

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕРХОНЬ НОРМАЛЕЙ ЯК ЗАСІБ СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ПОВЕРХОНЬ ВІДБИТТЯ

*Київський національний університет будівництва та архітектури,  
Україна*

*Розглядається принцип, згідно з яким запропоновано систематизувати відбиваючі поверхні.*

**Постановка проблеми.** Розрахунок архітектурної акустики передбачає геометричні розрахунки відбиттів від внутрішніх поверхонь залів для посилення прямого звуку відбитим. Часто форма внутрішніх поверхонь має складні форми, відбиття від яких потребує вивчення.

**Аналіз стану досліджень.** Сучасна архітектура не обмежується певною кількістю можливостей, а використовує великий спектр форм внутрішнього оздоблення залів. З точки зору архітектурної акустики, ці форми представляють собою відбиваючі екрани. Відбиваючі властивості традиційних поверхонь вивчені в багатьох працях. Вивчення поверхонь відбитих променів широко представлені в роботах Підгорного О.Л. [2,3] та його учнів.

**Мета статті.** Маючи дослідження властивостей поверхонь другого та вищих порядків, є можливість використовувати їх в якості відбиваючих поверхонь. Отримання поверхонь відбитих променів від таких складних поверхонь це досить складна задача. Для її спрощення можна систематизувати поверхні за певними ознаками, та, відповідно, систематизувати поверхні відбитих променів, що дозволить скласти класифікацію поверхонь відбитих променів.

### **Основна частина.**

Вздовж ліній перетину багатьох поверхонь відомі поверхні нормалей. Властивості та форми їх описані та вивчені. Відомо також, що різні поверхні мають спільні поверхні нормалей. Таким чином, систематизування відбиваючих поверхонь за принципом спільних поверхонь нормалей дає корисну перспективу для вивчення відбиттів.

Для систематизації необхідно виділити кілька типів поверхонь нормалей: площина, гіперболічний параболоїд, круговий конус, поверхня нормалей 4-го порядку.

Площина створюється пучок нормалей на прямолінійних твірних циліндра, конуса та тора.

Поверхня нормалей у вигляді гіперболічного параболоїда утворюється на твірних косих поверхонь. До них відносяться гіпар та одпорожневий гіперболіод, а також лінійчаті спіралевидні поверхні.

Поверхні нормалей у вигляді кругового конуса створюються на поверхнях обертання. Окрім поверхонь обертання другого порядку, таких

як еліпсоїд, однопорожневий та двопорожневий гіперболоїди, параболоїд, до розділу можна віднести псевдосферу, круговий тор, еліптичний тор, катеноїд та багато інших, приведених в літературі [1]. Нормалі у вигляді кругового конуса також будуються для деяких видів циклічних поверхонь. Наприклад, до часних випадків каналових поверхонь відносяться трубчаті поверхні, як обвідна одно параметричного сімейства сфер постійного радіуса. Також, Цикліди Дюпена, поверхня, обидва сімейства ліній якої складаються з окружностей та каналові поверхні Іоакімсталя належать до групи поверхонь, яку ми розглядаємо.

Поверхня нормалей четвертого порядку будується на лінії перетину площини, перпендикулярної до вісі поверхні з поверхнею еліптичного конуса, еліпсоїда, однопорожневого гіперболоїда, двопорожневого гіперболоїда та параболоїда загального виду. Лінія перетину представляє собою еліпс.

Таким чином, відбиваючі поверхні розбито на чотири групи:

Поверхня нормалей	Відбиваюча поверхня	Рівняння відбиваючої поверхні
Площина (I група)	Площина	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$
	Циліндр	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
	Конус (еліптичний)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
	Торс	$r=r(u,v)=a(v)+ul(v)$
Гіперболічний параболоїд (II група)	Гіперболічний параболоїд	$z = \frac{x^2}{2p} - \frac{y^2}{2p}$
	Однопорожневий гіперболоїд	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
	Лінійчаті спіралевидні поверхні	$z = \pm \sqrt{x^2 + y^2 - a^2} \operatorname{ctg} \gamma + p \operatorname{Arctg} \frac{y}{x} \pm p \operatorname{Arctg}(\sqrt{x^2 + y^2 - a^2}/a)$
Круговий конус (III група)	Круговий конус	$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
	Еліпсоїд обертання	$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
	Однопорожневий гіперболоїд обертання	$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
	Двopopожневий гіперболоїд обертання	$\frac{-x^2 - y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
	Параболоїд обертання	$2z = \frac{x^2 + y^2}{p}$
	Тор	$(x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - b^2)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$

	Цикліди Дюпена	$(x^2 + y^2 + z^2 - \mu^2 + b^2)^2 = 4(cx - a\mu)^2 + 4b^2y^2$
	Поверхні Іоакімсталя	$(x^2 + y^2 + z^2 - 2\mu ax)^2 = 4a^2(x^2 + y^2)$
Поверхня нормалей 4го порядку (IV група)	Конус загального виду	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
	Еліпсоїд загального виду	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
	Однопорожневий гіперболоїд загального виду	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$
	Двопорожневий гіперболоїд загального виду	$-\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$
	Параболоїд загального виду	$z = \frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{2p}$

Написання рівняння поверхні нормалей проводиться згідно алгоритму геометричного побудовання. Для спрощення, поверхня нормалей будувалась на лінії перетину площиною, перпендикулярною до всієї координат.

Для поверхонь I групи рівняння площини нормалей буде у вигляді:

$$\begin{aligned}x &= x_a + a_1t + b_1k \\y &= y_a + a_2t + b_2k \\z &= z_a + a_3t + b_3k\end{aligned}$$

Як видно, це є параметричне рівняння площини. Параметри рівняння залежать від виду відбиваючої поверхні та положення площі перетину.

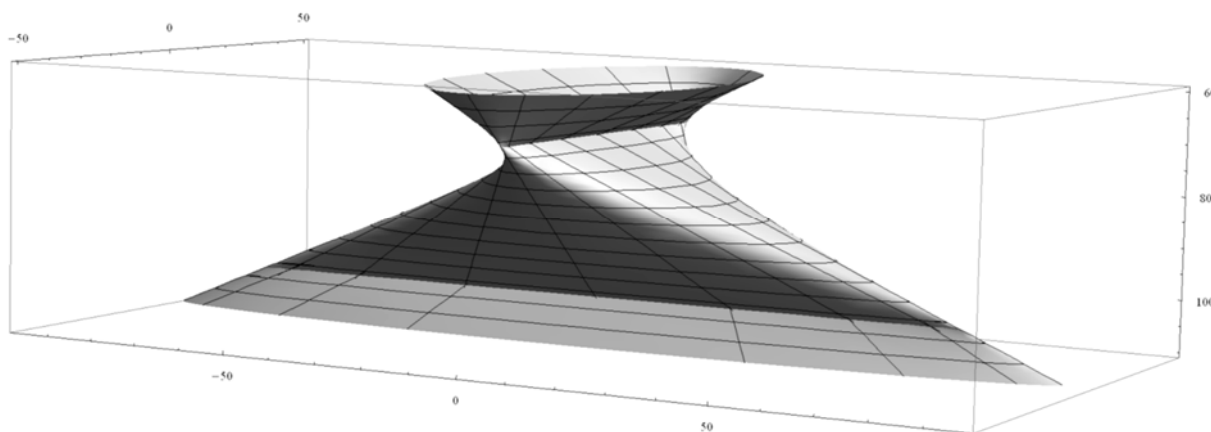
Для поверхонь IV групи параметричне рівняння поверхонь нормалей буде мати вигляд:

$$\begin{aligned}x &= a_1t \cos u + a_2 \cos u \\y &= b_1t \sin u + b_2 \sin u \\z &= c_1t + c_2\end{aligned}$$

$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  коефіцієнти, які залежать від виду відбиваючої поверхні.

Так, для конуса 2-го порядку  $a_1=t/a, a_2=a, b_1=t/b, b_2=b, c_1=-1/c, c_2=c$ , для еліпсоїда 2-го порядку  $a_1=t/a, a_2=a, b_1=t/b, b_2=b, c_1=1/c, c_2=c$ .

Для перевірки по рівнянню була побудована поверхня нормалей для IV групи відбиваючих поверхонь.



**Висновки.** Систематизація відбиваючих поверхонь за принципом спільних поверхонь нормалей дозволяє групувати поверхні відбитих променів.

### Література

1. *Кривошапко С.Н., Иванов В.Н.* Энциклопедия аналитических поверхностей.-М., Книжный дом «Либроком», 2009. 556стр.
2. *Підгорний О.Л.* Розшарування конгруенцій нормалей поверхонь 2-го порядку вздовж ліній плоских перерізів.//Прикладна геометрія та інженерна графіка.– К.: КДТУБА,1996.Вип.60. – С. 8-14. Вип.61. –С.10-12.
3. *Подгорный А.Л.* Поверхности отражённых лучей//Прикладная геометрия и инженерная графика. Вып. 20.–К.;Будівельник, 1975.–С.13-16.
4. *Козак Ю.В.* Принципи енергозбереження, які застосовуються в архітектурі//Енергоефективність в будівництві та архітектурі.Вип.4.- К.:КНУБА, 2013.-с.145-149.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ НОРМАЛЕЙ КАК СПОСОБ СИСТЕМАТИЗАЦИИ ОТРАЖЕННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

*Ю.В. Козак*

Рассматривается принцип, согласно котрому предложено систематизировать отражающие поверхности.

## RESEARCH OF SURFACES OF NORMALS AS SYSTEMATIZATION OF REFLECTING SURFACES.

*Y.Kozak*

The principle, according to which it is possible to systematize, reflecting surfaces, was considered.