

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ВАНТАЖУ ПРИ АВАРІЙНОМУ ОБРИВІ СТРОПА

Київський національний університет будівництва і архітектури, Україна

Розроблено спосіб унаочнення коливальних рухів вантажу при аварійному обриві стропа на моделі коливання n -ланкового маятника. Спосіб базується на розв'язанні системи диференціальних рівнянь відносно кутів, утворених ланками маятника з вертикалями.

Постановка проблеми. Вантажопідйомні машини забезпечують функціонування більшості технологічних процесів у всіх галузях економіки України. Зростаючі навантаження на підйомно-транспортне устаткування при дефіциті кваліфікованих кадрів і ремонтної бази змушують власників підйомних кранів експлуатувати їх «на відмову», що приводить до аварій, обумовлених технічними причинами. Значна кількість аварійних випадків на вантажопідйомних кранах відбуваються через порушення схем стропування вантажів або руйнування гака (рис. 1) [1].

Тому актуальною є проблема оцінки наслідків аварії, яка пов'язана з обривом стропів при експлуатації крюкових підвісок вантажопідйомних машин. У цьому напрямі доцільними будуть дослідження, спрямовані на передбачення віртуальних коливань канатних стропів і вантажу при можливому аварійному обриві стропа, здійснені на основі геометричного моделювання коливань n -ланкового маятника.

Огляд літературних джерел. В літературі докладно описано випадки дволанкового та триланкового маятників [2, 3]. Відомі результати складання системи диференціальних рівнянь для опису руху ланок маятників для довільних значень n [4]. Але для розв'язання у замкнутому вигляді таких систем диференціальних рівнянь часто бракує обчислювальних ресурсів комп'ютерів. Тому застосовують різного роду інтерактивні інструменти для моделювання, імітації й аналізу динамічних систем (наприклад, MatLab Simulink). Вони мають деякі недоліки при розробці високоточних моделей динамічних систем із великою кількістю диференціальних рівнянь, особливо коли важлива швидкість їхнього виконання. Крім того існують обмеження на величини кутів відхилень ланок маятників. Тому доцільним буде дослідження коливань n -ланкового маятника, який базується на розв'язанні системи



Рис. 1. Вихід стропа із гака крана КС- 6476

диференціальних рівнянь стосовно узагальнених координат маятника – тобто кутів, утворених з вертикалями відповідними ланками маятника.

Постановка завдання. Розробити спосіб унаочнення схеми переміщення вантажу при аварійному обриві стропа на моделі коливання n -ланкового маятника, який базується на розв’язанні системи диференціальних рівнянь стосовно узагальнених координат маятника -кутів, утвореними відповідними ланками з вертикалями.

Основна частина. В роботах [4, 5] наведено спосіб складання рівнянь руху елементів багатоланкового маятника. Вважатимемо, що n -ланковий маятник складається з невагомих нерозтяжних стержнів довжин L_i ($i = 1..n$), шарнірно сполучених між собою прикінцевими вузловими точками, на яких закріплено кульки з масами m_i ($i = 1..n$). Узагальненими координатами обирають кути θ_i ($i=1..n$), утворені відповідними ланками з вертикалями (рис. 1). Тертя руху відсутнє.

Опис коливання маятника за умови відсутності дисипативних сил виконується на основі диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \theta'_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = 0, \quad (i = 1..n), \quad (1)$$

де $L = E_k(n) - U(n)$ - лагранжіан; $E_k(n)$ - кінетична енергія системи; $U(n)$ - потенціальна енергія системи; θ_i - i -та узагальнена координата (кут між вертикаллю і ланкою); $\theta'_i = \frac{d}{dt} \theta_i$.

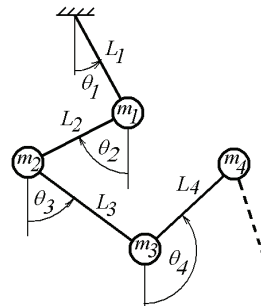


Рис. 1. Схема n -ланкового маятника

Вирази для обчислення кінетичної та потенціальної енергії мають вигляд [2,3]

$$E_k(n) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m m_k \left[\left(-\sum_{i=1}^{k-1} L_i \cos(\theta_i(t)) \frac{d\theta_i(t)}{dt} - L_k \cos(\theta_k(t)) \frac{d\theta_k(t)}{dt} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{k-1} -L_i \sin(\theta_i(t)) \frac{d\theta_i(t)}{dt} - L_k \sin(\theta_k(t)) \frac{d\theta_k(t)}{dt} \right)^2 \right]; \quad (2)$$

$$U(n) = g \sum_{k=1}^n m_k \left(\sum_{i=1}^{k-1} L_i \cos(\theta_i(t)) + L_k \cos(\theta_k(t)) \right). \quad (3)$$

В результаті опис руху n -ланкового маятника одержують у вигляді системи з n диференціальних рівнянь, складених за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду (1).

Розроблено Maple – програму побудови анімаційної схеми руху на прикладі п'ятиланкового маятника. За основу взято алгоритм і програму, наведені у роботі [5].

Для виконання програми необхідно підготувати такі початкові дані:

- вектор довжин елементів маятника: $\mathbf{L} = \{L_1, L_2, L_3, L_4, L_5\}$;
- вектор значень мас кульок: $\mathbf{m} = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5\}$;
- вектор початкових кутів відхилень: $\boldsymbol{\theta} = \{\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \bar{\theta}_3, \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_5\}$.

Програма складається з двох частин.

У першій частині програми виконується розв'язання системи п'яти диференціальних рівнянь стосовно п'яти функцій $\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t), \theta_4(t)$ і $\theta_5(t)$ з початковими умовами - вектором початкових кутів відхилень $\boldsymbol{\theta}$. Початкові значення похідних обрано нульовими. В результаті розв'язання системи рівнянь засобами пакету Maple визначаються п'ять функцій (та ще додатково обчислюються їх похідні $\theta'_1(t), \theta'_2(t), \theta'_3(t), \theta'_4(t)$ і $\theta'_5(t)$).

У другій частині програми здійснюється побудова анімаційної схеми руху п'ятиланкового маятника у графічному файлі з розширенням **.gif**. Переглянути анімацію можна, наприклад, за допомогою пакету IrfanView. Взаємне «накладення» анімаційних зображень унаочнює конфігурацію амплітуд коливань всіх елементів п'ятиланкового маятника. Крім того, за одержаною інформацією можливо побудувати зображення п'яти фазових портретів у системах координат $\{\theta_i(t), \theta'_i(t)\}$ ($i=1..6$).

Для зручності числова інформація від першої до другої частини програм передається шляхом запису на диск (у першій частині) та зчитування з диска (у другій частині). Це дозволяє відокремити «тонкий» алгоритм, пов'язаний з розв'язанням системи диференціальних рівнянь, від «грубого» алгоритму, пов'язаного з варіантами унаочнення розв'язку.

Далі розглянемо тестові випадки схем з'єднання стропів і вантажу. На рис. 2 зображено типову схему з'єднання. Нехай після аварії точка F від'єдналася від точки A і п'ятиланкова система відрізків почала рухатися в полі тяжіння. Тобто складеться ситуація, подібна коливанню п'ятиланкового маятника з прикінцевою точкою F і з вектором початкових кутів $\boldsymbol{\theta} \equiv \{0, -\alpha, -\alpha, \pi/2, \pi + \alpha, \pi + \alpha\}$, де

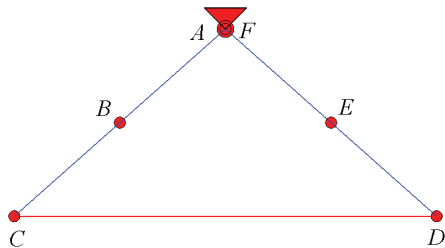


Рис. 2. Схема єднання стропів і вантажу

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{L_3}{2(L_1 + L_2)}\right).$$

Варіант 1. $\mathbf{L} = \{1,1,3,1,1\}$ і $\mathbf{m} = \{1,1,1,1,1\}$. На рис. 3 зображено сліди переміщення ланок маятника в процесі коливань за різні проміжки часу.

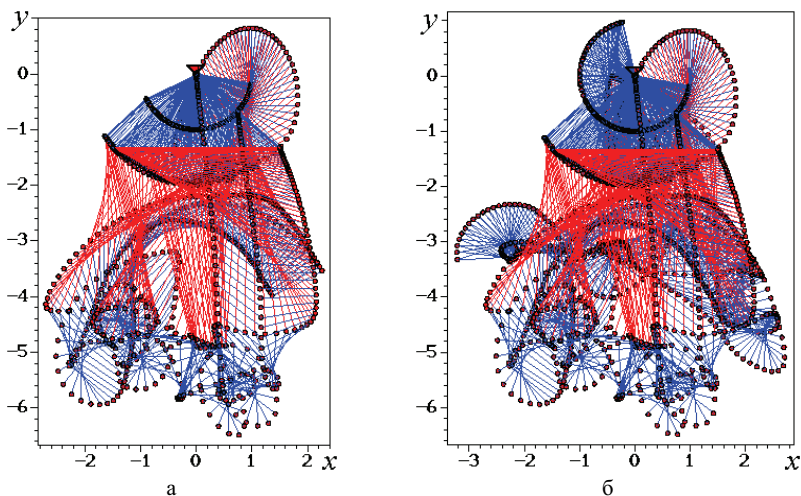


Рис. 3. Сліди переміщення ланок маятника варіанту 1 за час
а - $t=0..200$; б - $t=0..300$

Варіант 2. $\mathbf{L} = \{1,1,3,1,1\}$ і $\mathbf{m} = \{1,10,10,1,1\}$. На рис. 4 зображено сліди ланок маятника в процесі коливань за різні проміжки часу.

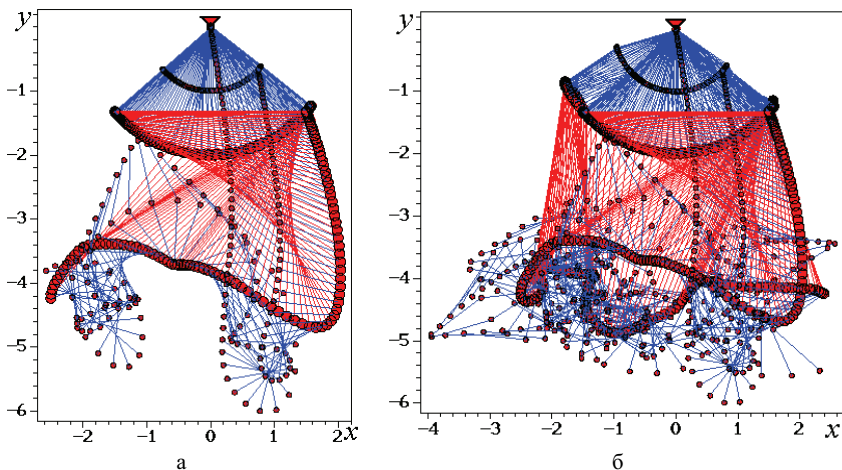


Рис. 4. Сліди переміщення ланок маятника варіанту 2 за час
а - $t=0..100$; б - $t=0..200$

Варіант 3. $\mathbf{L} = \{2,1,3,1,2\}$ і $\mathbf{m} = \{1,10,10,1,1\}$. На рис. 5 зображено сліди ланок маятника в процесі коливань за різні проміжки часу.

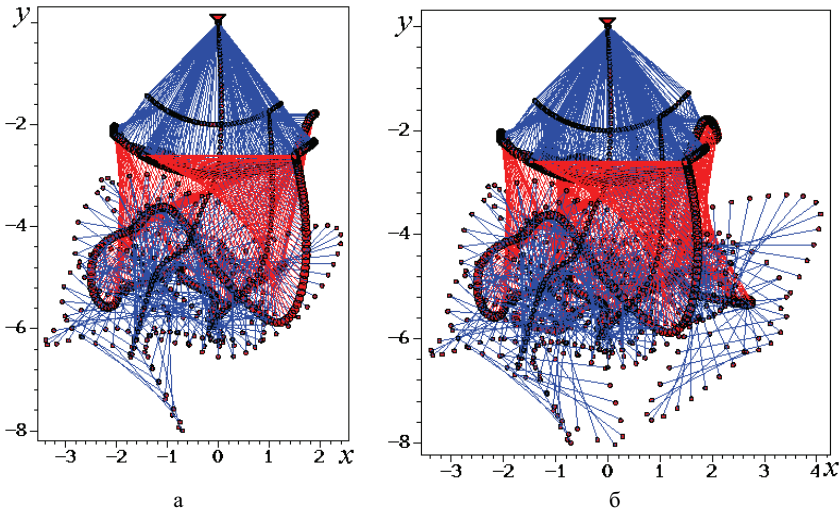


Рис. 5. Сліди переміщення ланок маятника варіанту 3 за час
 а - $t=0..200$; б - $t=0..300$

Варіант 4. $L = \{2,1,3,1,2\}$ і $m = \{1,30,30,1,1\}$. На рис. 6 зображено сліди ланок маятника в процесі коливань за різні проміжки часу.

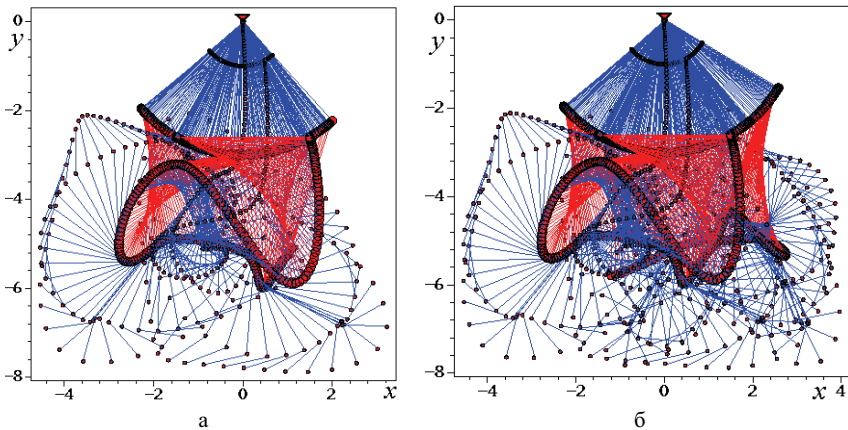


Рис. 6. Сліди переміщення ланок маятника варіанту 3 за час
 а - $t=0..200$; б - $t=0..300$

Зазначимо, що у випадках організації безпечного виробництва такелажних робіт одержані зображення можна переглядати як анімаційні фільми. Цим буде обґрунтовано правильне визначення геометричних

параметрів робочої зони, де мають виконуватися роботи за допомогою вантажно-підйомних машин і механізмів.

Висновок. Одержані результати дозволяють визначати границі небезпечної зони у разі аварійного відриву зачаленої стропом будівельної конструкції, а також з урахуванням обриву елементів самої конструкції.

Література

1. *Котельников В.С., Шишков Н.А.* Комментарий к правилам устройства и безопасной эксплуатации грузоподъемных кранов. – Москва: МЦФЭР, 2007. – 720 с.

2. *Gmiterko A, Grossman M.* An n-link inverted pendulum modeling. Acta Mechanica Slovaca, #13(3), 2009, p. 22-29

3. *Gmiterko A, Grossman M.* N-link Inverted Pendulum Modeling. Доступ <http://www.springerlink.com/content/j9061265h24118p0/>

4. *Lam S., and Davison E.J.* The Real Stabilizability Radius of the Multi-Link Inverted Pendulum. Proceedings of the 2006 American Control Conference Minneapolis, Minnesota, USA, June 14-16, 2006, p. 1814-1819

5. *Куценко Л.М., Адашевська І.Ю.* Геометричне моделювання коливань багатоланкових маятників. – Харків: «НТМТ», 2008. – 176 с.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ГРУЗА ПРИ АВАРИЙНОМ ОБРЫВЕ СТРОПЫ

Р. М. Колочавин

Разработан способ визуализации колебательных движений груза при аварийном обрыве стропы на модели колебания n -звенного маятника. Способ базируется на решении системы дифференциальных уравнений относительно углов, образованных звеньями маятника с вертикалями

GEOMETRICAL SIMULATION OF OSCILLATIONS LOAD IN CASE OF THE ABNORMAL BREAKAWAY OF THE STROP

R. Kolochavin

The method of visualization of oscillating motions of a load is developed in case of an abnormal breakaway of a strop on model of oscillations of n - link pendulum. The method is based on the decision of system of differential equations concerning the angles formed by links of a pendulum with verticals.