

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ АНАЛІЗУ ПРИВОДІВ БУДІВЕЛЬНИХ МАШИН ЯК ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ІЗ ЗОСЕРЕДЖЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ

АННОТАЦІЯ. Наведено методи аналізу приводів будівельних машин як динамічних систем із зосередженими параметрами, що дозволяють аналізувати та оптимізувати їхні перехідні процеси при режимах пуску/гальмування у вказаних приводах.

Ключові слова: метод, аналіз, привід, будівельна машина, динамічна система, зосереджені параметри.

АННОТАЦИЯ. Приведены методы анализа приводов строительных машин как динамических систем с сосредоточенными параметрами, которые позволяют анализировать и оптимизировать их переходные процессы при режимах пуска/торможения в указанных приводах.

Ключевые слова: метод, анализ, привод, строительная машина, динамическая система, сосредоточенные параметры.

SUMMARY. The methods for analysis of building machines driver as dynamic systems with the concentrated parameters are proposed. One may use these methods for analysis and optimization of the transition processes in drives the realization of their start/braking.

Key words: method, analysis, occasion, building machine, dynamic system, concentrated parameters.

Постановка проблеми

У сучасних будівельних, підйомно-транспортних машинах, технологічному обладнанні, маніпуляторах та роботах знаходять широке застосування системи автоматичного керування рухом, що дозволяє контролювати й корегувати закони руху виконавчих механізмів. Тому у керованих (будівельних, зокрема) машинах функціонально пов'язані привідний двигун (джерело енергії), механічна система (яка містить передавальні механізми та робочий орган), а також керування рухом. Зазвичай системи, які складаються з кількох функціонально-зв'язаних елементів й призначені для здійснення механічних рухів, що пов'язані з виконанням різноманітних робочих процесів, називають машинними агрегатами. Повну яву про їхню роботу можна отримати тільки у результаті ретельного вивчення процесів, що протікають у кожному з елементів системи, і з'ясуванні взаємного зв'язку цих процесів. Оскільки механічна система машинного агрегату (МА) у більшості випадків формує високі власні частоти, які знаходяться за частотою зрізу системи керування, і стала часу двигуна зазвичай перебільшує період власних вільних коливань, то взаємозв'язком елементів системи МА зазвичай

нехтують. Тому математичні моделі, що зазвичай використовуються у дослідженнях динаміки механізмів і машин, називають моделями із зосередженими параметрами, бо вони описують динаміку МА у припущенні абсолютної жорсткості ланцюгів (т.з. асимптотичні моделі приводів). Для уточнення деяких реальних фізичних факторів, що впливають на формування динамічних процесів у електромеханічних системах МА (якісних особливостей цих процесів, зокрема), необхідно створити адекватні математичні моделі функціонування їхніх приводів, що описують аперіодичний характер різноманітних перехідних процесів (пуск, гальмування та ін.), а потім з'ясувати оптимальні параметри вказаних режимів руху МА, з врахуванням електромагнітної інерційності двигуна.

Аналіз публікацій за темою дослідження. Відомо [1, 2], що електричні ланцюги джерела енергії взаємодіють з механічною системою МА, тому електромагнітні процеси впливають на її рух, і навпаки, пружні коливання у якої викликають зміни струмів у електричному ланцюгу двигуна. Отже, слід вивчати динамічні процеси у комбінованих електромеханічних системах МА, у яких відбувається взаємне перетворення

електричної, магнітної та механічної енергії, яке супроводжується її розсіюванням. Виконавчі механізми з електроприводом є досить розповсюджений тип електромеханічних систем МА сучасних керованих будівельних машин. Розмаїття різних конструктивних схем приводів виконавчих механізмів вказаних машин у багатьох випадках дозволяє моделювати їх динамічними системами із зосередженими параметрами [3 -10]. Відомі [6, 9] умови, за яких моделі динаміки МА адекватно описують аперіодичний характер різноманітних процесів (пуску, гальмування тощо). Проте цей аперіодичний характер перехідних процесів не завжди відповідає дійсності, тому необхідно, на думку авторів даної роботи, уточнювати й вдосконалювати існуючі математичні моделі динаміки МА, які б враховували електромагнітну інерційність двигуна, а також дозволяли оптимізувати його режими пуску/гальмування на кшталт критеріїв, розвинутих у роботі [4].

Мета роботи полягає у встановленні основних закономірностей руху приводів будівельних машин як динамічних систем із зосередженими параметрами задля оптимізації перехідних процесів у вказаних приводах (зменшення/уникнення небажаних коливань окремих ланцюгів МА) при їх пуску/гальмуванні.

Виклад основного матеріалу

Математичні моделі, які описують динаміку МА у припущенні абсолютної жорсткості ланцюгів, наведені у [1] і зводяться до наступної системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} T_e \dot{M} + M + \beta \omega = M_0, \\ J_0 \dot{\omega} - M = -M_{оп}^0 - \beta_m \omega, \end{cases} \quad (1)$$

$$J_0 \dot{\omega} + (\beta_m + \beta) \omega = M_0 - M_{оп}^0, \quad (2)$$

де T_e – електромагнітна стала часу; β – модуль жорсткості статичної характеристики двигуна; ω – швидкість (кутова) ротора двигуна; J_0 – момент інерції рухомих мас двигуна; β_m – жорсткість механічної характеристики механізму МА; $M_{оп}^0$ – початкове значення моменту технологічного опору; M – момент (крутний) двигуна;

$M_0 = \beta \omega_0$, ω_0 – швидкість (кутова) ідеального холостого ходу. При $\beta > 0$, $\beta_m > 0$ математична модель (2) описує аперіодичний характер різних перехідних процесів [1] (зокрема, пуску і гальмування двигуна МА). Зрозуміло, що вказаний аперіодичний характер перехідних процесів не завжди відповідає дійсності, тому необхідно враховувати електромагнітну інерційність двигуна, у результаті чого приходимо до математичної моделі (1).

Розглянемо частинні випадки, які описують певні типові режими руху двигуна, і враховують конкретні фактори, що впливають на ці рухи.

1. Нехай приведений до валу двигуна МА момент опору не залежить від швидкості ($\beta_m = 0$), тоді з (1) матимемо характеристичне рівняння для показника λ :

$$\lambda^2 + \frac{1}{T_e} \lambda + \frac{1}{T_m T_c} - 0, \quad T_m = \frac{J_0}{\beta}, \quad (3)$$

на основі якого можна встановити якісний характер перехідних процесів у приводі МА:

при $n = \frac{T_e}{T_m} < 0,25$ перехідні процеси (пуск,

гальмування) аперіодичні, при $n = \frac{T_e}{T_m} > 0,25$

– коливні [1], а при $n = \frac{T_e}{T_m} = 0,25$ (виродже-

ний випадок) вони також є аперіодичними за специфічним законом затухання

($\sim e^{-\frac{1}{2T_e} t} \cdot [C_1 t + C_2]$, $C_{1,2}$ – константи).

2. При $\beta_m \neq 0$ характеристичне рівняння для системи (1) буде:

$$\lambda^2 + \left(\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_c} \right) \cdot \lambda + \frac{1}{T_e} \left(\frac{1}{T_m} + \frac{1}{T_c} \right) = 0, \quad (4)$$

$$T_c = \frac{J_0}{\beta_m}.$$

Зрозуміло, що при $\beta_m \rightarrow 0$ момент опору не залежить від швидкості, $T_c \rightarrow \infty$ і, відповідно, з рівняння (4) маємо рівняння частинного випадку (3), яке зараз використовується для аналізу якісного характеру формування перехідних процесів [9]. Слід зазначити, що на якісне формування перехідних електро-

магнітних процесів крім безрозмірного параметра n суттєво впливає також параметр $m = \frac{T_e}{T_c}$ [1]. Відповідно до рівняння (4) отримаємо:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2T_e} \left[(1+m) \pm \sqrt{(1-m)^2 - 4n} \right]. \quad (5)$$

Слід зазначити, що формула (5) отримана з урахуванням виправлених неточностей, які присутні у роботі [1]. Характер перехідних процесів тепер залежить від знаку виразу під знаком радикала у формулі (5).

Якщо:

$$(1-m)^2 \geq 4n \quad \text{або} \quad \begin{cases} 0 \leq m \leq 1+2\sqrt{n}; \\ m \geq 1+2\sqrt{n}, \end{cases} \quad (6)$$

тоді перехідні процеси у електроприводі МА будуть аперіодичними.

Для випадку, коли виконується нерівність:

$$(1-m) < 4n \quad \text{або} \quad \begin{cases} 1-2\sqrt{n} < m < 1+2\sqrt{n}; \\ 1-2\sqrt{n} > 0, \end{cases} \quad (7)$$

тоді перехідні процеси у електроприводі МА будуть коливними з частотою:

$$\Omega^* = \frac{1}{2T_e} \sqrt{4n - (1-m)^2}, \quad (8)$$

а також із затуханням:

$$\alpha^* = -\frac{1}{2T_e} \cdot (1+m). \quad (9)$$

У частинному випадку при $m=1$ ($T_e = T_c$) за будь-якого значення n перехідний процес також буде коливним, причому показник затухання $\alpha_{m=1}^* = -\frac{1}{T_e}$, частота коливаний

$$\Omega_{m=1}^* = \frac{\sqrt{n}}{T_e}.$$

На рис.1 у площині параметрів n та m показані області існування аперіодичних (1) та коливних (2) перехідних процесів у електродвигуні МА. Якщо у (5) та (6) надати $m=0$, тоді отримаємо відомі умови аперіодичності й наявності коливаний перехідних процесів у жорсткій системі електроприводу (вертикальна штрихова лінія у точці $n=0,25$

розділить вісь $0n$ на два відрізки). Порівнюючи знайдені області існування аперіодичних й коливних перехідних процесів, необхідно зазначити, що у випадку залежності технологічного навантаження руху нехтування цим фактором може призвести до спотворення дійсного характеру формування перехідних процесів.

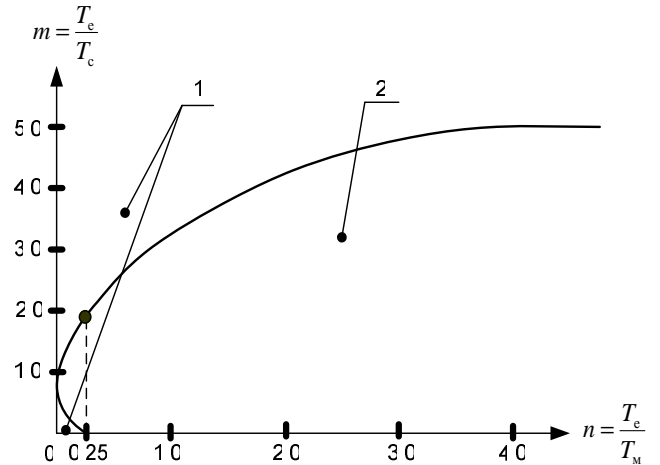


Рис.1. Діаграма (карта) областей існування аперіодичних (1) та коливних (2) перехідних процесів у електродвигуні МА

3. Розглянемо математичну модель (1) у припущенні, що $\beta_m = 0$, тобто:

$$\begin{cases} T_e \dot{M} + M + \beta \omega = M_0, \\ J_0 \dot{\omega} - M = -M_{\text{он}}^0. \end{cases} \quad (10)$$

Якщо розв'язати рівняння (10) відносно M, ω , отримаємо лінійні диференціальні рівняння другого порядку:

$$\begin{cases} T_e T_m \ddot{M} + T_m \dot{M} + M = M_0; \\ T_e T_m \ddot{\omega} + T_m \dot{\omega} + \omega = M_m \frac{\Delta M}{J_0}, \end{cases} \quad (11)$$

де $\Delta M = \beta \omega - M_{\text{он}}^0$.

Кожне з рівнянь (11) описує коливні режими для $\omega(t)$ й $M(t)$. Зокрема, для $\omega(t), M(t)$ маємо наступний закон зміни у часі t :

а) при $n > 0,25$

$$\omega(t) = \tilde{C}_1 \exp\left(-\frac{t}{2T_e}\right) \sin\left(\frac{\sqrt{4n-1}}{2T_e} t\right) + \tilde{C}_2 \exp\left(-\frac{t}{2T_e}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{4n-1}}{2T_e} t\right) + \frac{T_M \Delta M}{J_0}; \quad (12)$$

$$M(t) = D_1 \exp\left(-\frac{t}{2T_e}\right) \sin\left(\frac{\sqrt{4n-1}}{2T_e} t\right) + D_2 \exp\left(-\frac{t}{2T_e}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{4n-1}}{2T_e} t\right) + M_0, \quad (13)$$

де $\tilde{C}_1, \tilde{C}_2, D_1, D_2$ – константи, які визначаються з початкових умов;

б) при $n < 0,25$

$$\omega(t) = \tilde{C}_1 \exp\left[\left(-\frac{t}{2T_e}\right) t(1 + \sqrt{1-4n})\right] + \tilde{C}_2 \exp\left[\left(-\frac{t}{2T_e}\right) t(1 - \sqrt{1-4n})\right] + \frac{T_M \Delta M}{J_0}; \quad (14)$$

$$M(t) = D_1 \exp\left[\left(-\frac{t}{2T_e}\right) t(1 + \sqrt{1-4n})\right] + D_2 \exp\left[\left(-\frac{t}{2T_e}\right) t(1 - \sqrt{1-4n})\right] + M_0; \quad (15)$$

б) при $n = 0,25$

$$\omega(t) = (\tilde{C}_1 + \tilde{C}_2 t) \exp\left(-\frac{t}{2T_e}\right) + \frac{T_M \Delta M}{J_0}; \quad (16)$$

$$M(t) = (D_1 + D_2 t) \exp\left(-\frac{t}{2T_e}\right) + M_0. \quad (17)$$

4. Розглянемо один із можливих випадків обертального руху колінчастого вала мобільного МА будівельного комплексу за умови, що опір його робочих органів пропорційний кутовій швидкості вала, а ланцюги є абсолютно жорсткими. Визначимо також закони руху цих ланцюгів (зокрема, $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$, $\ddot{\varphi}(t)$, де φ – кут повороту рухомих мас двигуна й робочої частини МА, пов'язаний з кутом повороту колеса МА), які дозволяють оптимізувати динамічні навантаження у ланцюгах (мінімізувати коливні процеси у них при пуску/гальмуванні).

Будемо вважати, як це прийнято для деяких типів двигунів МА, що крутний момент, приведений до вала, дорівнює:

$$M_d = M_{\text{сеп}} + \sum_{\gamma=1}^l M_\gamma \sin(\gamma \tilde{\omega} t + \phi_\gamma), \quad (18)$$

де $M_{\text{сеп}}$ – середнє значення крутного моменту; M_γ – амплітуда гармоніки; $\gamma = (\overline{1, l})$ – порядок гармоніки; $\tilde{\omega}$ – середнє значення кутової швидкості вала; ϕ_γ – початкова фаза гармоніки відносно положення поршня у верхній «мертвій» точці.

Також вважаємо, що опір робочої машини пропорційний швидкості її пересування,

тобто: $M_{\text{оп}} = k_1 \frac{\dot{\varphi}}{i}$, k_1 – стала;

i – передавальне число.

Приймаємо далі, що момент інерції J рухомих мас двигуна й робочої частини машини постійний, а маса агрегату дорівнює m , що дозволяє виразити кінетичну енергію останнього у такому вигляді:

$$T = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2. \quad (19)$$

Але $v = R \dot{\alpha} = R \frac{\dot{\varphi}}{i}$, де R – радіус колеса

МА; $\dot{\alpha}$ – кутова швидкість колеса.

Тому можна записати:

$$T = \frac{1}{2} \left(m \frac{R}{i} + J \right) \dot{\varphi}^2. \quad (20)$$

Застосовуючи диференціальне рівняння Лагранжа другого роду:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_\varphi = M_d - M_{\text{оп}}, \quad (21)$$

де для випадку, що розглядається, узагальнена сила

$$Q_\varphi = M_{\text{сеп}} + \sum_{\gamma=1}^l M_\gamma \sin(\gamma \tilde{\omega} t + \phi_\gamma) - \frac{k_1 \dot{\varphi}}{i}, \quad (22)$$

матимемо:

$$\ddot{\varphi} = a M_{\text{сеп}} + a \sum_{\gamma=1}^l M_\gamma \sin(\gamma \tilde{\omega} t + \phi_\gamma) - \frac{a k_1 \dot{\varphi}}{i}, \quad (23)$$

де $a = \frac{2i}{mR + iJ}$.

Інтегруючи, отримуємо:

$$\dot{\phi} = aM_{\text{сеп}} - a \sum_{\gamma=1}^l M_{\gamma} \frac{1}{\gamma\tilde{\omega}} \cos(\gamma\tilde{\omega}t + \phi_{\gamma}) - \frac{ak_1\dot{\phi}}{i} + \bar{C}_1. \quad (24)$$

Тут \bar{C}_1 – довільна стала.

Якщо при $t = 0$ $\dot{\phi} = \tilde{\omega}$ й $\phi = 0$, тоді:

$$C_1 = \tilde{\omega} + a \sum_{\gamma=1}^l M_{\gamma} \frac{1}{\gamma\tilde{\omega}} \cos(\phi_{\gamma}). \quad (25)$$

Тому рівняння (24) остаточно запишеться так:

$$\dot{\phi} = \tilde{\omega} + a \left(M_{\text{сеп}} - \frac{k_1\phi}{i} \right) + a \left[\sum_{\gamma=1}^l M_{\gamma} \frac{1}{\gamma\tilde{\omega}} \cos(\phi_{\gamma}) - \sum_{\gamma=1}^l M_{\gamma} \frac{1}{\gamma\tilde{\omega}} \cos(\gamma\tilde{\omega}t + \phi_{\gamma}) \right]. \quad (26)$$

Із (26) відомо, що кутова швидкість вала двигуна МА у цьому випадку є змінною величиною періодичного характеру, тобто робота вала супроводжується вібрацією. Знання закономірностей цього явища необхідні для розрахунку й проектування МА.

Знайдемо умови, за яких Q_{ϕ}^2 приймає мінімальне значення (а, значить, зводить можливі вібрації вала двигуна МА до мінімуму) за період (t_n) пуску МА, тобто визначимо закон руху $\phi(t)$, який задовольняє критерію:

$$\int_0^{t_n} Q_{\phi}^2 dt \Rightarrow \min. \quad (27)$$

Із (23) легко визначити:

$$Q_{\phi} = \frac{1}{a} \ddot{\phi} + \frac{k_1\dot{\phi}}{i}. \quad (28)$$

Тоді необхідною умовою реалізації критерію (27) є відоме рівняння Ейлера:

$$\frac{1}{a^2} \phi^{(IV)} - \frac{k_1^2}{i^2} \ddot{\phi} \quad (29)$$

Початкові умови для рівняння (29) приймаємо у вигляді:

$$\begin{cases} t = 0 \rightarrow \phi = 0; \dot{\phi} = \tilde{\omega}; \\ t = t_n \rightarrow \phi = \phi_n; \dot{\phi} = \tilde{\omega}_n. \end{cases} \quad (30)$$

Тоді закон руху $\phi(t)$, який реалізує критерій (27), буде:

$$\phi(t) = A_1 + A_2 t + A_3 \exp\left(\frac{ak_1 t}{i}\right) + A_4 \exp\left(-\frac{ak_1 t}{i}\right), \quad (31)$$

де константи $A_{1,2,3,4}$ – знаходимо з наступної системи лінійних неоднорідних рівнянь (за відомим правилом Крамера):

$$\begin{cases} A_1 + A_3 + A_4 = 0; \\ A_2 + \left(\frac{ak_1}{i}\right)A_3 - \left(\frac{ak_1}{i}\right)A_4 = \tilde{\omega}; \\ A_1 + A_2 t_n + A_3 \exp\left(\frac{ak_1 t_n}{i}\right) + A_4 \exp\left(-\frac{ak_1 t_n}{i}\right) = \phi_n; \\ A_2 + \frac{ak_1}{i} A_3 \exp\left(\frac{ak_1 t_n}{i}\right) - \frac{ak_1}{i} A_4 \exp\left(-\frac{ak_1 t_n}{i}\right) = \omega_n. \end{cases} \quad (32)$$

Реалізувати закон руху $\phi(t)$ (31), (32) можна за допомогою мехатронних пристроїв керування рухом двигуна МА.

Висновки

1. Запропонований удосконалений метод аналізу приводів будівельних машин як динамічних систем із зосередженими параметрами, який дозволяє вивчати основні особливості (закономірності) перехідних процесів у вказаних приводах при реалізації процесів їх пуску/гальмування, а також оптимізувати вказані процеси щодо мінімізації виникаючих у приводах коливних режимів та сил (причин), які призводять до їх генерації.
2. Отримані в дослідженні результати можуть у подальшому бути використані для уточнення і в усконалення існуючих інженерних методів розрахунку подібних систем як на стадіях проектування/конструювання, так і у режимах реальної експлуатації.

Література

1. *Кухта К.Я.* Качественная теория управления динамических систем с непрерывно-дискретными параметрами. / К.Я. Кухта, В.П. Кравченко, В.А. Красношапка. – Киев: Наукова думка, 1986. – 224с.
2. *Красношапка В.А.* Качественное исследование обобщенных и асимптотических моделей машинных агрегатов. / В.А. Красношапка. – В кн.: Управляемые динамические системы с непрерывно-дискретными параметрами. – К.: Наукова думка, 1984. – С. 102–110.
3. *Иванченко Ф.К.* Прикладные задачи динамики машин. Ф.К. Иванченко, В.А. Красношапка. – К.: Вища школа, 1983. – 199 с.
4. *Ключев В.И.* Оптимизация электропривода с упругой связью по критерию минимума колебательности в переходных процессах. / В.И. Ключев, Л.Я. Теличко // Электричество. – 1977. – №1. – С. 22–28.
5. *Красношапка В.А.* К исследованию колебательных процессов в машинах с несколькими исполнительными органами. / В.А. Красношапка, Ю.И. Бережной // Машиноведение. – 1979. – №3. – С. 16–19.
6. *Красношапка В.А.* Исследование динамических моделей приводов. / В.А. Красношапка. / К.: Наукова думка, 1983. – 183 с.
7. *Попов Е.П.* Динамика систем автоматического регулирования. / Е.П. Попов. – М.: Гостехиздат, 1954. – 798 с.
8. *Цехнович Л.И.* О динамике электромеханической системы с упругой связью. / Л.И. Цехнович. // Электричество. – 1968. – №6. – С. 28–31.
9. *Чиликин М.Г.* Теория автоматизированного электропривода. / М.Г. Чиликин, В.И. Ключев, А.С. Сандлер. – М.: Энергия, 1979. – 614 с.
10. *Шмитц Н.Л.* Введение в электромеханику. / Н.Л. Шмитц, Д.В. Новотный. – М.: Энергия, 1969. – 202 с.

Рецензент: В.С. Ловейкін, д-р т.н., проф.
(КНУБА, Київ)

Отримано: 21.11.2011 р.