *рівнем інтенсивності* звуку L :

$$L = 10 \lg \left(\frac{I}{I_0} \right),$$

де $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м², а L виражається у децибелах.

Рівні інтенсивності, що відповідають порогу чутності та больовому порогу, істотно залежать від частоти (рис. 3.3). Дві відповідні криві $L(\nu)$ окреслюють *область чутності*, тобто область усіх можливих значень частот і рівнів інтенсивностей хвиль, які створюють відчуття звуку.

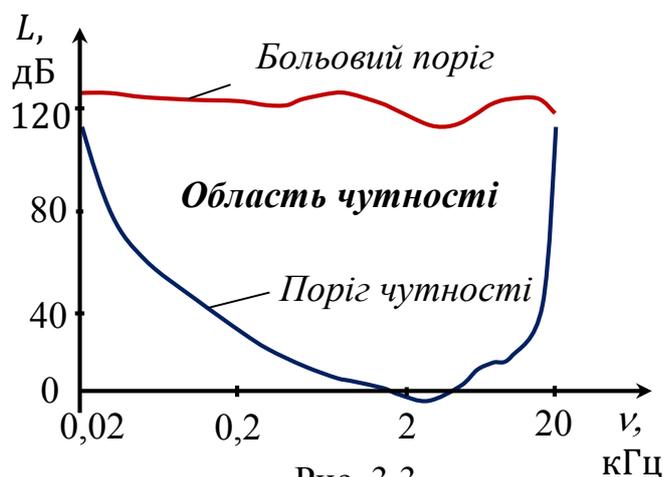


Рис. 3.3

Неоднакова чутливість

людського вуха до хвиль різної частоти призводить до того, що гучність характеризують *рівнем гучності*, який виражається у *фонах*. Звук з рівнем гучності N фонів сприймається як однаково гучний із звуком частоти 1000 Гц, рівень інтенсивності якого N децибел. *Висота тону* звуку тим вища, чим більша частота коливань.

Тембр звуку визначається кількістю і взаємною інтенсивністю гармонік Фур'є його акустичного спектру. Спектр Фур'є коливання

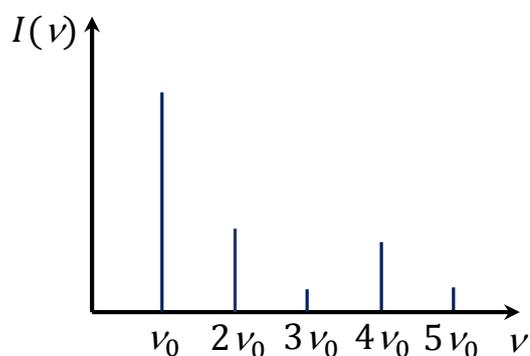


Рис. 3.4

струни будь-якого музичного інструменту подано на рис. 3.4, де ν_0 – частота основного тону, а $n \cdot \nu_0$ – обертони (гармоніки Фур'є). Саме кількість і взаємна інтенсивність обертонів дозволяє відрізнити звучання одного музичного інструменту від іншого. Після вимкнення джерела звуку у приміщенні рівень інтенсивності з часом спадає. *Час реверберації* – це час, протягом якого рівень інтенсивності звуку спадає на 60 дБ. Приміщення має гарну акустику, якщо час реверберації становить 0,5...1,5 с. Коли час реверберації більше 1,5 с луна і звук джерела накладаються і приміщення надто лунне.

Лекція №4

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ.

НАКЛАДАННЯ ХВИЛЬ

4.1. Електромагнітні хвилі. Диференціальне рівняння електромагнітної хвилі. Випромінювання диполя. Вектор Пойтінга. Шкала електромагнітних хвиль. Передача інформації за допомогою електромагнітних хвиль

З рівнянь Максвелла випливає, що змінне електричне поле породжує змінне магнітне поле, а змінне магнітне поле – вихрове електричне поле. Взаємопов'язані вихрові електричне і магнітне поля являють собою електромагнітну хвилю (рис.4.1). Вектори напруженості \vec{E} і \vec{H} електричного і магнітного полів задовольняють відповідним диференціальним хвильовим рівнянням:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \quad (4.1)$$

$$\Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (4.2)$$

де фазова швидкість v електромагнітної хвилі дорівнює

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}},$$

а c – швидкість світла у вакуумі.

Для випадку рис. 4.1 рівняння (4.1), (4.2) мають такий вигляд:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2};$$
$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}.$$

Їх розв'язком будуть плоскі електромагнітні хвилі, рівняння яких мають вигляд:

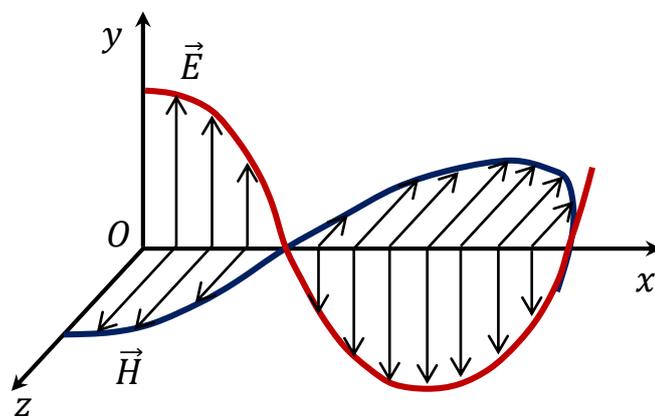


Рис. 4.1

$$E_y = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi);$$

$$H_z = H_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi).$$

З електричним та магнітним полями пов'язана енергія, тому об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі буде дорівнювати

$$w = \sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0} \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot E \cdot H.$$

Оскільки вектор густини потоку енергії дорівнює $\vec{j} = w \cdot \vec{v}$ то після незначних перетворень йому можна надати вигляд $\vec{j} = [\vec{E} \times \vec{H}]$. Цей вектор називають також *вектором Пойнтінга* :

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}].$$

Електромагнітну хвилю породжує будь який змінний струм або змінне магнітне поле. У коливальному контурі електричне і магнітне поля практично повністю сконцентровані у конденсаторі і котушці індуктивності, а тому електромагнітна хвиля випромінюється погано. Якщо конденсатор і котушку індуктивності видозмінити так, як вказано на рис. 4.2, то умови випромінювання поліпшуються. Поступова реалізація цієї ідеї (рис. 4.2 б, в) приводить до вібратора Герца (рис. 4.2 в), який являє собою провідник, розділений іскровим проміжком. При збільшенні напруги на іскровому проміжку виникає іскра, через проміжок починає протікати змінний струм і виникають електромагнітні коливання.

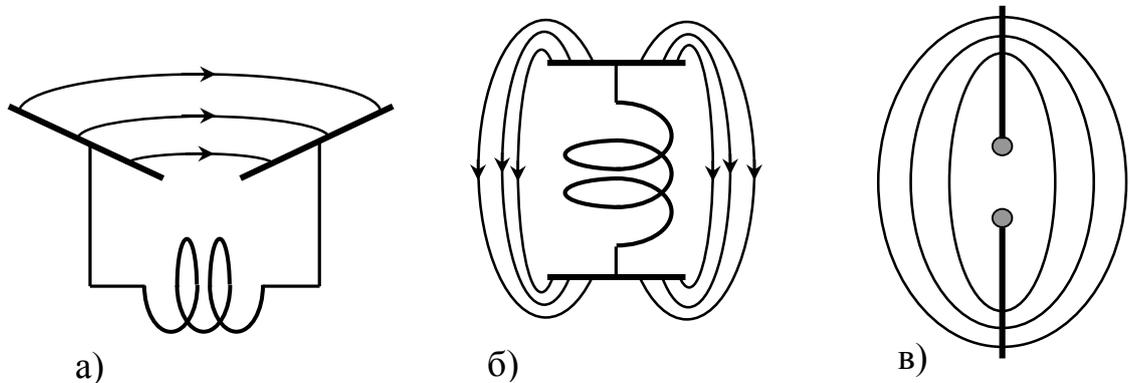


Рис. 4.2

Електромагнітну хвилю випромінює також й електричний диполь, дипольний момент якого змінюється за гармонічним законом:

$$\vec{P} = \vec{P}_0 \cdot \cos \omega t.$$

Інтенсивність випромінювання диполя залежить від напрямку (рис.4.3):

$$I \sim \frac{\sin^2 \theta}{r^2}.$$

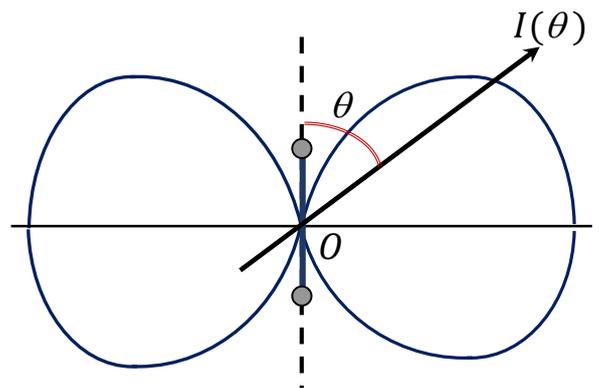


Рис. 4.3

Дія електромагнітних хвиль на фізичне середовище залежить від частоти (довжини хвилі), тому увесь діапазон можливих довжин хвиль $0 < \lambda < \infty$ поділяється на піддіапазони: гама – випромінювання, рентгенівське, ультрафіолетове випромінювання, видиме світло, інфрачервоне випромінювання та радіохвилі – шкала електромагнітних хвиль (табл. 4.1).

Таблиця 4.1

| Вид випромінювання | Довжина хвилі λ , м | Частота хвилі ν , Гц |
|----------------------------------|---|---|
| Радіохвилі | $10^3 - 10^4$ | $3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^{12}$ |
| Світлові хвилі: | | |
| – інфрачервоне випромінювання | $3 \cdot 10^{-5} - 7,8 \cdot 10^{-7}$ | $3,9 \cdot 10^{13} - 3,8 \cdot 10^{14}$ |
| – видиме світло | $7,8 \cdot 10^{-7} - 3,9 \cdot 10^{-7}$ | $3,8 \cdot 10^{14} - 7,7 \cdot 10^{14}$ |
| – ультрафіолетове випромінювання | $4 \cdot 10^{-7} - 10^{-9}$ | $7,5 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{17}$ |
| Рентгенівське випромінювання | $10^{-8} - 6 \cdot 10^{-14}$ | $3 \cdot 10^{16} - 5 \cdot 10^{21}$ |
| Гамма – випромінювання | $< 10^{-11}$ | $> 3 \cdot 10^{18}$ |

Радіохвилі внаслідок слабого поглинання поширюються на великі відстані практично блискавично внаслідок великої швидкості світла. Це робить їх практично незамінними при передачі інформації. З цією метою амплітуду електромагнітних коливань змінюють з часом за законом, який несе інформацію (рис. 4.4, а).

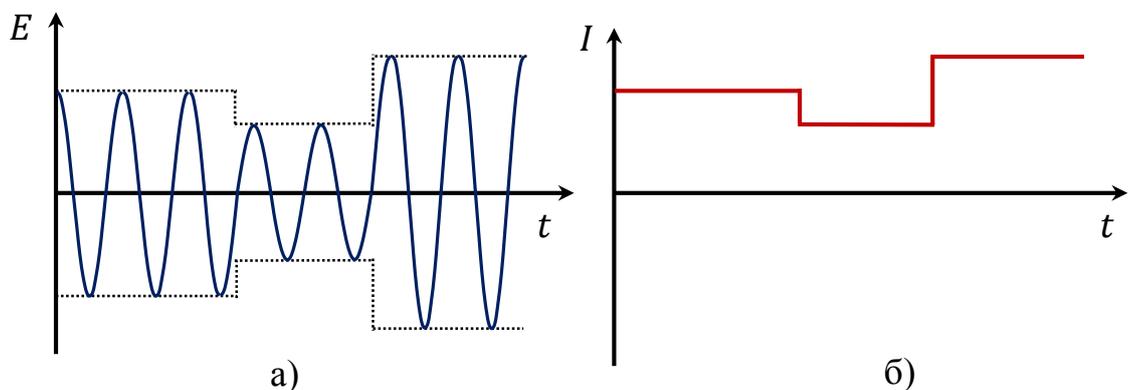


Рис. 4.4

Частоти радіохвиль дуже високі, тому для спрощення обробки прийнятого антеною сигналу він проходить крізь детектор, на виході з якого (рис. 4.4, б)) маємо лише огинаючу радіосигналу. Частота огинаючої істотно нижча, а тому подальше підсилення такого сигналу не зустрічає значних технічних труднощів.

4.2. Накладання хвиль. Стоячі хвилі

При додаванні коливань вважалось, що результуюче коливання одержується як векторна сума відхилень, зумовлених окремими коливаннями. Фактично це і є *принципом суперпозиції хвиль*, згідно якому кожна хвиля від декількох джерел в ділянці простору їх перекривання поширюється так, ніби інших хвиль не існує, а зміщення частинки дорівнює векторній сумі зміщень, зумовлених окремими хвилями:

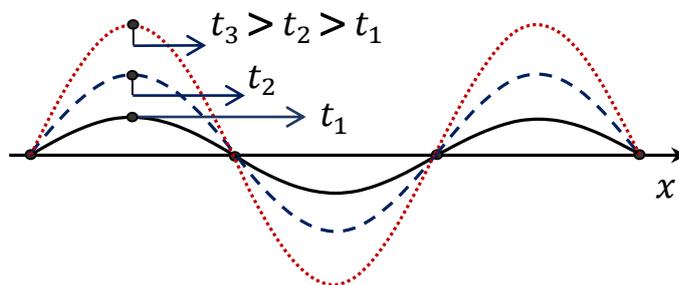


Рис. 4.5

$$\vec{\xi} = \sum \vec{\xi}_i.$$

Найпростішим випадком застосування принципу суперпозиції є накладання двох плоских біжучих хвиль, які поширюються одна назустріч іншій:

$$\xi_1 = A \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x);$$

$$\xi_2 = A \cdot \cos(\omega \cdot t + k \cdot x).$$

Результуюча хвиля:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cdot \cos kx \cdot \cos \omega t. \quad (4.3)$$

З виразу (4.3) випливає, що поширення фази немає, бо величина $|2A \cdot \cos kx|$ – це амплітуда коливань, яка залежить від координати.

У точках, де виконується умова:

$$x_{max} = \pm m \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \text{ амплітуда коливань максимальна:}$$

$A_{max} = 2A$. Ці точки називаються *пучностями*.

У *вузлах*, координати яких:

$$x_{min} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \text{ амплітуда } A = 0.$$

Оскільки у напрямку осі x немає поширення енергії і фази, таку хвилю називають *стоячою*. Стоячу хвилю у різні моменти часу подано на рис. 4.5.

У стоячій хвилі різниця фаз коливань точок, що лежать по різні боки від вузла становить $\Delta\varphi = \pi$, а точки між сусідніми вузлами коливаються у одній фазі.

Стоячі хвилі виникають, наприклад, у струні (рис.4.6). При цьому у місцях закріплення струни розташовані вузли стоячої хвилі. На рис. 4.6[а] схематично показано стоячу хвилю, яка відповідає основному тону струни. Для основного тону $\lambda_0 = 2l$, де l – довжина струни. Крім основного тону існують також і обертони (рис. 4.6 [б], [в]), для яких $\lambda_n = \frac{2l}{n}$, $n = 1$ для основного тону, $n = 2$ для першого обертона, $n = 3$ для другого і т. д.

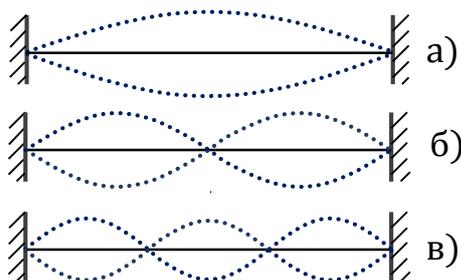


Рис. 4.6

Обертони визначають *тембр струни*. У закріпленому одним кінцем стержні також виникають стоячі хвилі, причому на його вільному кінці обов'язково локалізована пучність стоячої хвилі. Стоячі хвилі утворюються при коливаннях стовпа повітря у трубах. При цьому коло закритого кінця труби розташований вузол стоячої хвилі, а коло відкритого – пучність. Стоячу хвилю, що відповідає першому обертому відкритої з одного боку труби, схематично представлено на рис. 4.7. Стоячі хвилі, подібно випадкам струни і труби, виникають у конструктивних елементах будівель та споруд.

Розглянемо дві сферичні хвилі, створені двома джерелами:

$$\xi_1 = \frac{A_0}{r_1} \cdot \cos(\omega_1 \cdot t - k_1 \cdot r_1 + \varphi_1);$$

$$\xi_2 = \frac{A_0}{r_2} \cdot \cos(\omega_2 \cdot t - k_2 \cdot r_2 + \varphi_2).$$

Якщо частоти коливань однакові ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), а різниця початкових фаз не змінюється з часом ($\varphi_2 - \varphi_1 = const$), то такі джерела називають *когерентними*.

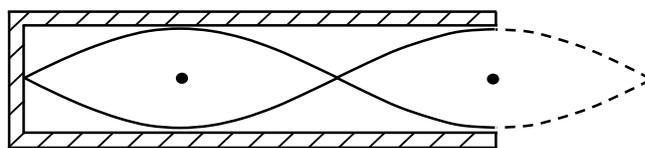


Рис. 4.7

У випадку когерентних хвиль з принципу суперпозиції випливає, що квадрат амплітуди коливань частинок середовища дорівнює:

$$A^2 = A_0^2 \left\{ \frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 \cdot r_2} \cdot \cos[k(r_2 - r_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)] \right\}. \quad (4.4)$$

Із виразу (4.4) випливає, що при умові:

$$k(r_2 - r_1) - (\varphi_2 - \varphi_1) = \pm 2m\pi, \text{ де } m = 0,1,2,3 \dots,$$

$$A = \frac{A_0}{r_1} + \frac{A_0}{r_2}$$

амплітуда коливань досягає максимуму, а при умові:

$$k(r_2 - r_1) - (\varphi_2 - \varphi_1) = \pm(2m + 1)\pi, \text{ де } m = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

$$A = \left| \frac{A_0}{r_1} - \frac{A_0}{r_2} \right|$$

амплітуда мінімальна й у просторі виникає *інтерференційна картина* – залежність амплітуди коливань від місця розташування точки середовища.

Як правило $\varphi_2 - \varphi_1 = 0$, тому умовою m -го інтерференційного максимуму для різниці ходу $\Delta r = |r_2 - r_1| \in k(r_2 - r_1) = \pm 2m\pi$, а m -го інтерференційного мінімуму $k(r_2 - r_1) = \pm(2m + 1)\pi$.

Інтерференційну картину подано на рис. 4.8.

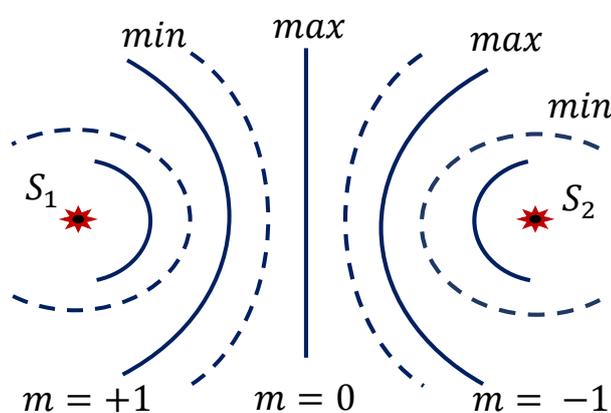


Рис. 4.8

4.3. Фазова та групова швидкості.

Дисперсія хвиль. Ефект Доплера

Розглянемо накладання багатьох хвиль різної частоти, які поширюються в одному напрямі. Ця ситуація виникає при передачі будь яких сигналів. Щоб передати сигнал, ідеальну синусоїду потрібно спотворити.

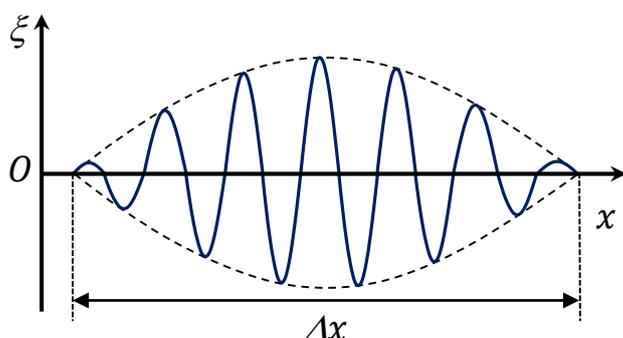


Рис. 4.9

Це видно на прикладі світлового імпульсу (рис. 4.9), який поширюється вздовж осі $0x$. Такий імпульс за теоремою Фур'є можна представити набором ідеальних синусоїд, частоти яких лежать у інтервалі $\Delta\omega$. Цей набір хвиль називають хвильовим пакетом або групою хвиль. Чим

коротший імпульс, тим ширший інтервал частот $\Delta\omega$. Внаслідок *явища дисперсії* хвилі різної частоти (або довжини хвилі) мають різні фазові швидкості. Якщо залежність $\frac{dv}{d\omega} < 0$, то *дисперсія нормальна*, у випадку $\frac{dv}{d\omega} > 0$ *дисперсія аномальна*. У середовищі із нормальною дисперсією довші хвилі хвильового пакета обганяють короткі і з часом імпульс розпливається. Швидкість руху точки, в якій амплітуда імпульсу максимальна, називають *груповою швидкістю*. Групова швидкість: $u = v - \lambda \cdot \frac{dv}{d\lambda}$.

З визначення групової швидкості випливає, що вона характеризує швидкість поширення енергії. У випадку нормальної дисперсії групова швидкість менша фазової.

У сучасних волоконно-оптичних лініях зв'язку використовуються короткі лазерні світлові імпульси і їх розпливання внаслідок дисперсії істотно обмежує довжину лінії. Але для лазерних імпульсів фазова швидкість залежить від амплітуди імпульсу і відповідне хвильове рівняння стає нелінійним. Така нелінійність компенсує дисперсію і у волокні лазерні імпульси поширюються, зберігаючи свою форму. Такі усамітнені імпульси називаються *солітонами*.

При відносному русі джерела коливальних і приймача виникає ефект Доплера. Якщо джерело нерухоме, а приймач наближається із швидкістю $v_{пр}$, то хвиля рухається відносно приймача з швидкістю $v' = v + v_{пр}$, і він сприймає частоту

$\nu = \frac{v+v_{пр}}{\lambda} = \frac{v+v_{пр}}{v} \nu_0$, де ν_0 – частота джерела. Коли джерело наближається до приймача зі швидкістю $v_{дж}$, то у момент виконання ν_0 -го колювання гребінь першого колювання буде на відстані $v - v_{дж}$, а тому довжина хвилі $\lambda = \frac{v-v_{дж}}{\nu_0}$.

Остаточно у русі взаємного наближення для частоти прийнятого приймачем сигналу маємо:

$$\nu = \frac{v + v_{пр}}{v - v_{дж}} \nu_0. \quad (4.5)$$

Якщо ж джерело і приймач взаємно віддаляються, то у виразі (4.5) знаки перед $v_{пр}$ та $v_{дж}$ слід замінити на протилежні.

Лекція №5

ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА. ФОТОМЕТРІЯ. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА

5.1. Геометрична оптика, її основні закони

Довжини світлових хвиль, що сприймаються оком, дуже малі (порядка 10^{-7} м). Тому поширення видимого світла можна в першому наближенні розглядати, відволікаючись від його хвильової природи і вважати, що світло поширюється у вигляді променів. Під світловими променями розуміють нормальні до хвильової поверхні лінії, вздовж яких поширюється потік світлової енергії. У граничному випадку, що відповідає $\lambda \rightarrow 0$, закони оптики можна сформулювати на мові геометрії. У відповідності з цим розділ оптики, в якому нехтують скінченністю довжини хвилі й закони поширення світла розглядаються на основі уявлень про світлові промені, називається *геометричною оптикою*.

Основу геометричної оптики складають чотири закони: 1) закон прямолінійного поширення світла; 2) закон незалежності світлових променів; 3) закон відбивання світла; 4) закон заломлення світла.

Закон прямолінійного поширення світла: в оптично однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно. Доказом цього закону є наявність тіні з різкими границями від непрозорих предметів при освітленні їх точковим джерелом світла. Цей закон є наближеним, оскільки при проходженні світла крізь дуже малі отвори спостерігаються відхилення від прямолінійності, тим більші, чим менший отвір.

Закон незалежності світлових променів: промені при поширенні не збурюють один одного. Перетинання променів не заважає кожному з них поширюватись незалежно один від одного. Цей закон справедливий лише при не дуже великих інтенсивностях світла. При інтенсивностях, які досягаються за допомогою лазерів, незалежність світлових променів перестає виконуватись.

Закон відбивання світла: промінь падаючий, промінь відбитий і перпендикуляр до відбиваючої поверхні в місці падіння лежать в одній площині, причому кут i'_1 відбивання променю дорівнює куту i_1 падіння (рис. 5.1):

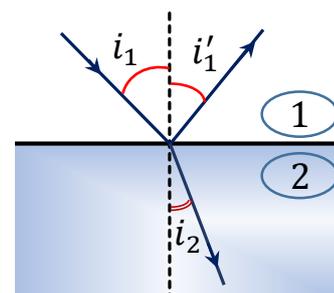


Рис. 5.1

$$i'_1 = i_1.$$

Закон заломлення світла: промінь падаючий, промінь заломлений і перпендикуляр до поверхні розділу суміжних середовищ лежать в одній площині; кут i_1 падіння й кут i_2 заломлення пов'язані співвідношенням:

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}, \quad (5.1)$$

де n_{21} – відносний показник заломлення другого середовища відносно першого. *Відносний показник заломлення* двох середовищ дорівнює відношенню їх абсолютних показників заломлення:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Абсолютним показником заломлення n середовища називається величина, яка дорівнює відношенню швидкості c електромагнітних хвиль у вакуумі до їх фазової швидкості v у середовищі:

$$n = \frac{c}{v}.$$

Враховуючи, що $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$ отримаємо, що $n = \sqrt{\epsilon \mu}$, де ϵ і μ – відповідно електрична і магнітна проникненість середовища.

Середовище, що характеризується більшим показником заломлення, називається оптично більш щільним.

Як при відбиванні, так і при заломленні, світло може проходити той самий шлях в обох протилежних напрямках. Ця властивість світла називається *оборотністю світлових променів*.

Повне внутрішнє відбивання. Цікаве явище спостерігається, якщо світло, що поширюється в якомусь середовищі, падає на межу поділу цього середовища із середовищем, оптично менш щільним, тобто таким, що має менший показник заломлення. Частина відбитої енергії збільшується із збільшенням кута падіння, а починаючи з деякого кута падіння, вся світлова енергія відбивається від межі поділу. Це явище називається *повним внутрішнім відбиванням*. Кут падіння $i_{\text{гр}}$, починаючи з якого вся світлова енергія відбивається від межі поділу, називається *граничним кутом*.

При падінні світла на межу поділу під граничним кутом кут заломлення становить 90° . Отже, для цього випадку маємо $\frac{\sin i_{\text{гр}}}{\sin 90^\circ} = n_{21}$, або $i_{\text{гр}} = \arcsin n_{21}$.

В оптично однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно, тобто найкоротшим шляхом. У неоднорідних середовищах, де коефіцієнт

заломлення n неперервно змінюється, світлові промені викривлюються. Шлях, по якому поширюється світло в неоднорідному середовищі, можна визначити, керуючись принципом Ферма.

За *принципом Ферма* світло поширюється по такому шляху, що час, необхідний для його проходження від однієї точки до іншої, має найменше значення.

Добуток геометричного шляху l на показник заломлення n називається *оптичним шляхом* $L = l \cdot n$. З уведенням поняття оптичного шляху, *принципу Ферма* можна дати більш загальне визначення: світло поширюється по шляху, оптична довжина якого екстремальна, тобто або мінімальна, або максимальна, або стаціонарна (однакова для всіх можливих шляхів). Принцип Ферма дозволяє розібрати основні явища, що пов'язані з проходженням світла через оптичні системи і тому лежить в основі теорії оптичних приладів.

5.2. Оптичні деталі та прилади

Розглянемо випадок заломлення світла на двох плоских поверхнях, що утворюють малий кут φ між собою, тобто дію тонкої призми. На рис. 5.2 зображено переріз тонкої призми, виготовленої зі скла із показником заломлення n . У випадку малих кутів падіння та заломлення синуси кутів α та β можна замінити самими кутами, і формула (5.1) буде мати вигляд:

$$\frac{\alpha}{\beta} = n. \quad (5.2)$$

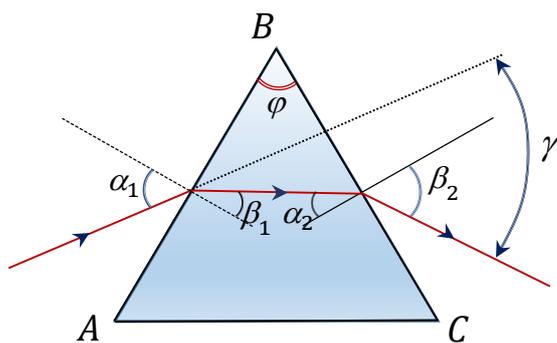


Рис. 5.2

Застосовуючи формулу (5.2) послідовно до двох поверхонь призми і, скориставшись геометричними міркуваннями, можна одержати зв'язок між кутом відхилення променя γ , заломлюючим кутом призми φ і показником заломлення n .

Згідно із формулою (5.2):

$$\alpha_1 / \beta_1 = n \quad \text{та} \quad \alpha_2 / \beta_2 = 1/n.$$

З іншого боку, повне відхилення променя γ складається із двох відхилень, яких зазнає промінь на обох поверхнях призми. При заломленні на першій поверхні промінь відхиляється на кут $\alpha_1 - \beta_1$, при заломленні на другій – на кут $\alpha_2 - \beta_2$. В результаті матимемо:

$$\gamma = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2.$$

Користуючись написаним вище співвідношенням, матимемо:

$$\gamma = (n - 1)(\beta_1 + \beta_2).$$

Враховуючи, що $\varphi = \beta_1 + \beta_2$ остаточно матимемо:

$$\gamma = \varphi(n - 1).$$

Суть цієї формули ясна. Чим більший кут призми φ і показник заломлення речовини, тим більше відхиляється промінь від початкового напрямку.

Найпростішим заломлюючим тілом із криволінійними поверхнями є тонка лінза. Питання про тонку лінзу легко можна звести до питання про тонку призму, коректніше, до питання про сукупність тонких призм, на які можна розділити лінзу (рис.5.3).

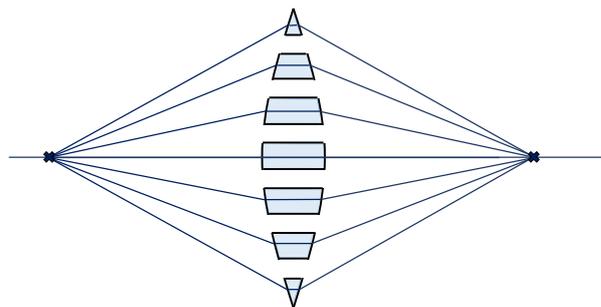


Рис. 5.3

Із рисунка видно, що чим далі від центра лінзи, тим кут призми більший і відповідно більший кут відхилення променя.

Лінзи являють собою прозорі тіла, які обмежені двома поверхнями (одна з яких зазвичай сферична, іноді циліндрична, а інша – сферична або плоска), які заломлюють світлові промені, здатні формувати оптичні зображення предметів.

Матеріалом для лінз використовують скло, кварц, пластмаси та інші прозорі матеріали. За зовнішньою формою (рис. 5.4) лінзи поділяють на:

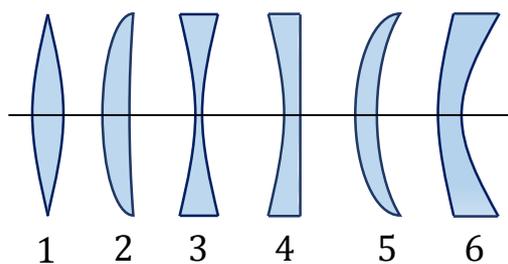


Рис. 5.4

- 1) двоопуклі; 2) плоско-опуклі; 3) двовгнуті; 4) плоскоугнуті; 5) опуклоугнуті; 6) угнуто-опуклі.

За оптичними властивостями лінзи поділяються на збиральні та розсіювальні. Збиральна лінза перетворює пучок паралельних променів на пучок променів, що сходяться; розсіювальна лінза перетворює пучок паралельних променів у розбіжний пучок.

Лінза називається тонкою, якщо її товщина (відстань між обмежуючими поверхнями) значно менша радіусів кривини поверхонь, які обмежують лінзу.

Пряма, що проходить через центри кривини поверхонь лінзи, називається *головною оптичною віссю*. Для будь-якої лінзи існує точка, яка називається *оптичним центром лінзи*, яка лежить на головній оптичній вісі і має ту властивість, що промені, які проходять крізь неї, не заломлюються.

Формула тонкої лінзи:

$$(n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad (5.3)$$

де $n = \frac{n_2}{n_1}$ – відносний показник заломлення (n_2 і n_1 – відповідно абсолютні показники заломлення лінзи й оточуючого середовища); a – відстань від оптичного центра лінзи до предмета; b – відстань від оптичного центра лінзи до зображення; R_1 – радіус кривини першої сферичної поверхні, що обмежує лінзу; R_2 – радіус кривини другої сферичної поверхні, що обмежує лінзу. Радіус кривини опуклої лінзи вважається позитивним, угнутої – негативним.

Фокусом лінзи називається точка, в якій після заломлення збираються всі промені, які падають на лінзу паралельно головній оптичній осі (або продовження падаючих променів).

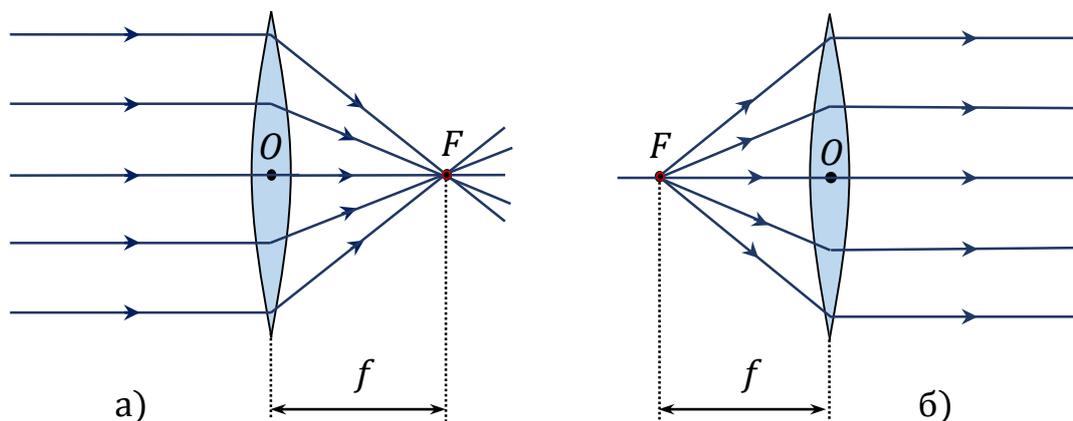


Рис. 5.5

Відстань від оптичного центра O лінзи до фокуса називається *фокусною відстанню*.

Якщо $a = \infty$, тобто промені падають на лінзу паралельним пучком (рис.5.5, а), то:

$$\frac{1}{b} = (n - 1) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Відповідно цьому випадку $b = OF = f$ – *фокусна відстань лінзи*:

$$f = \frac{1}{(n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}.$$

Якщо $b = \infty$, тобто зображення знаходиться на нескінченності і, отже, промені виходять із лінзи паралельним пучком (рис.5.5, б), то $a = OF = f$. Таким чином, фокусні відстані лінзи, що оточена з обох боків однаковим середовищем, рівні між собою.

Величина Φ називається *оптичною силою лінзи*:

$$\Phi = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (5.4)$$

Одиниця оптичної сили – діоптрія (дптр). *Діоптрія* – оптична сила лінзи з фокусною відстанню 1 м. Лінзи із позитивною оптичною силою є збиральними, з негативною – розсіювальними.

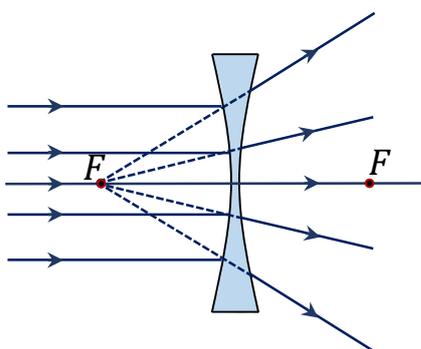


Рис. 5.6

Збиральна лінза на відміну від розсіювальної лінзи має уявні фокуси. В *уявних фокусах* сходяться (після заломлення) продовження променів, які падають на розсіювальну лінзу паралельно головній оптичній осі (рис. 5.6).

Враховуючи (5.4) формулу лінзи (5.3) можна записати у вигляді:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \pm \frac{1}{f},$$

де знак "+" відповідає збиральній, а знак "-" – розсіювальній лінзам.

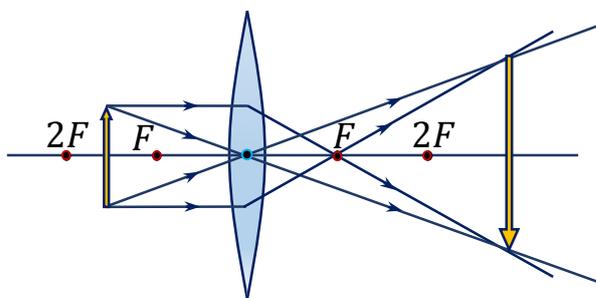


Рис. 5.7(а)

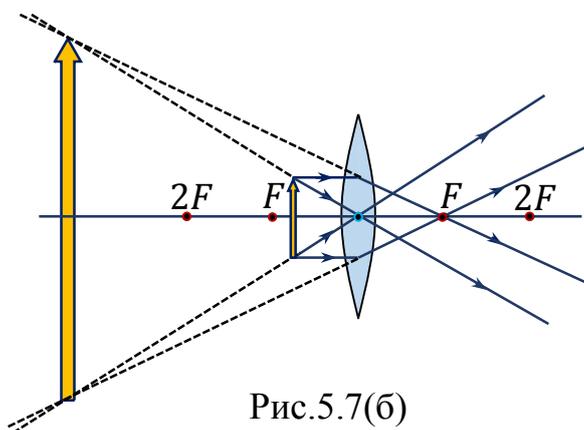


Рис.5.7(б)

Побудова зображення предмета у лінзах здійснюється за допомогою таких променів: 1) променя, який проходить через оптичний центр лінзи і не змінює свого напрямку; 2) променя, який падає паралельно головній оптичній осі; після заломлення в лінзі цей промінь (або його продовження) проходить через другий фокус; 3) променя (або його продовження), який проходить через перший фокус лінзи; після заломлення в ній він виходить із лінзи паралельно її головній осі.

Для прикладу наведена побудова зображення у збиральній (рис. 5.7) та у розсіювальній (рис. 5.8) лінзах: дійсне (рис. 5.7, а) й уявне (рис. 5.7, б) зображення у збиральній лінзі, уявне – у розсіювальній.

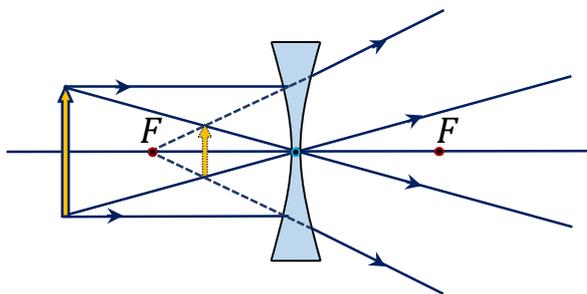


Рис. 5.8

Відношення лінійних розмірів зображення й предмета називається *лінійним збільшенням лінзи*.

Сферичною аберациєю називається недолік лінз, який полягає у тому, що промені, які йдуть від світних точок, близьких до головної

оптичної вісі лінзи (параксіальні), і промені, які проходять через лінзу далеко від оптичної осі, дають зображення світної точки в різних точках оптичної осі лінзи (рис. 5.9). Кількісною мірою сферичної аберациї є вираз $\delta = OS'' - OS'$.

Застосовуючи діафрагми (обмежуючись параксіальними променями) можна сферичну аберацию зменшити. Сферичну аберацию можна практично усунути, складаючи систему зі збиральних ($\delta > 0$) і розсіювальних ($\delta < 0$) лінз.

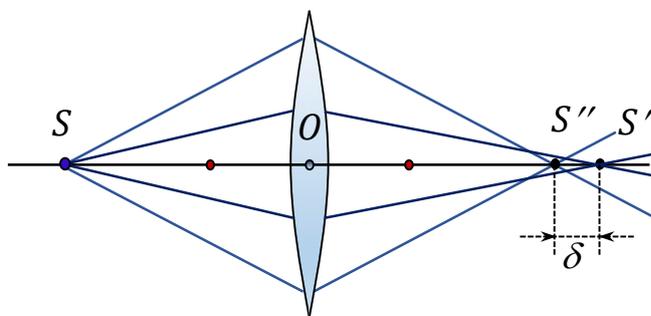


Рис. 5.9

Сферична аберация є частковим випадком астигматизму.

Дісторсія (викривлення) зображень пов'язана з різним збільшенням лінзою ділянок, які лежать в одній площині, що перпендикулярна осі, але різновіддалених від осі. В результаті порушується геометрична подібність між предметом та його зображенням. Розрізняють подушкоподібну і бочкоподібну дісторсію в залежності від того, яким чином викривляється зображення.

При падінні на оптичну систему білого світла окремі складаючи його монохроматичні промені його спектру фокусуються в різних точках (у наслідок дисперсії світла найбільшу фокусну відстань мають червоні промені, найменшу фіолетові), тому зображення розпливчасте і по краях підфарбоване. Це явище називається *хроматичною аберациєю*.

Похибка, яка обумовлена неоднаковістю кривини оптичної поверхні в різних площинах перерізу падаючого на неї під кутом світлового пучка, називається *астигматизмом*.

Око як оптична система. Кришталик ока являє собою двоопуклу лінзу, що проектує зображення предмета на сітківку, в якій знаходяться закінчення зорових нервів. Акомодація - властивість ока змінювати кривину кришталіка з метою спостереження предметів, які віддалені на різні відстані.

Оптичні прилади. Лупою називається двоопукла лінза з невеликою фокусною відстанню. Лупа розташовується в безпосередній близькості від ока, а предмет - між фокусом і лупою. Уявне збільшене зображення предмета буде на відстані найкращого зору, що досягається переміщенням лупи. Збільшення лупи, як впливає із рис. 5.10, дорівнює:

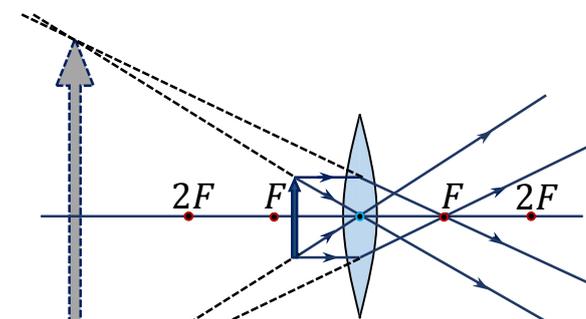


Рис.5.10

$$\Gamma = \frac{D}{f},$$

де D – відстань найкращого зору;
 f – фокусна відстань лупи.

Мікроскоп складається з двох систем лінз: об'єктива й окуляра (рис. 5.11).

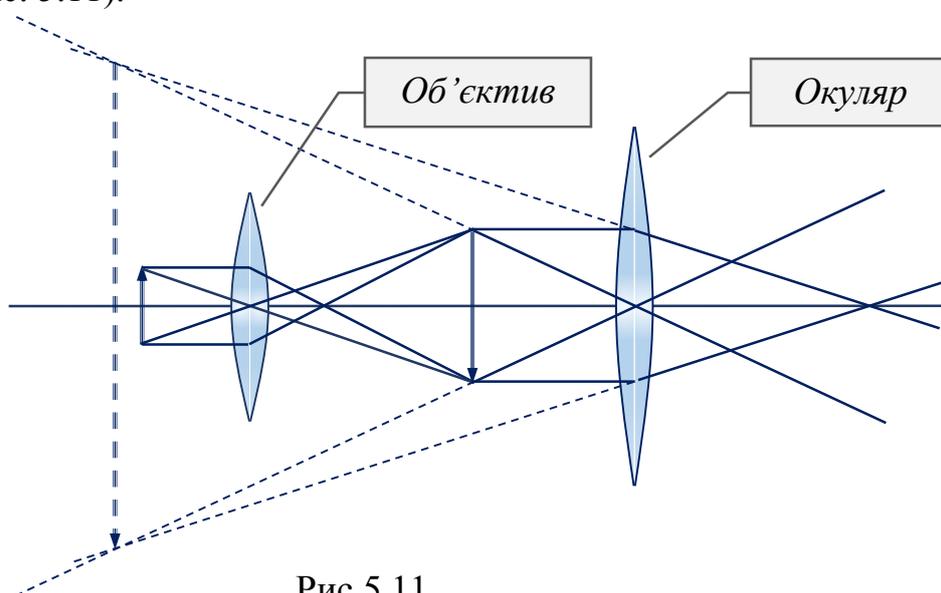


Рис.5.11

Предмет розташовується безпосередньо перед фокусом об'єктива, за допомогою якого одержується дійсне збільшене зображення. Це зображення розглядають крізь окуляр, який працює як лупа, а тому забезпечує збільшене уявне зображення предмета.

Збільшення мікроскопа дорівнює добутку збільшень об'єктива $\Gamma_{об}$ і окуляра $\Gamma_{ок}$. Збільшення в об'єктиві дорівнює приблизно відношенню довжини тубуса (труби) мікроскопа S до фокусної відстані об'єктива $f_{об}$. Збільшення окуляра

$$\Gamma_{ок} = D/f_{ок}. \text{ Тому: } \Gamma = \Gamma_{об} \cdot \Gamma_{ок} \approx \frac{S \cdot D}{f_{об} \cdot f_{ок}}.$$

Зорова труба. У зоровій трубці зображення віддаленого предмета отримується поблизу головного фокуса об'єктива (рис. 5.12). Воно розглядається в окуляр – лупу.

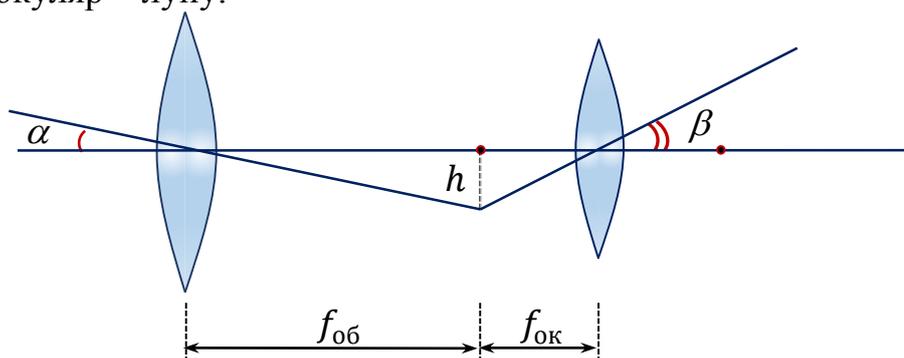


Рис.5.12

Збільшення зорової труби дорівнює відношенню тангенсів кутів α і β , або, наближено, відношенню фокусної відстані об'єктива до фокусної відстані окуляра:

$$\Gamma = \frac{f_{об}}{f_{ок}}.$$

5.3. Основні фотометричні величини. Характеристики джерел світла. Поглинання світла

Фотометрія - розділ оптики, що вивчає методи і засоби вимірювання променевої енергії. У фотометрії користуються двома системами позначень і двома системами одиниць: одна з них ґрунтується на енергетичній оцінці світла, друга – на зорових відчуттях. Оскільки чутливість ока до світла різної довжини хвилі (різного кольору) неоднакова, то оцінки світлового потоку за зоровим відчуттям і його потужністю можуть істотно відрізнятись. Тому для зорової оцінки світлових потоків треба знати чутливість ока до світла різної довжини хвилі.

Відношення

$$\Phi_e = \frac{W}{t}$$

показує, яка кількість енергії проходить через поверхню за одиницю часу і називається *поток*ом променевої енергії через дану поверхню.

Одиниця потоку променевої енергії – ват (Вт).

Потік світлової енергії, оцінений за зоровим відчуттям, називається *світловим потоком*.

За одиницю світлового потоку взято *люмен* (лм). Люмен – це світловий потік, випромінюваний точковим джерелом світла в одну канделу всередині одиничного тілесного кута (тобто кута в 1 ср). (1 лм = 1 кд·ср).

Точковим джерелом є таке джерело, розміри якого малі порівняно з відстанню до місця спостереження і яке посилає світловий потік рівномірно в усі боки.

Силою світла називають величину світлового потоку, розраховану на тілесний кут, що дорівнює стерadianу; вона вимірюється відношенням світлового потоку Φ , у тілесному куті Ω , до величини цього кута:

$$I = \frac{\Phi}{\Omega}. \quad (5.5)$$

За одиницю сили світла прийнято канделу (кд). *Кандела* – сила світла такого джерела, що випромінює монохроматичне світло з частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла якого у даному напрямі становить 1,683 Вт/ср. Кандела поруч з іншими одиницями вимірювання (метр, кілограм, секунда, моль, кельвін, ампер) входить до основних одиниць СІ.

Освітленість – це величина світлового потоку, розрахована на одиничну площадку, яка орієнтована нормально до падаючого на неї світлового потоку; вона вимірюється відношенням світлового потоку Φ , що падає на площадку, до величини цієї площадки S :

$$E = \frac{\Phi}{S}. \quad (5.6)$$

За одиницю освітленості взято люкс (лк). *Люкс* – це освітленість такої поверхні, на 1 м^2 якої падає рівномірно розподілений по площині світловий потік в 1 лм. Освітленість в один люкс дістанемо на поверхні сфери радіуса 1 м, якщо в центрі її знаходиться точкове джерело світла 1 кд.

Виходячи з формул (5.5), (5.6) і визначення тілесного кута ($\Omega = \frac{S}{r^2}$), можна дістати таку залежність:

$$E = \frac{I}{r^2}, \quad (5.7)$$

тобто освітленість поверхні, перпендикулярної до падаючого світлового потоку, дорівнює силі світла, поділеній на квадрат відстані до точкового джерела.

Якщо поверхня орієнтована у просторі так, що кут між напрямом падаючих променів і нормаллю до неї становить α , то співвідношення (5.7) набуває вигляду, який називають законом косинуса:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha.$$

Яскравість просторового джерела вимірюється силою світла, що випромінюється одиницею поверхні, що світиться в заданому напрямі:

$$B_{\varphi} = \frac{I}{S \cos \varphi}.$$

Одиницею вимірювання *яскравості* є кандела на квадратний метр (кд/м²).

Джерела, яскравість яких однакова в усіх напрямках, називаються *ламбертовськими* або *косинусними* (потік, який випромінюється елементом поверхні такого джерела, пропорційний $\cos \varphi$).

Поглинанням світла називається явище втрати енергії світлової хвилі, при проходженні через речовину, внаслідок перетворення енергії хвилі в інші форми (внутрішню енергію речовини і в енергію вторинного випромінювання інших напрямків та спектрального складу). У результаті поглинання інтенсивність світла при проходженні через речовину зменшується.

Поглинання світла описується законом Бугера, згідно якого інтенсивність I плоскої хвилі монохроматичного світла зменшується по мірі проходження через поглинаюче середовище за експоненціальним законом:

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

де I і I_0 – інтенсивності світла на вході й виході шару поглинаючої речовини товщиною x , α – коефіцієнт поглинання середовища, який залежить від хімічної природи і стану поглинаючого середовища, а також від довжини хвилі світла.

5.4. Інтерференція світла. Часова та просторова когерентність

В оптиці спостереження явища інтерференції ускладнюється особливостями випромінювання світла атомами. Атоми випромінюють світловий цуг тривалістю $\tau < 10^{-8}$ с, причому за цей час початкова фаза коливань може випадково змінитись. Час, впродовж якого початкова фаза коливань змінюється не більш ніж на π , називають *часом когерентності* $\tau_{\text{ког}}$,

а відстань $l_{\text{ког}} = c \cdot \tau_{\text{ког}}$ – довжиною когерентності. Якщо різниця ходу більша довжини когерентності, то інтерференційна картина не виникає.

Крім того, атоми випромінюють у деякому інтервалі довжин хвиль $\lambda_0 \pm \Delta\lambda/2$, а не строго монохроматичну хвилю довжиною λ_0 . Унаслідок цього довжина когерентності:

$$l_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}.$$

Усі оптичні джерела мають кінцеві розміри, а окремі ділянки джерела випромінюють хвилі, початкові фази яких не пов'язані між собою. У результаті інтерференційні картини, створені різними ділянками джерел накладаються і чіткої картини немає. Якщо з точки спостереження джерело діаметром d має кінцеві розміри φ , то інтерференційна картина спостерігається, коли $\varphi < \lambda/d$.

Внаслідок таких особливостей джерел фаза коливань точок хвильової поверхні хаотично змінюється, а тому вводиться поняття *радіуса когерентності*

$\rho_{\text{ког}}$ – відстані, при зміщенні, на яку вздовж хвильової поверхні випадкова зміна початкової фази коливань не перевищує π . Можна показати, що:

$$\rho_{\text{ког}} \sim \frac{\lambda}{\varphi}.$$

Для спостереження інтерференції можна скористатись біпризмою Френеля (рис. 5.13), що являє собою дві призми із малим заломлюючим кутом, які склеєні основами. Унаслідок заломлення світла від джерела S в обох призмах утворюються фіктивні когерентні джерела S_1 і S_2 . Кожне з них випромінює циліндричну хвилю й в області їх перекриття AB на екрані виникає інтерференційна картина.

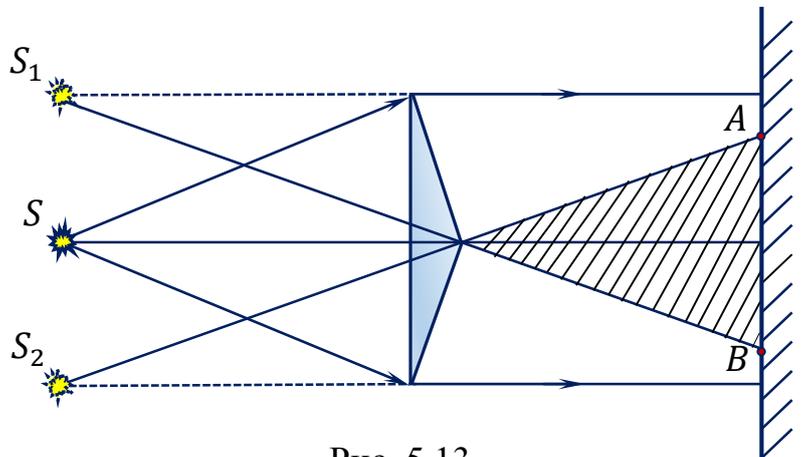


Рис. 5.13

5.5. Інтерференція на пластині та клині. Застосування інтерференції. Інтерферометр

Розглянемо падіння плоскої світлової хвилі на тонку плоскопаралельну пластину (рис. 5.14). Падаючий промінь у точці A відбивається (*промінь 1*) і заломлюється (*промінь 2*). Заломлений промінь у точці B відбивається від нижньої поверхні (*промінь 3*) і заломлюється у точці C . В оптиці результат інтерференції визначає не

геометрична різниця ходу ΔS , а оптична різниця ходу $\Delta = l_2 - l_1$, де оптична довжина шляху $l = n \cdot S$ (n – показник заломлення середовища). З рисунка випливає, що $\Delta = n_2(AB + BC) - n_1AD \pm \frac{\lambda}{2}$, де виникнення доданка $\pm \frac{\lambda}{2}$ зумовлене різними умовами

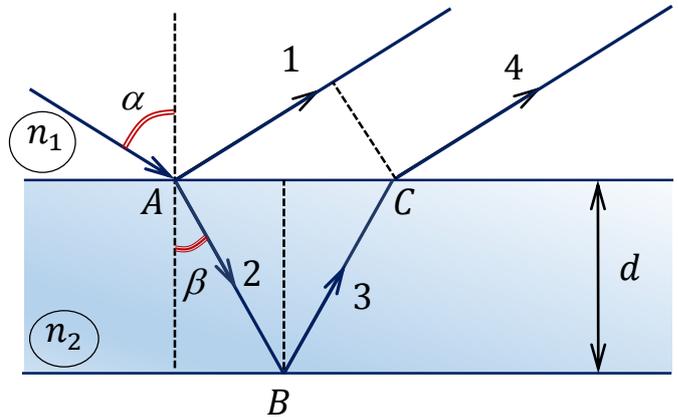


Рис. 5.14

відбивання світла на верхній та нижній гранях. Якщо $n_2 > n_1$, то у точці A втратиться $\lambda/2$, тому:

$$\Delta = n_2(AB + BC) - n_1AD - \frac{\lambda}{2}. \quad (5.8)$$

Якщо $n_1 = 1$, $n_2 = n$, то із (5.8) та закону заломлення світла для умов інтерференційних максимуму та мінімуму можна відповідно одержати:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda;$$

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Інтерференційна картина локалізована на нескінченності і являє собою систему темних і світлих паралельних *смуг рівного нахилу*.

Інтерференція у тонких пластинках і плівках використовується для просвітлення оптики й створення діелектричних дзеркал для лазерів. Об'єктиви високої якості (наприклад, у фотоапараті) складаються із трьох та більше лінз й численні відбивання погіршують якість зображення. Для зменшення відбиття на кожену поверхню наносять тонку діелектричну плівку із меншим, ніж у лінзи, показником заломлення. Товщину плівки підбирають такою, щоб у відбитому світлі для потрібного інтервалу довжин хвиль спостерігався інтерференційний мінімум. Така обробка лінз зводить кількість відбитого світла до мінімуму.

У інтерференційних дзеркалах на основу дзеркала наносять декілька шарів, причому після шару із більшим показником заломлення йде шар із меншим показником та навпаки. Товщини шарів та показники заломлення вибираються за умови реалізації інтерференційного максимуму для відбитого світла. Внаслідок інтерференції від числених границь між шарами для певної довжини хвилі можна реалізувати коефіцієнт відбивання 99,9%.

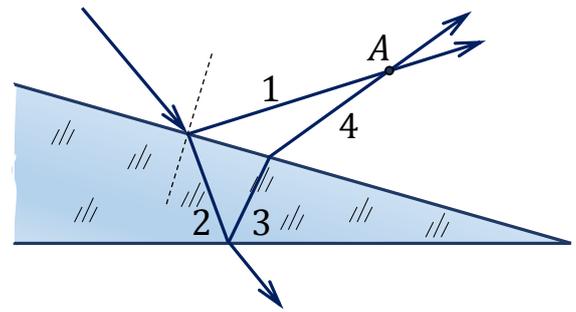


Рис. 5.15

Інший важливий випадок – інтерференція на клині (рис. 5.15). Промінь, що падає на клин, створює два відбитих промені 1 і 4, які перетинаються у точці А. У залежності від оптичної різниці ходу виникає відповідний максимум або мінімум. Інтерференційна картина являє систему смуг, паралельних ребру клина. Оскільки кожна смуга відповідає фіксованій товщині клина, їх називають *смугами однакової товщини*. Класичним випадком смуг рівної товщини є *кільця Ньютона*. Їх спостерігають при

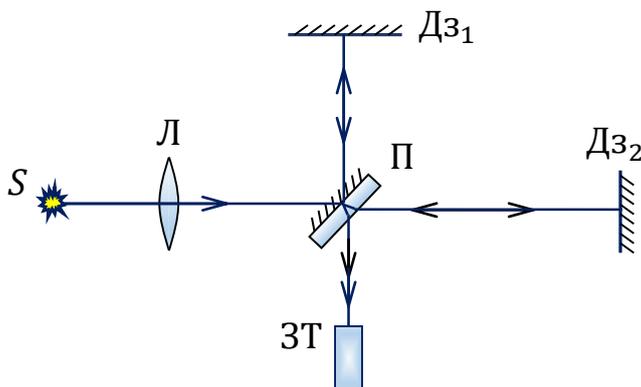


Рис. 5.16

З інтерференційних приладів слід розглянути інтерферометр Майкельсона (рис.5.16). Лінза Л формує паралельний промінь світла, який падає на напівпрозору дзеркальну пластинку П. Тут він відбивається у бік дзеркала Дз₁ і проходить далі до дзеркала Дз₂. Відбитий від дзеркала Дз₁ промінь, частково відбиваючись у бік джерела, проходить крізь пластину П і попадає у об'єктив зорової труби ЗТ. Промінь від дзеркала Дз₂ частково проходить пластину П, частково відбивається і теж попадає в об'єктив зорової труби. За допомогою зорової труби можна спостерігати результат інтерференції обох променів. Інтерферометр Майкельсона використовується для високоточних вимірювань (із точністю до $\lambda/50$).

контакті плоскопаралельної пластини з плоско-опуклою лінзою із великим радіусом кривини R місце контакту оточене системою концентричних інтерференційних кілець радіусом:

$$r = \sqrt{R\lambda \frac{m-1}{2}}$$

Лекція №6

ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА.

ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛОВИХ ПРОМЕНІВ

6.1. Дифракція світла. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля

Принцип Гюйгенса: кожна точка хвильового фронту стає центром вторинних сферичних хвиль, а огинаяча цих хвиль дає положення хвильового фронту в наступний момент (рис.6.1). (1 – хвильовий фронт у даний момент часу, 2 – положення хвильового фронту у наступний момент).

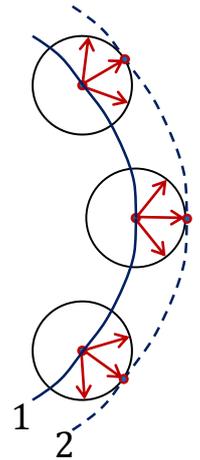


Рис. 6.1

Принцип Гюйгенса пояснює лише напрямок поширення хвильового фронту, але не дає інформацію про інтенсивність у кожній точці. Цей недолік ліквідує *доповнення Френеля:* вторинні хвилі когерентні, тому інтенсивність визначається як результат інтерференції усіх вторинних хвиль. Розрахунок суперпозиції великої кількості вторинних хвиль вимагає складного інтегрування, тому для більш простої реалізації принципу Гюйгенса-Френеля розроблено *метод зон Френеля* (рис.6.2), де

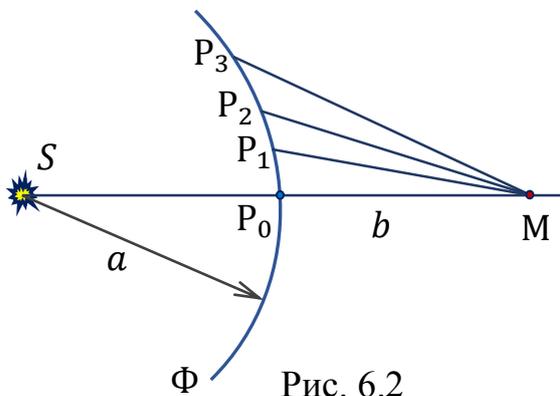


Рис. 6.2

S – джерело світла, Φ – положення хвильового фронту у даний момент часу. Кожна точка цього фронту є джерелом вторинних хвиль, а тому випромінює у напрямку точки спостереження M . В наслідок цього інтенсивність у точці M є результатом інтерференції нескінченної кількості хвиль. Таку задачу можна точно розв'язати за допомогою комп'ютера,

але у багатьох випадках хороші результати дає метод зон Френеля. З цією метою хвильовий фронт розбивають на концентричні сферичні сегменти так, щоб відстані від країв кожного сегмента до точки спостереження відрізнялись на $\lambda/2$. У цьому разі усі точки кожного сегмента коливаються приблизно у одній фазі (максимальна різниця фаз не перевищує $\pi/2$) і створюють у точці M відмінну від нуля амплітуду коливань. Для реалізації методу зон Френеля на хвильовому фронті виберемо такі точки P_1, P_2, P_3, \dots , щоб виконувалась умова:

$$\begin{cases} P_1 M = P_0 M + \frac{\lambda}{2} \\ P_2 M = P_1 M + \frac{\lambda}{2} \\ P_3 M = P_2 M + \frac{\lambda}{2} \\ \vdots \end{cases}$$

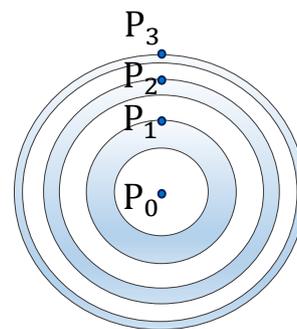


Рис. 6.3

У результаті увесь хвильовий фронт умовно розіб'ється на кільцеві зони, вигляд яких з точки M подано на рис. 6.3. Ці зони називають *зонами Френеля*.

При цьому радіуси:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda},$$

а площі зон:

$$\Delta \sigma_m = \frac{\pi ab}{a+b} \lambda. \quad (6.1)$$

Із виразу 6.1 випливає, що площі усіх зон однакові, а тому кожна із них повинна створювати у точці M однакову амплітуду коливань. Реально із ростом номеру зони зростає відстань від неї до точки M , а тому амплітуда коливань поступово спадає. Темп спадання амплітуди настільки невеликий, що амплітуди коливань (A_{m-1} ; A_m ; A_{m+1}) створених сусідніми зонами, практично однакові. Таким чином, результат інтерференції хвиль від усіх зон у точці M буде:

$$\begin{aligned} A &= A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + A_5 - A_6 + \dots = \\ &= \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \left(\frac{A_5}{2} - A_6 + \frac{A_7}{2} \right) + \dots \approx \frac{A_1}{2}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

При цьому враховано, що різниця ходу між сусідніми зонами становить $\lambda/2$, а тому вони дають мінімум інтерференції. Із виразу (6.2) випливає, що увесь хвильовий фронт створює у точці спостереження таку амплітуду коливань, що і половина першої зони.

Якщо на шляху хвилі поставити пластину, яка перекриває лише парні зони, то амплітуда у точці M істотно зросте:

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + A_7 + \dots$$

Розташуємо на шляху хвилі екран з круглим отвором (рис.6.4). Отвір відкриває m зон Френеля, а тому амплітуда в точці M буде:

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}. \quad (6.3)$$

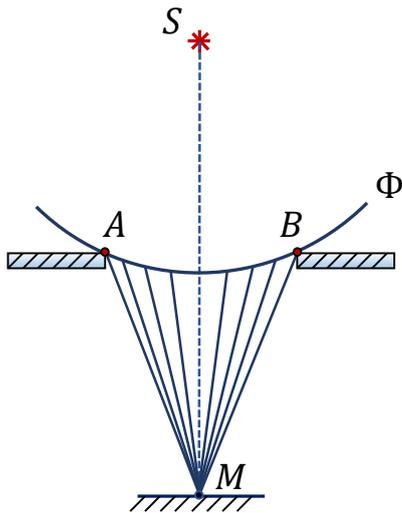


Рис. 6.4

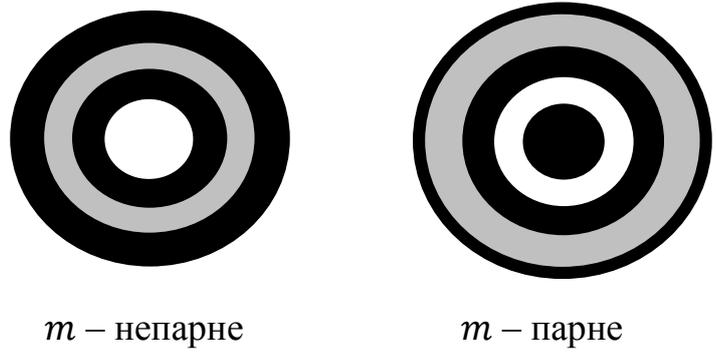


Рис. 6.5

Із виразу 6.3 випливає, що при парному m у центрі картини (точка M) буде темна пляма, а при непарному – світла. Детальний аналіз показує, що на екрані замість освітленого круга буде спостерігатись система концентричних кілець (рис. 6.5). Такий специфічний прояв інтерференції, при якому спостерігається порушення законів геометричної оптики, називають дифракцією світла. При дифракції Френеля на перешкоду падає сферичний хвильовий фронт, а результат дифракції спостерігають на невеликій відстані від перешкоди.

6.2. Дифракція Фраунгофера на щілині та дифракційній ґратці

У випадку дифракції Фраунгофера на перешкоду падає плоска хвиля, а результат спостерігають на нескінченості. Розглянемо дифракцію Фраунгофера на нескінченій щілині (рис. 6.6). Лінза L_1 формує паралельний пучок променів, які вздовж нормалі падають на щілину шириною $AB = a$, вісь якої перпендикулярна до площини рисунка. Кожна точка плоского фронту випромінює сферичну хвилю, тому всі вони випромінюють однаково під довільним кутом φ .

Цей пучок променів лінзою L_2 збирається у одну точку M у фокальній площині цієї лінзи. З рисунка видно, що $CB = a \cdot \sin\varphi$. З іншого боку, на ширині щілини вкладається $N = \frac{CB}{\lambda/2}$ зон Френеля, які являють собою нескінченні смуги, паралельні щілині.

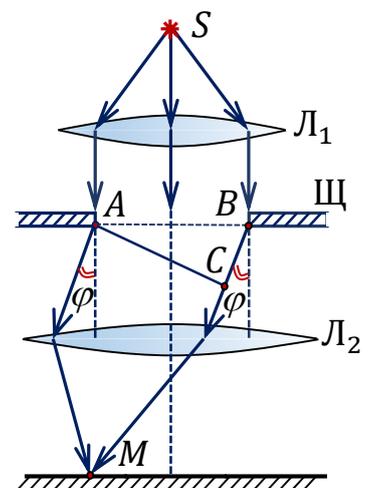


Рис. 6.6

Якщо N – парне, тобто $\frac{\Delta}{\lambda/2} = \frac{2a \sin \varphi}{\lambda} = \pm 2m$, то у точці M спостерігається дифракційний мінімум, якщо $a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ – то максимум. Таким чином, при дифракції на щілині умовою мінімуму є $a \sin \varphi = \pm m \lambda$, де $m = 0, 1, 2, \dots$

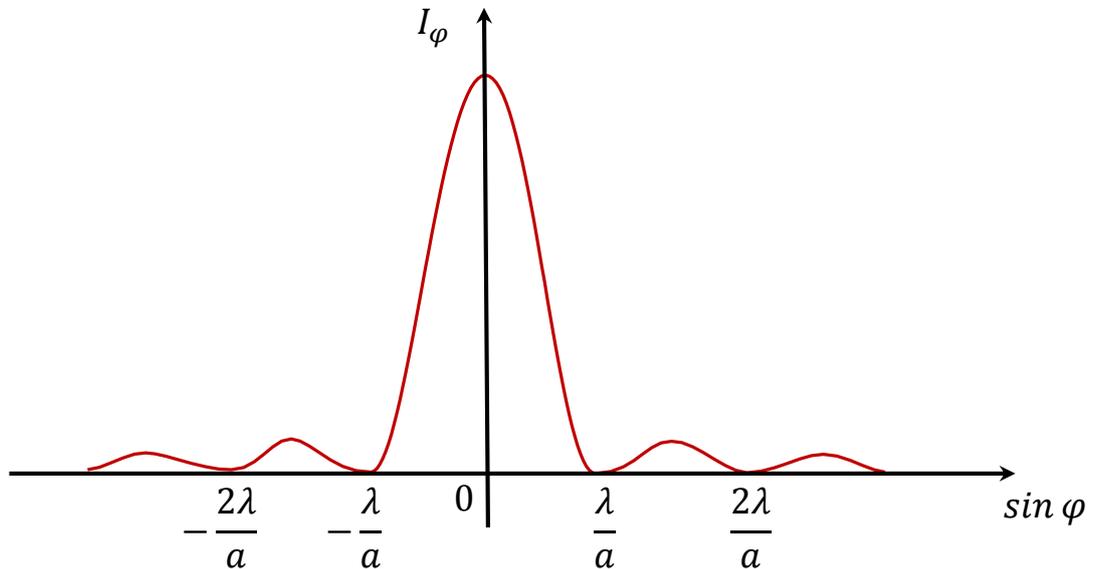


Рис. 6.7

Розподіл інтенсивності світла у залежності від кута дифракції представлено на рис.6.7.

Число $m = 0, 1, 2, \dots$ визначає *порядок дифракційного максимуму*. Інтенсивності цих максимумів швидко спадають із ростом m : якщо для центрального максимуму $I_0 = 1$, то $I_1 = 0,0471$; $I_2 = 0,017$.

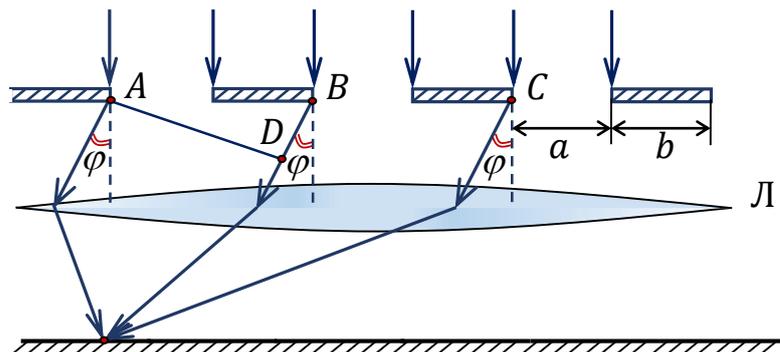


Рис. 6.8

Дифракційна ґратка являє собою набір великої кількості рівновіддалених паралельних щілин однакової ширини (рис. 6.8). Із рисунка видно, що лінза збирає в одну точку промені, випромінені кожною щілиною під кутом φ . Різниця ходу між променями сусідніх щілин $DB = AB \cdot \sin \varphi$,

тому умовою головних дифракційних максимумів є $d \sin \varphi = \pm m \lambda$, де $d = a + b$ – період дифракційної ґратки.

Між головними максимумами розташовані $N - 1$ побічних максимумів (N – число щілин у ґратці). Дифракційну картину від дифракційної ґратки для $N = 4$ подано на рис. 6.9. Оскільки кут, під яким спостерігається максимум з $m \geq 1$ залежить від λ , то дифракційну ґратку використовують як спектральний прилад. Ефективність просторового розділення двох близьких довжин хвиль λ_1 та λ_2 ($\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta \lambda \ll \lambda_1, \lambda_2$) визначає роздільна здатність:

$$R = mN \frac{\lambda}{\Delta \lambda}.$$

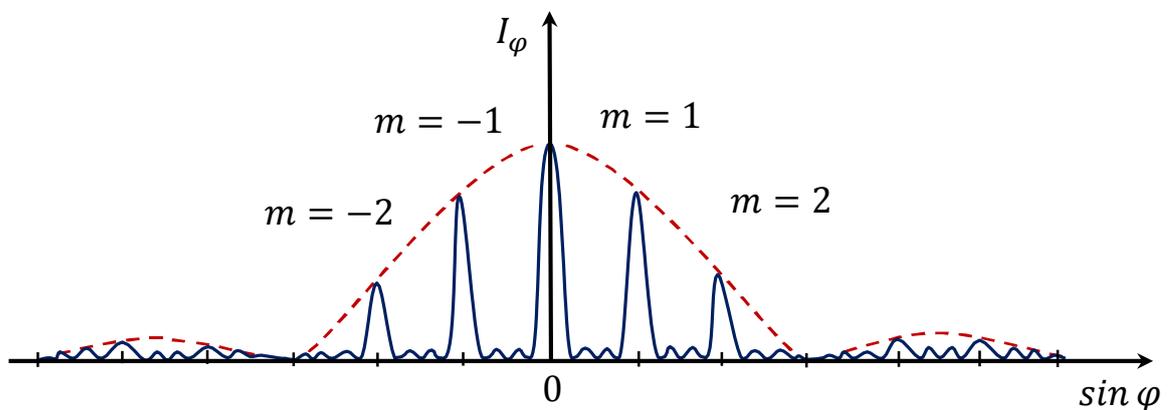


Рис. 6.9

Характер дифракції визначається безрозмірним параметром $\frac{b^2}{\lambda l}$, де b – розмір перешкоди, а l – відстань від неї до точки спостереження:

$\frac{b^2}{\lambda l} \ll 1$ – дифракція Фраунгофера;

$\frac{b^2}{\lambda l} \sim 1$ – дифракція Френеля;

$\frac{b^2}{\lambda l} \gg 1$ – геометрична оптика.

6.3. Поняття про голографію. Дифракція на кристалічній ґратці

На основі явищ інтерференції та дифракції світла розроблений особливий спосіб запису та подальшого відновлення інформації про будь-який об'єкт – голографію. При звичайному фотографуванні об'єкта фіксується лише амплітуда хвилі, у той час як для об'ємного зображення потрібна інформація про фазу хвилі. Для одночасної фіксації амплітуди та фази світлової хвилі можна використати таку схему (рис.6.10). Паралельний пучок

когерентного випромінювання, створеного лазером, падає на дзеркало та об'єкт. Відбиті від дзеркала й об'єкта промені попадають на фотопластинку (майбутня голограма).

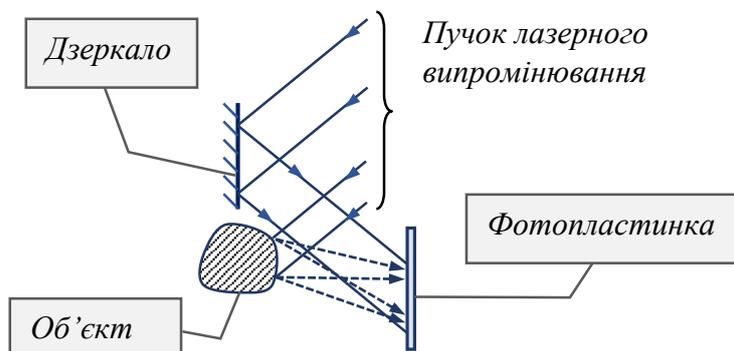


Рис. 6.10

При цьому слід особливо підкреслити, що кожна точка об'єкта випромінює в усі боки, а тому освітлює усю фотопластинку. Оскільки на фотопластинку також падає відбитий від дзеркала пучок (опорний пучок), то на ній фіксується

інтерференційна картина. Вона несе інформацію як про амплітуду, так і про фазу хвилі відбитої кожною точкою об'єкта (рис.6.10).

Далі фотопластинку обробляють і розташовують на своєму старому місці. Оскільки перекривається частина пучка, яка до цього падала на об'єкт, то сам об'єкт прибирають (рис. 6.11). Внаслідок дифракції світла зафіксованій на голограмі на інтерференційній картині виникають два зображення – дійсне та уявне. Дійсне зображення об'єкта можна спостерігати оком, якщо

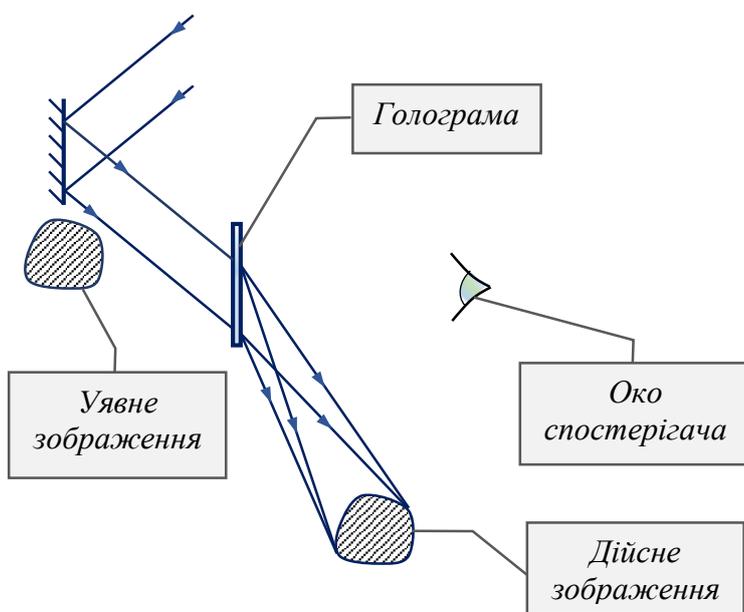


Рис. 6.11

заповнити димом відповідну область простору. Уявне зображення фіксується оком безпосередньо, якщо дивитись крізь голограму.

Як дійсне так і уявне зображення – об'ємні. Навіть шматок голограми дає повне зображення, хоча і гіршої якості.

Рентгенівські промені мають довжину хвилі ($\lambda = 10^{-10} \dots 10^{-8} \text{м}$) порівнянну з міжатомними відстанями у кристалах $d \sim 10^{-10} \text{м}$, тому можлива їх дифракція на кристалічній ґратці.

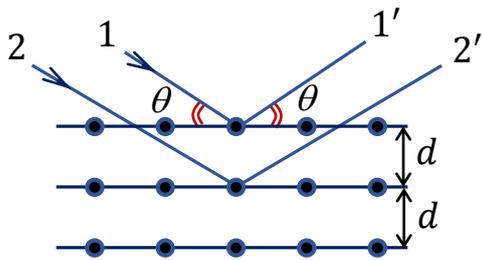


Рис. 6.12

Нехай паралельний пучок рентгенівських променів падає під кутом ковзання θ на кристал, структура якого являє собою сукупність паралельних кристалічних площин (рис.6.12). Кожен атом стає джерелом вторинних сферичних хвиль. Між променями $1'$ і $2'$ виникає різниця ходу $\Delta = 2d \sin \varphi$, де d – відстань

між атомними площинами. За умови, що:

$$2d \sin \varphi = m\lambda, \quad (6.4)$$

то спостерігається дифракційний максимум. Вираз 6.4 (формула Вульфа-Бреггіє) дозволяє визначити структуру будь-якого кристала.

6.4. Поляризація світлових хвиль. Поляризація при відбиванні та заломленні світла.

Подвійне променезаломлення у кристалах. Поляризаційні пристрої. Закон Малюса

Поляризація світла характеризує ступінь впорядкованості світлового вектора – вектора \vec{E} напруженості електричного поля електромагнітної хвилі. Якщо усі можливі орієнтації світлового вектора зустрічаються з однаковою ймовірністю, то таке світло називають *неполяризованим* або *природнім* (рис. 6.13,а).

У випадку *лінійно-поляризованого світла* світловий вектор лежить у строго фіксованій площині (*площині поляризації*) (рис. 6.13,б). Якщо є переважний напрямок орієнтації світлового вектора (рис. 6.13,в), то таке світло називають *еліптично поляризованим*, або *частково поляризованим*.

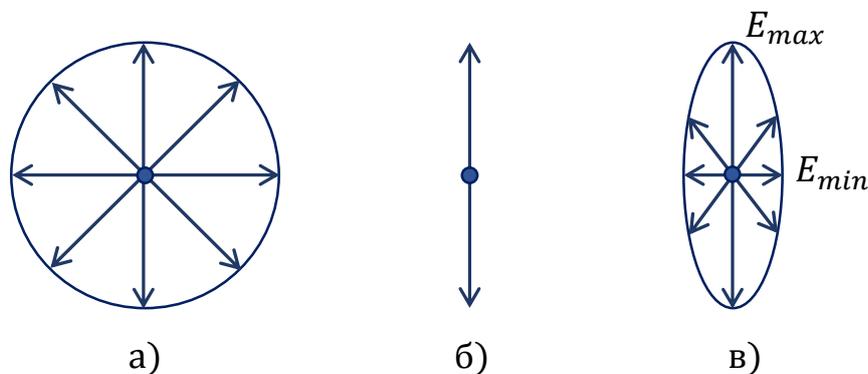


Рис. 6.13

Стан поляризації визначається *ступінню поляризації*:

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \cdot 100\%,$$

де $I_{max} = CE_{max}^2$, а $I_{min} = CE_{min}^2$ (C – коефіцієнт пропорціональності). Для природного світла $P = 0$, для лінійно-поляризованого $P = 1$, а для еліптично поляризованого $0 < P < 1$.

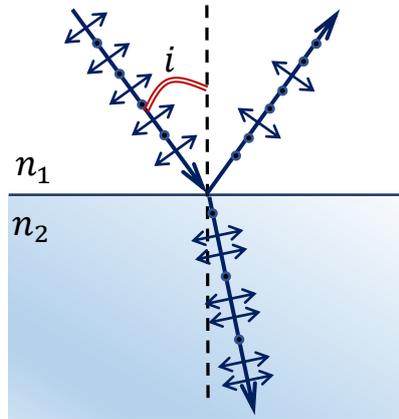


Рис. 6.14

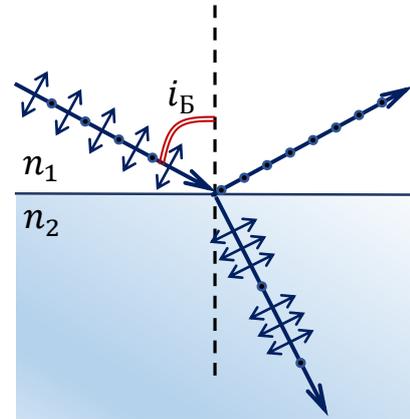


Рис. 6.15

Якщо природне світло падає під кутом i (рис.6.14) на межу двох оптичних середовищ із різними показниками заломлення n_1 та n_2 , то відбите і заломлене світло будуть частково поляризованими. При падінні під кутом *Брюстера* $i_B = \arctg n_{21} = \arctg \frac{n_2}{n_1}$ відбите світло лінійно поляризоване, а заломлене – частково (рис.6.15).

У багатьох кристалах спостерігається явище *подвійного променезаломлення* (рис. 6.16), суть якого полягає у тому, що в кристалі виникає два заломлених промені. Один з них ("o") підкорюється закону заломлення світла (*звичайний промінь*), а для іншого ("e") (*незвичайний промінь*) відношення синусів кута падіння і кута заломлення змінюється при зміні кута падіння.

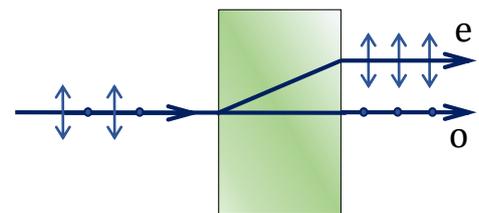


Рис. 6.16

Напрямок, уздовж якого звичайний та незвичайний промені не розділяються і рухаються з однаковою швидкістю, називається *оптичною віссю кристала*. У *одновісних кристалів* оптична вісь одна, а у *двовісних* – дві. Площина, що проходить через світловий промінь і оптичну вісь, називається *головною площиною*. Незвичайний промінь поляризований у головній площині, а звичайний – перпендикулярно до неї.

Існують також *оптично дихроїчні* кристали, в яких один з променів поглинається на шляху декілька мікрон й з кристала виходить лінійно-поляризований промінь. Такі кристали є природними *поляризаторами*

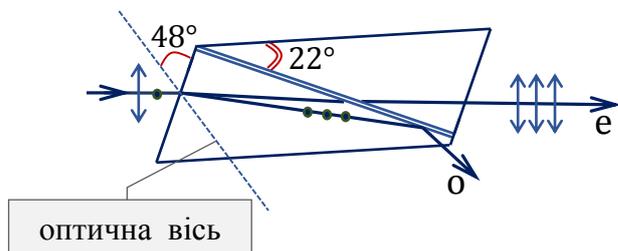


Рис. 6.17

(пристрої, які перетворюють неполяризоване або частково поляризоване світло у лінійно поляризоване). Площина, у якій лежить світловий вектор світла на виході, називається *площиною поляризатора*.

Поляризатори також виконують з одновісних кристалів. *Призму Ніколя* (рис. 6.17) виготовляють з кристалів *ісландського шпату (кальциту)*. Призму розрізають вздовж діагоналі і склеюють канадським бальзамом. Внаслідок явища повного внутрішнього відбивання звичайний промінь повністю відбивається і поглинається зачорненою гранню.

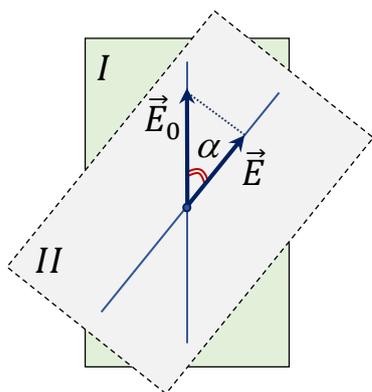


Рис. 6.18

Розташуємо на одній осі два поляризатора так, що їхні площини утворюють кут α (рис. 6.18). Із першого поляризатора виходить лінійно-поляризоване світло (вектор \vec{E}_0) й падає на інший поляризатор, який у даному випадку називається *аналізатором*. З аналізатора виходить світло з вектором напруженості \vec{E} . Оскільки $E = E_0 \cos \alpha$, то $I = I_0 \cos^2 \alpha$, що є математичною формою запису *закону Малюса*. Якщо на аналізатор падає частково-поляризоване світло, то обертаючи аналізатор і

фіксуєючи інтенсивність світла після нього, можливо визначити стан поляризації падаючого світла.

Коли $\alpha = 90^\circ$ і між поляризатором і аналізатором розташувати мінерал, то крізь аналізатор спостерігається *коноскопична картина*, по якій ототожнюється мінерал.

Замість мінералу можна розташувати будь-який об'єкт, виконаний з органічного скла. Під дією механічного навантаження органічне скло набуває властивості подвійного променезаломлення, а тому через аналізатор точно фіксується розподіл механічних напруг у даному об'єкті.

Лекція №7

ОСНОВИ КВАНТОВОЇ ОПТИКИ

7.1. Теплове випромінювання та люмінесценція. Випромінювання абсолютно чорного тіла. Закони Кірхгофа, Стефана-Больцмана та Віна

Теплове випромінювання – випромінювання електромагнітних хвиль за рахунок внутрішньої енергії тіла. Усі інші види випромінювання, збуджені іншими джерелами енергії (хімічними, електричними, світловими, тощо) відносяться до люмінесценції.

Якщо нагріте тіло оточити у вакуумі оболонкою з абсолютно дзеркальними стінками, то усе випромінювання буде поглинатись цим тілом і

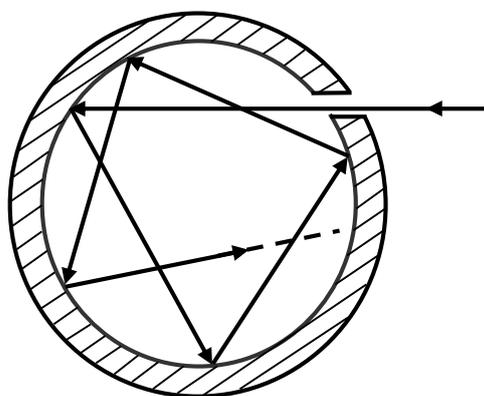


Рис. 7.1

встановиться стан рівноваги. *Випромінювання рівноважне*, коли розподіл енергії між тілом і випромінюванням є сталим для кожної довжини хвилі.

Потік енергії який випромінює одиниця площі тіла в усіх напрямках (у межах тілесного кута 2π), називають *енергетичною світністю* R . Тіло випромінює у широкому діапазоні частот ω і у інтервалі частот $d\omega$ потік енергії dR_ω :

$$dR_\omega = r_\omega d\omega,$$

де r_ω – *випромінювальна здатність* тіла, яка залежить також і від температури T .

Таким чином, енергетична світність:

$$R_T = \int_0^\infty r_{\omega T} d\omega.$$

Залежність від частоти можна замінити на залежність від довжини хвилі λ :

$$r_\omega = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi \cdot c}.$$

Нехай на елементарну площадку поверхні тіла падає потік $d\Phi_\omega$. Частина цього потоку $d\Phi'_\omega$ поглинається тілом.

Величина $a_{\omega T} = \frac{d\Phi'_\omega}{d\Phi_\omega}$ називається *поглинальною здатністю*. Оскільки $d\Phi' \leq d\Phi$, то $a_{\omega T} \leq 1$. У випадку $a_{\omega T} = 1$ тіло називається *абсолютно чорним*.

Моделлю абсолютно чорного тіла (АЧТ) може слугувати сферична порожнина з невеликим отвором (рис. 7.1). Випромінювання, що попало у сферу, може вийти назовні лише після багатократних відбивань, а тому його інтенсивність буде близькою до нуля.

Нехай у замкнену порожнину, стінки якої підтримуються при сталій температурі T , внесено декілька тіл з різними поглинальними здатностями (рис. 7.2). Через деякий час усі тіла будуть мати одну і ту ж температуру T . Такий стан можливий, коли тіло з більшою поглинальною здатністю має і відповідно більшу випромінювальну здатність:

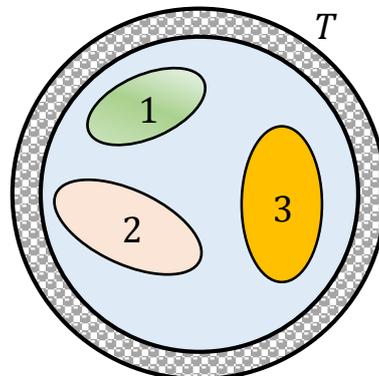


Рис. 7.2

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}}\right)_3 = \dots \quad (7.1)$$

Співвідношення (7.1) виражає *закон Кірхгофа*: відношення випромінювальної і поглинальної здатностей не залежить від природи тіл, вона є для всіх тіл однаковою функцією частоти і температури.

Ця функція – *випромінювальна здатність АЧТ*:

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi \cdot c}{\omega^2} \cdot \varphi(\lambda, T),$$

де $\varphi(\lambda, T)$ – залежність випромінювальної здатності АЧТ від довжини хвилі. Вигляд функції $\varphi(\lambda, T)$ подано на рис. 7.3.

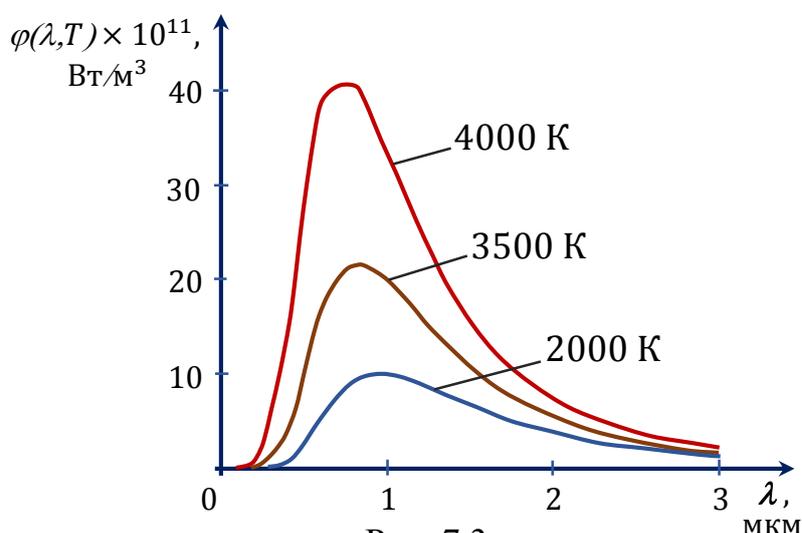


Рис. 7.3

Площа під кривою $\varphi(\lambda, T)$ дорівнює енергетичній світності R .

Стефан і Больцман встановили, що:

$$R = \sigma T^4, \quad (7.2)$$

де σ – стала Стефана-Больцмана: $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴).

Співвідношення (7.2) – закон *Стефана – Больцмана*.

Для довжини хвилі λ_m , на яку припадає максимум $\varphi(\lambda, T)$ буде:

$$\lambda_m = \frac{b}{T}, \quad (7.3)$$

де $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К. Вираз (14.3) – закон зміщення Віна.

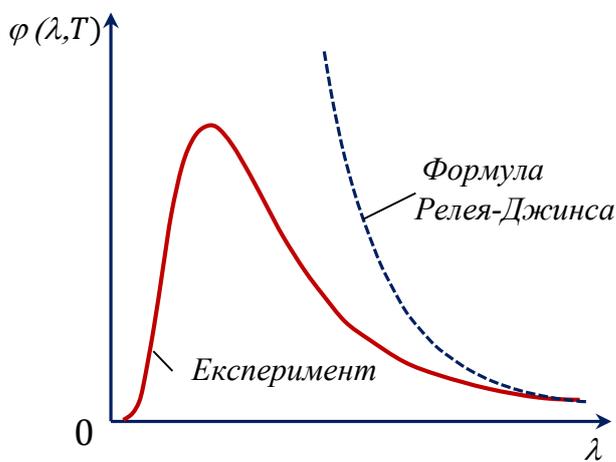


Рис. 7.4

У рівноважному випадку випромінювання у порожнині рис. 7.2 являє собою набір стоячих хвиль різної частоти. З кожною хвилею пов'язана певна енергія, а тому на основі класичної статистики Релей та Джинс розраховували функцію $\varphi(\lambda, T)$. Для великих довжин хвиль формула Релея-Джинса задовільно узгоджується з

експериментальними даними, але для коротких хвиль суперечить їм. Цей результат називається *ультрафіолетовою катастрофою* (рис. 7.4). У рамках класичної фізики знайти функцію $\varphi(\lambda, T)$ не вдалося.

7.2. Квантова гіпотеза та формула Планка для спектра абсолютно чорного тіла. Оптична пірометрія

Проблему теплового випромінювання розв'язав Планк, але для цього він був змушений зробити невластиве класичній фізиці припущення (*квантова гіпотеза Планка*): атоми випромінюють електромагнітні хвилі у вигляді строго визначених порцій енергії – квантів (або фотонів):

$$\mathcal{E} = h\nu, \quad (7.4)$$

де h – стала Планка. Випромінити частину кванта або одразу декілька атом не може. На основі (7.4) Планк одержав, що:

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}. \quad (7.5)$$

Формула (7.5) повністю узгоджується з експериментальними даними.

На основі законів теплового випромінювання розроблено *оптичну пірометрю* – дистанційне визначення температури нагрітих тіл.

Радіаційна температура T_p – це така температура АЧТ, при якій енергетичне світність даного тіла R_m дорівнює енергетичній світності R_e АЧТ. Оскільки $R_e = R_m$, то:

$$T_p = \sqrt[4]{\frac{R_m}{\sigma}}.$$

Реальні тіла не є абсолютно чорними, а тому їх енергетична світність:

$$R_m = a\sigma T^4,$$

де a – *коефіцієнт сірості*. Оскільки $a < 1$, то радіаційна температура менша, ніж справжня.

Колірна температура T_k – це така температура АЧТ, при якій довжина хвилі λ_m , на яку припадає максимум випромінювальної здатності $r_{\omega T}$, така сама, як і для АЧТ:

$$T_k = \frac{b}{\lambda_m}.$$

Яскравісна температура – це така температура АЧТ при якій на певній довжині хвилі випромінювальні здатності його і даного тіла однакові. Яскравісну температуру визначають за допомогою пірометра зі зникаючою спіраллю, в якому вольфрамова спіраль проєктується на зображення тіла, а перед оком спостерігача розташований світлофільтр. Збільшуючи температуру спіралі, можна досягти моменту, коли її не можна буде розрізнити на тлі тіла. Сама ж спіраль до цього градується по моделі абсолютно чорного тіла.

7.3. Зовнішній фотоефект, його закономірності. Використання фотоефекту в техніці

Зовнішній фотоефект – явище виривання електронів із поверхні речовини під дією електромагнітного випромінювання (світла).

Внутрішній фотоефект – явище переходу електронів речовини зі зв'язаного стану у вільний без вильоту їх із речовини під дією світла. Провідність речовини при цьому зростає.

Вентильний фотоэффект – виникнення фото-ЕРС при освітленні контакту напівпровідників або метал – напівпровідник.

Для дослідження особливостей зовнішнього фотоэффекту використовується установка, схему якої подано на рис. 7.5. Випромінювання крізь прозоре кварцове віконце падає на металевий катод К. Вибиті з нього фотоелектрони під дією анодної напруги попадають на анод А, сила фотоструму фіксується гальванометром G , а різниця потенціалів між анодом і катодом – вольтметром V . Різницю потенціалів можна змінювати за допомогою потенціометра Π . Вольт - амперну характеристику (ВАХ) для двох різних інтенсивностей падаючого світла подано на рис. 7.6, де I_H – сила струму насичення, а U_3 – затримуюча напруга (зворотня напруга, при якій припиняється фотострум).

Закони фотоэффекту:

1. При фіксованій частоті падаючого світла сила фотоструму насичення пропорційна енергетичній освітленості катода.

2. Максимальна швидкість фотоелектронів не залежить від інтенсивності світла, а визначається лише його частотою.

3. Для кожного матеріалу існує червона межа фотоэффекту – така найменша частота світла ν_c , при якій фотоэффект ще можливий.

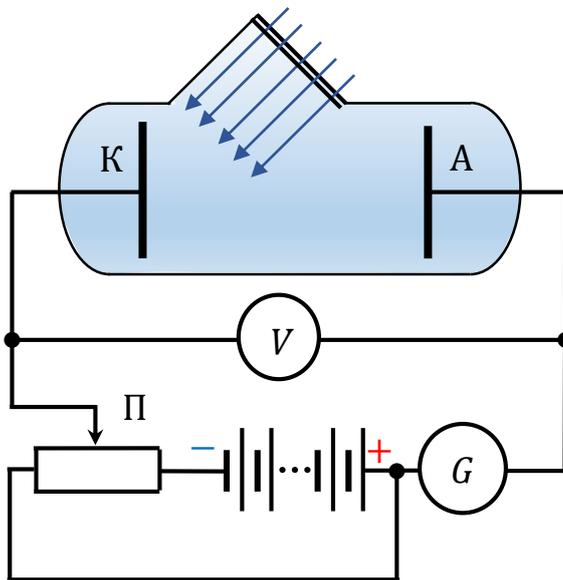


Рис. 7.5

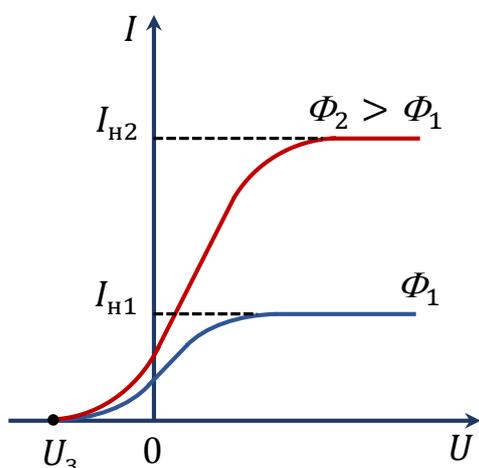


Рис. 7.6

Усі закономірності фотоэффекту можна пояснити лише на основі квантових уявлень. Ейнштейн показав, що світло поглинається лише квантами й енергія кванта $h\nu$ йде на виконання роботи виходу $A_{\text{вих}}$ електрона із металу та надання йому кінетичної енергії:

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}, \quad (7.6)$$

де v_{max} – максимальна швидкість електрона, а m – його маса. Для червоної межі $v_{\text{max}} = 0$, а тому $A_{\text{вих}} = h\nu_c$.

Явище зовнішнього фото ефекту покладено в основу роботи *фотоелементів* та *фотоелектронних помножувачів* (ФЕП). Фотоелемент являє собою прозорий балон, із якого викачане повітря. На внутрішню поверхню балона нанесено тонкий шар металу із малою роботою виходу. Вибиті електрони попадають на розташований у центрі анод.

У ФЕП вибиті з фотокатода фотоелектрони під дією прискорюючої напруги падають на спеціальний електрод – діод. Кожен електрон вибиває з діода декілька електронів, які в свою чергу попадають на наступний діод. Оскільки діодів багато, то на анод попадає ціла електронна лавина (кожен фотоелектрон призводить до попадання на анод $10^8 - 10^9$ електронів).

При внутрішньому фото ефекті змінюється електричний опір матеріалу і ця властивість покладена в основу роботи *фоторезисторів*. Завдяки вентильному фото ефекту енергія світла безпосередньо перетворюється в електричну енергію (*сонячні батареї*).

7.4. Фотони, їхня маса та імпульс. Світловий тиск

Особливості теплового випромінювання можливо пояснити лише припустивши, що світло випромінюється окремими квантами. Як впливає із законів фото ефекту, поглинання світла також носить квантовий характер – поглинається лише цілий квант. Ейнштейн висунув припущення, що світло і поширюється у вигляді окремих частинок –

світлових квантів, або *фотонів*. Гіпотезу Ейнштейна підтвердив дослід Боте (рис. 7.8), в якому металеву фольгу Φ опромінювали слабким пучком рентгенівського випромінювання. Під його дією фольга сама ставала джерелом вторинного випромінювання, яке фіксувалося лічильниками L_1, L_2 . Сигнали із лічильників приводили у дію механізми M_1 та M_2 . При цьому на стрічці C наносились особливі

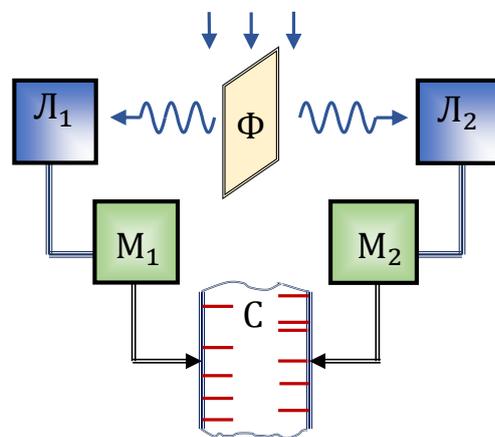


Рис. 7.8

мітки. Виявилось, що мітки розташовані неупорядковано й не співпадають одна із одною. Якби атоми фольги випромінювали світлову хвилю, то вона б одночасно попадала у лічильники й мітки співпадали б. Безсистемне розташування міток вказує, що атоми випромінюють окремі фотони, кожен із

яких поширюється у своєму напрямі і може попасти лише у один лічильник.

Фотон – частинка з масою $m = \frac{h\nu}{c^2}$, а тому характеризується імпульсом:

$$p = mc = \frac{h\nu c}{c^2} = \frac{h\omega}{2\pi c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}, \quad (7.7)$$

де λ – довжина хвилі, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – модуль хвильового вектора \vec{k} . Маса спокою фотона дорівнює нулю і він завжди рухається зі швидкістю світла c у вакуумі. Фотон летить у напрямі поширення електромагнітної хвилі, тому:

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}. \quad (7.8)$$

Нехай на поглинаючу поверхню вздовж нормалі до неї падає потік фотонів. Якщо густина фотонів N , на одиницю площі за одну секунду попадає $N \cdot c$ фотонів, кожен з яких при поглинанні надає стінці імпульс $p = \frac{E}{c}$, де $E = \hbar\omega$. Таким чином, для *світлового тиску* маємо:

$$p = \frac{E}{c} \cdot Nc = E \cdot N. \quad (7.9)$$

При використанні таких величин, як енергетична освітленість E_B , об'ємна густина енергії випромінювання w та коефіцієнт відбивання ρ , формула (7.9) набуває вигляду:

$$p = \frac{E_B(1+\rho)}{c} = w(1 + \rho).$$

7.5. Ефект Комптона. Корпускулярно-хвильовий дуалізм електромагнітного випромінювання

Квантова природа світла виявляється також у явищі, яке одержало назву *ефект Комптона*. При цьому речовину опромінують вузьким паралельним пучком монохроматичного (довжина хвилі λ_0) рентгенівського випромінювання і спостерігають розсіяне випромінювання під деяким кутом θ відносно падаючого. Виявляється, що у спектрі розсіяного випромінювання крім довжини хвилі λ_0 присутня також довжина хвилі λ' (рис. 7.9).

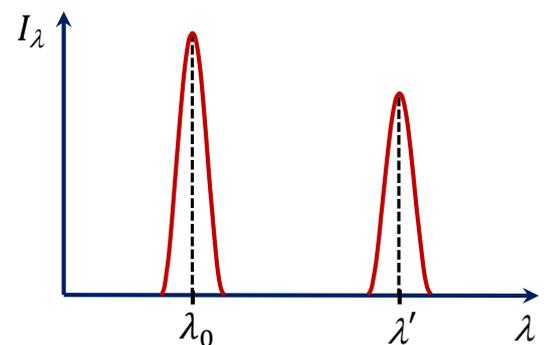


Рис. 7.9

При цьому величина λ' залежить від кута спостереження θ . Ефект Комптона – результат пружного розсіяння рентгенівських фотонів на практично вільних електронах (слабко зв'язаних з атомами зовнішніх

електронах). Механічна аналогія ефекту Комптона – пружний удар двох куль, при якому виконуються закони збереження енергії та імпульсу. Якщо $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ – хвильове число падаючого фотона (відповідна частота ω_0), m – маса спокою електрона, $k' = \frac{2\pi}{\lambda'}$ – хвильове число розсіяного фотона, p – імпульс електрона, то із законів збереження енергії та імпульсу випливає:

$$\hbar\omega + mc^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m^2c^2}; \quad (7.10)$$

$$\hbar\vec{k} = \vec{p} + \hbar\vec{k}', \quad (7.11)$$

Співвідношення між імпульсами фотонів та електрона представлено на рис. 7.10. Із виразів (7.10) і (7.11) можна одержати, що $\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$, де $\lambda_c = \frac{h}{mc}$ – *комptonівська довжина хвилі* (для електрона $\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м).

Таким чином, особливості теплового випромінювання, фотоефекту та ефекту Комптона доводять, що світло випромінюється, поширюється і взаємодіє із речовиною як потік частинок – *фотонів*, але явища дифракції та інтерференції пояснюються лише на основі хвильових уявлень. Світло виявляє *корпускулярно – хвильовий дуалізм*: в одних явищах воно поводить себе як електромагнітна хвиля, а у інших – як потік фотонів. Для з'ясування такої особливості світла розглянемо дифракцію Фраунгофера на щілині. Кожен фотон може потрапити лише у конкретне місце на екрані і дифракційна картинка – інтегральний результат попадання великої кількості фотонів. Фактично дифрагує кожен фотон, але ймовірність його попадання у конкретне місце на екрані пропорційна освітленості у даній точці. Таким чином, ймовірність знайти фотон у межах об'єму dV , який охоплює дану точку простору, визначається виразом:

$$dP = \chi A^2 dV, \quad (7.12)$$

де χ – коефіцієнт пропорційності, A – амплітуда світлової хвилі. Вираз (7.12) є математичною формою запису корпускулярно – хвильового дуалізму.

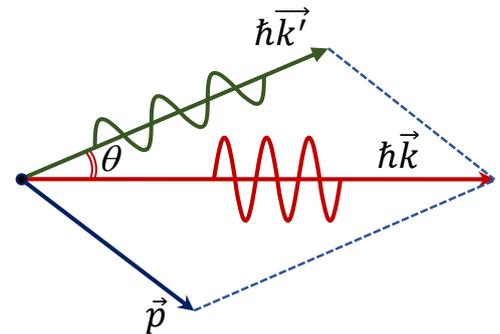


Рис. 7.10

Список літератури

1. Елементарний підручник фізики: у 3 т. / за ред. акад. Г. С. Лансберга. – Київ : Рад. школа, 1968. Т.3 : Коливання, хвилі, оптика, будова атома. 520 с.
2. Зачек І. Р. Фізика і будівництво: підручник / І. Р. Зачек, Г. А. Ільчук. – Львів : Вид-тво Львівської політехніки, 2022. – 352 с.
3. Кучерук І. М.. Загальний курс фізики: у 3 т / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук. – Київ : Техніка, 1999. Т.3 : Оптика. Квантова фізика. – 520 с.
4. Кучерук І. М. Загальний курс фізики: у 3 т. / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик. – Київ : Техніка, 2006. Т.1 : Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – 532 с.
5. Кучерук І. М. Загальний курс фізики: у 3 т./ І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик. – Київ : Техніка, 2001. Т.2 : Електрика і магнетизм. – 452 с.
6. Чолпан П. П. Фізика: підручник. Київ : Вища школа, 2003. – 567 с.

Зміст

| | |
|--|----|
| ВСТУП | 3 |
| Лекція №1 | 4 |
| ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ. МЕХАНІЧНІ ТА ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАЛЬНІ СИСТЕМИ | 4 |
| 1.1. Гармонічні коливання та їх характеристики | 4 |
| 1.2. Перетворення енергії при гармонічних коливаннях | 7 |
| 1.3. Додавання коливань. Биття. Фігури Ліссажу | 9 |
| 1.4. Механічні коливальні системи. Пружинний, математичний та фізичний маятники..... | 13 |
| 1.5. Електричний коливальний контур | 16 |
| Лекція №2 | 20 |
| ЗАГАСАЮЧІ ТА ВИМУШЕНІ МЕХАНІЧНІ Й ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ | 20 |
| 2.1. Диференціальне рівняння вільних загасаючих коливань та його розв'язок. Характеристики загасання. Аперіодичні процеси..... | 20 |
| 2.2. Диференціальне рівняння вимушених коливань. Амплітуда та фаза вимушених коливань. | 25 |
| Резонанс механічних систем..... | 25 |
| 2.3. Резонанс у колах змінного струму | 29 |
| 2.5. Нелінійні коливальні системи. Подання несинусоїдних коливань у вигляді рядів Фур'є | 32 |
| Лекція №3 | 35 |
| ПРУЖНІ ХВИЛІ ТА ЇХ ХАРАКТЕРИСТИКИ | 35 |
| 3.1. Загальні закономірності хвильових процесів. Поздовжні та поперечні хвилі. Рівняння синусоїдної хвилі. Диференціальне хвильове рівняння | 35 |
| 3.2. Швидкість механічних хвиль в газах, рідинах і в твердих тілах. Потік енергії хвилі | 37 |
| 3.3. Звукові хвилі, їх основні характеристики. Область чутності. Акустика приміщень та споруд..... | 38 |
| Лекція №4 | 40 |

| | |
|---|----|
| ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ | 40 |
| НАКЛАДАННЯ ХВИЛЬ | 40 |
| 4.1. Електромагнітні хвилі. Диференціальне рівняння електромагнітної хвилі. Випромінювання диполя. Вектор Пойтінга. Шкала електромагнітних хвиль. Передача інформації за допомогою електромагнітних хвиль | 40 |
| 4.2. Накладання хвиль. Стоячі хвилі | 43 |
| 4.3. Фазова та групова швидкості..... | 45 |
| Дисперсія хвиль. Ефект Доплера..... | 45 |
| Лекція №5 | 47 |
| ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА. ФОТОМЕТРІЯ. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА | 47 |
| 5.1. Геометрична оптика, її основні закони..... | 47 |
| 5.2. Оптичні деталі та прилади | 49 |
| 5.3. Основні фотометричні величини. Характеристики джерел світла. Поглинання світла | 55 |
| 5.4. Інтерференція світла. Часова та просторова когерентність | 57 |
| 5.5. Інтерференція на пластині та клині. Застосування інтерференції. Інтерферометр | 59 |
| Лекція №6 | 61 |
| ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА | 61 |
| ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛОВИХ ПРОМЕНІВ | 61 |
| 6.1. Дифракція світла. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля . | 61 |
| 6.2. Дифракція Фраунгофера на щілині та дифракційній ґратці..... | 63 |
| 6.3. Поняття про голографію. Дифракція на кристалічній ґратці | 65 |
| 6.4. Поляризація світлових хвиль. Поляризація при відбиванні та заломленні світла..... | 67 |
| Подвійне променезаломлення у кристалах. Поляризаційні пристрої. Закон Малюса | 67 |
| Лекція №7 | 70 |
| ОСНОВИ КВАНТОВОЇ ОПТИКИ | 70 |

| | |
|---|-----------|
| 7.1. Теплове випромінювання та люмінесценція. Випромінювання абсолютно чорного тіла. Закони Кірхгофа, Стефана-Больцмана та Віна ... | 70 |
| 7.2. Квантова гіпотеза та формула Планка для спектра абсолютно чорного тіла. Оптична пірометрія | 72 |
| 7.3. Зовнішній фотоефект, його закономірності. Використання фотоефекту в техніці | 73 |
| 7.4. Фотони, їхня маса та імпульс. Світловий тиск | 75 |
| 7.5. Ефект Комптона. Корпускулярно-хвильовий дуалізм електромагнітного випромінювання | 76 |
| Список літератури | 78 |

Навчальне видання

ТАРАСЕВИЧ Віталій Іванович

ГРИГОРЧУК Олександр Михайлович

**ФІЗИКА КОЛИВАЛЬНИХ
І ХВИЛЬОВИХ ПРОЦЕСІВ,
ОПТИКА**

Конспект лекцій

Комп'ютерне верстання *Л. М. Морозюк*

Ум. друк. арк. 4,65. Обл.-вид. арк 5,0.

Електронний документ. Вид № 6/V-24.

Виконавець і виготовлювач

Київський національний університет будівництва і архітектури

Проспект Повітряних Сил, 31, Київ, Україна, 03680

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи ДК № 808 від 13.02.2002 р