

УДК 621.822.6

Л.М. Бондаренко, канд. техн. наук, доцент Придніпровської державної академії будівництва та архітектури

АНАЛІТИЧНІ ЗАЛЕЖНОСТІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ТЕРТЯ КОЧЕННЯ ДЛЯ НАЙБІЛЬШ ВЖИВАНИХ СХЕМ ДОТИКУ

При проектуванні вузлів кочення машин взагалі і машин для будівництва зокрема є однією із невизначених величин t коефіцієнт тертя кочення k .

Практично інженер повинен запроєктувати вузол кочення, взявши величину k інтуїтивно, побудувати вузол, потім використовуючи його уже готовий знайти коефіцієнт тертя кочення і переконатись у тому, що його значення ним передбачене вірно; в протилежному випадку, звичайно, вузол треба перепроектувати.

На практиці величина k знаходиться експериментально, а, зрозуміло, експериментально не можливо охопити усі можливі випадки як матеріалів, так і схем дотику контактуючих тіл кочення. Звичайно, що у всякому випадку з моменту існування контактної теорії Герца (1881-1882 рр.), існувало багато спроб знайти таку аналітичну залежність для визначення коефіцієнта тертя кочення, яка б утримувала загальноприйнятні геометричні параметри контактуючих тіл та механічні характеристики їх матеріалів.

Найбільш вдалим, на наш погляд, є формули для визначення коефіцієнта тертя кочення при початковому лінійному і точковому контактах Д. Табора [1], які утримують тільки коефіцієнт гістерезисних витрат α і півширину плями контакту, яка визначається із теорії Герца. Але коефіцієнт α виявився таким, що не співпадає з його величиною визначеною традиційним методом шляхом швидкої зміни розтягування і стиснення зразка. В деяких джерелах [2] дається методика його визначення, але вона вимагає тонкого фізичного експерименту і, власне, викликає деяку підозру внаслідок того, що замість стиснення в експерименті присутнє кручення.

Нами [3] запропонована експериментально-аналітична залежність для визначення k , яка утримує тільки загальноприйнятні геометричні розміри та механічні характеристики колеса і рейки, такі як модулі пружності при стисненні, коефіцієнти Пуассона, а у більш вузькому розумінні – ту ж півширину плями контакту, що і у формулі Табора, але без коефіцієнта гістерезисних витрат.

В подальшому у функції навантаження на колесо P знайдемо коефіцієнт тертя кочення для можливих схем дотику між тілом кочення та направляючою.

1. Схема дотику циліндр – площина (плоска рейка і циліндричне колесо), рис. 1.

Нами отримана така залежність для визначення коефіцієнта тертя кочення при початковому лінійному контакті

$$k = 0,225b \exp(-1,2R_1). \quad (1)$$

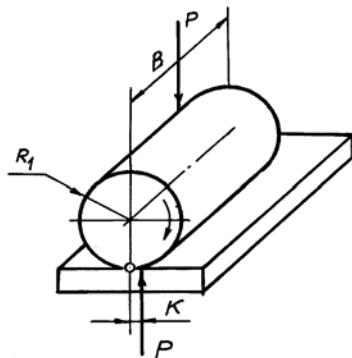


Рис. 1. Схема дотику “циліндр-площина”

Із теорії контактних деформацій Герца відомо, що півширина плями контакту у цьому випадку [4]

$$b = 1,526 \sqrt{\frac{PR_1}{BE}}, \quad (2)$$

де B - ширина плоскої головки рейки.

Таким чином

$$k = 0,343 \sqrt{\frac{PR_1}{BE}} e^{-1,2R_1}. \quad (3)$$

Величину k можна подати і через допустимі контактні напруження. Оскільки при цій схемі дотику величина максимальної сили [4]

$$[P] = 5,72 \frac{BR_1[\sigma]^2}{E}, \quad (4)$$

то формула (3) може бути записана у вигляді

$$k = 0,82 \frac{R_1[\sigma]}{E} e^{-1,2R_1}. \quad (5)$$

Звичайно, що величина радіуса R_1 тут така, при якому контактні напруження не перевищують допустимих.

Формулу (3) можна записати і через величину мінімальної величини радіуса R_1 , при якому контактні напруження дорівнюють допустимим

$$k = 0,143 \frac{P}{B[\sigma]} e^{-1,2R_1}, \quad (6)$$

а величина сили в цій формулі повинна бути такою, при якій контактні напруження не перевищують допустимих.

Як приклад отримання формул подібних (3), (5) та (6) при початковому точковому контакті розглянемо схему дотику “циліндри зі взаємно перпендикулярними осями” (заокруглена головка рейки – циліндричне колесо), рис. 2.

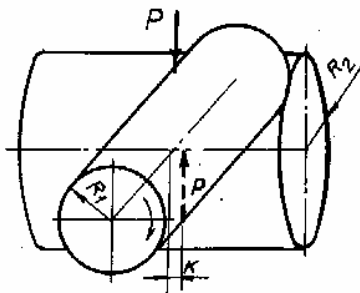


Рис. 2. Схема дотику “циліндри зі взаємно перпендикулярними осями”

Для початкового точкового контакту коефіцієнт тертя кочення визначається із такої залежності:

$$k = 0,16b \exp(0,2R_1). \quad (7)$$

Півширина плями контакту для цього випадку

$$b = 0,6985n_b \sqrt[3]{\frac{P}{E} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}; \quad (8)$$

Характерно, що тут n_b - коефіцієнт, який залежить від коефіцієнтів рівняння еліпса дотику сам залежить від R_1 і R_2 ($A/B = R_1/R_2$), де R_2 - радіус заокруглення головки рейки.

Отже

$$k = 0,11n_b \sqrt[3]{\frac{P}{E} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} e^{0,2R_1}. \quad (9)$$

Оскільки величина допустимої за величиною контактних напружень сили для цього випадку

$$[P] = 68 \frac{R_1 R_2 [\sigma]^3}{n_p^3 E^2 (R_1 + R_2)^2}, \quad (10)$$

де n_p - коефіцієнт, який залежить від тих ж параметрів, що і n_b .

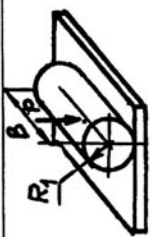
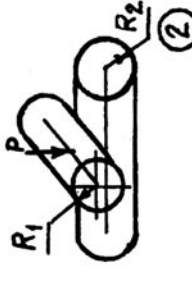


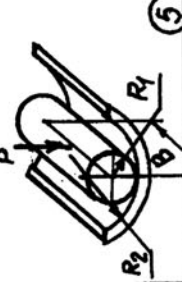
Тепер формулу (9) можна подати у вигляді

$$k = 0,45 \frac{n_b}{n_p} \frac{R_1 R_2 [\sigma]}{E (R_1 + R_2)} e^{0,2R_1}. \quad (11)$$

Радіус колеса із найбільших контактних напружень може бути знайдено із формули

$$R_1 = \frac{0,0147n_p^3 P E^2 R_1}{R_1^2 [\sigma]^3 - 0,0147n_p^3 P E^2} \left(1 + \frac{R_1 [\sigma]}{n_p E} \sqrt{\frac{68[\sigma]}{n_p P}} \right). \quad (12)$$

Таблиця 1. Коефіцієнти тертя кочення для найбільш вживаних схем догику

Схема догику	Коефіцієнти тертя кочення k		
	$k = f(P, E)$	$k = f(R_1, E)$	$k = f(P, [\sigma])$
 <p>①</p>	$0,343 \sqrt{\frac{PR_1}{BE}} e^{-1,2R_1}$	$0,82 \frac{R_1[\sigma]}{E} e^{-1,2R_1}$	$0,143 \frac{P}{B[\sigma]} e^{-1,2R_1}$
 <p>②</p>	$0,11n_b \sqrt{\frac{P R_1 R_2}{E R_1 + R_2}} e^{0,2R_1}$ $n_b = f(R_1/R_2)$	$0,45 \frac{n_b}{n_p} \frac{R_1 R_2 [\sigma]}{E(R_1 + R_2)} e^{0,2R_1}$ $n_p = f(R_1/R_2)$	$R_1 = \frac{0,0147n_p^3 PE^2 R_2}{R_2^2 [\sigma]^3 - 0,0147n_p^3 PE^2} \times \left(1 \pm \frac{R_2 [\sigma]}{n_p E} \sqrt{\frac{68[\sigma]}{n_p P}} \right)$
 <p>③</p>	$0,11n_b \sqrt{\frac{P}{E} \frac{1}{2/R_1 - 1/R_2 + 1/R_3}} e^{0,2R_1}$ $n_b = f\left[\frac{1}{R_1 - 1/R_2} / (1/R_1 + 1/R_3)\right]$	$0,456 \frac{n_b}{n_p} \frac{[\sigma]}{E(2/R_1 - 1/R_2 + 1/R_3)} e^{0,2R_1}$	$R_1 = \frac{0,0294n_p^3 PE^2 (1/R_2 - 1/R_3)}{[\sigma]^3 - 0,0147n_p^3 PE^2 (1/R_2 - 1/R_3)} \times \left(1 \pm \sqrt{\frac{68[\sigma]^3}{PE^2 n_p^3 (1/R_2 - 1/R_3)}} \right)$
 <p>④</p>	$0,11n_b \sqrt{\frac{P}{E} \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 - 1/R_4}} e^{0,2R_1}$ $n_b = f\left[\frac{1}{R_1 - 1/R_2} / (1/R_2 + 1/R_3)\right]$	$0,456 \frac{n_b}{n_p} \frac{1}{E(2/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 - 1/R_4)} e^{0,2R_1}$	$R_1 = \frac{0,0147n_p^3 PE^2 (1/R_2 + 1/R_3 - 1/R_4)}{0,0147n_p^3 PE^2 (1/R_2 + 1/R_3 - 1/R_4) - [\sigma]^3} \times \left(1 \pm \sqrt{\frac{[\sigma]^3 - 0,0147n_p^3 PE^2 (1/R_2 + 1/R_3 - 1/R_4)}{0,0147n_p^3 PE^2}} \right)$
 <p>⑤</p>	$0,34 \sqrt{\frac{P R_1 R_2}{BE R_2 - R_1}} e^{0,2R_1}$	$0,82 \frac{R_1 R_2 [\sigma]}{E(R_2 - R_1)} e^{0,2R_1}$	$R_1 = \frac{0,175PER_2}{0,175PE + BR_2} [\sigma]^2$

При цій величині R_2 коефіцієнт тертя кочення знаходиться тільки через R_1 за формулою

$$k = 0,027n_b n_p^3 \sqrt{\frac{E \left(1 + \frac{R[\sigma]}{n_p E} \sqrt{\frac{68[\sigma]}{n_p P}} \right)}{R[\sigma]^3 + 0,0147n_p^3 P E^2 \frac{[\sigma]}{n_p E} \sqrt{\frac{68[\sigma]}{n_p P}}}} e^{0,2R_1}. \quad (13)$$

Тут ми нагадаємо, що модулі пружності при вдавлюванні для точкового і лінійного контактів суттєво різні: перший в 1,3...1,4 рази більший другого.

Із цих двох прикладів зрозумілий хід знаходження коефіцієнтів тертя кочення: при найбільш загальному виразі, типу (3) і (9) треба знати навантаження P (яке, звичайно, не повинне перевищувати допустиму з точки зору величини контактних напружень величину), модуль пружності при вдавлюванні та геометричні розміри; у другому випадку виключається із попередньої максимальна допустима сила і коефіцієнт тертя кочення стає функцією допустимих контактних напружень; у третьому випадку із загальної формули виключається радіус тіла кочення і коефіцієнт тертя кочення стає функцією навантаження і допустимих напружень.

У зв'язку з відомим шляхом знаходження коефіцієнтів тертя кочення ми наведемо їх значення у вигляді таблиці. Звернемо увагу на те, що значення $k = f(P, [\sigma])$, через громіздкість виразів, наведені тільки для першого випадку (“циліндр-площина”) контакту, а для інших дається величина R_1 , після підстановки якої у вираз для $k = f(P, E)$ отримаємо величину $k = f(P, [\sigma])$.

В таблиці наведено 5 самих відомих схем дотику і з них легко можуть бути отримані інші, менш складні схеми. Наприклад, із схеми 3 “сферичне тіло і круговий жолоб” (шариковий підшипник) при $R_2 = R_3 = \infty$ отримаємо вирази для схеми дотику “сферичне тіло-площина”.

Таким чином, отримана і наведена тут таблиця по визначенню коефіцієнта тертя кочення дозволить конструктору не прибігаючи до будь-яких експериментів, а з використанням тільки загальновідомих геометричних розмірів та механічних констант підрахувати коефіцієнт тертя кочення практично для будь-якої схеми дотику.

Література

1. Tabor D. The mechanism of rolling friction: the elastic range. Proc. Roy. Soc. Ser. A. - 1955. - Vol. 229. - P.198-211.
2. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. - 509 с.
3. Бондаренко Л.Н. Зависимость коэффициента трения качения колеса по рельсу от режима работы механизма передвижения // Строитель. и дорож. маш. - 1999. -№6. -С.40.
4. Справочник по сопротивлению материалов/ Под ред. Писаренко Г.С., Матвеев В.В., Яковлев А.П. – К.: Наук. думка, 1988. - 736 с.