

УДК 533.6

С.А. Яковлев, подполковник кафедры военной подготовки Днепропетровского государственного технического университета железнодорожного транспорта
Л.Н. Бондаренко, канд. техн. наук, доцент Днепропетровского государственного технического университета железнодорожного транспорта

АЭРОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАСТИН С ШАРНИРОМ ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ

В практике аварий и катастроф возможны случаи обтекания воздушным потоком пластин, показанных на рис.1 и рис.2. Возможен их флаттер (рис.2) или равновесное положение под углом (рис.1). Дадим рекомендации по их наиболее легкому устранению.

Рассмотрим простейшую схему обтекания совершенно жесткой весьма длинной прямоугольной пластины потоком воздуха [1]. Ось z совместим с длинной стороной a пластинки, а ось x – с направлением воздушного потока.

Как известно, угол α между направлением потока и плоскостью называется углом атаки. Характерным, что заставило нас обратиться к шарниру качения, является то, что здесь направление суммарной аэродинамической нагрузки на пластину не совпадает с направлением потока, поскольку кроме составляющей X , совпадающей с направлением скорости потока, возникает составляющая Y перпендикулярная скорости потока. При этом первая составляющая называется лобовым сопротивлением, а вторая подъемной силой. Они зависят от площади пластинки S , плотности воздуха ρ , скорости потока v и угла атаки α .

Подъемная сила определяется выражением

$$Y = C_y \frac{\rho v^2}{2} S,$$

где $\rho v^2/2$ – скоростное давление (кинетическая энергия единицы объема воздуха); $C_y = dC_y/d\alpha$; $dC_y/d\alpha$ – угловой коэффициент прямой, характеризующей изменение коэффициента C_y .

Если b – ширина пластинки, l – длина, то $S = bl$ и подъемная сила Y при отклонении пластинки на угол α

$$Y = \frac{dC_y}{d\alpha} \cdot \frac{\rho v^2}{2} bl \alpha.$$

Найдем сопротивление повороту пластины в шарнире. Примем, что материалы шарнира имеют одинаковые модули упругости при сжатии, а коэффициенты Пуассона равны 0,3.

Полуширина пятна контакта при первоначальном линейном контакте (схема контакта цилиндр – цилиндрическая впадина [2])

$$b_k = 1,522 \sqrt{\frac{X}{BE} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}, \quad (1)$$

где B – длина шарнира;

Коэффициент трения качения при линейном контакте [3]

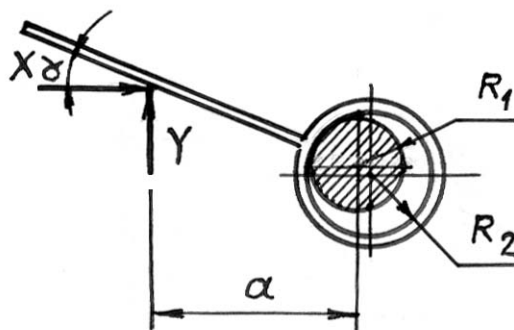


Рис. 1. К расчету дивергенции пластины с шарниром трения качения

$$k = 0,342 \sqrt{\frac{X}{BE} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}, \quad (2)$$

а сопротивление качению в шарнире

$$W = 0,342 \frac{dC_y}{d\alpha} \frac{\rho g^2}{2} bl \sqrt{\frac{dC_y}{d\alpha} \cdot \frac{\rho g^2}{2} bl \frac{R_1 R_2}{BE(R_2 - R_1)}} / R_1. \quad (3)$$

При каких условиях возможно равновесие пластинки в отклоненном положении найдем из условия равновесия в этом положении

$$\alpha \alpha \left(\frac{0,342}{a\alpha} \sqrt{\frac{dC_y}{d\alpha} \cdot \frac{\rho g^2}{2} \cdot \frac{bl R_1 R_2}{BE(R_2 - R_1)}} - 1 \right) = 0. \quad (4)$$

Из этого уравнения видно, что когда $\alpha \neq 0$, то отклонения от состояния равновесия возможно в случае

$$1 = \frac{0,117}{a^2 \alpha^2} \cdot \frac{dC_y}{d\alpha} \cdot \frac{\rho g^2}{2} \cdot \frac{bl R_1 R_2}{BE(R_2 - R_1)}. \quad (5)$$

Откуда критическая скорость потока

$$v_{кр} = 4,13 a \alpha \sqrt{\frac{BE(R_2 - R_1)}{\frac{dC_y}{d\alpha} \rho bl R_1 R_2}}. \quad (6)$$

“Критическое” соотношение радиусов

$$\left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \right)_{кр} = \frac{17,05 a^2 \alpha^2 BE}{\frac{dC_y}{d\alpha} \rho g^2 bl}. \quad (7)$$

Для устойчивости пластинки необходимо выполнение условия $v < v_{кр}$. При $v = v_{кр}$ невозмущенное горизонтальное положение пластинки перестает быть устойчивым.

Оценим возможности флаттера пластинки, показанной на рис. 2 и оценим влияние на него трения качения в шарнире.

Если l – длина пластины в направлении плоскости чертежа, коэффициенты жесткости опоры C , отнесенный к единице длины L . Будем полагать, что масса m соответствует единице площади срединной плоскости пластины.

Включим сопротивление в шарнире в массу m пластинки

$$m_0 = m \pm 2WR_1 / b^2 gl. \quad (8)$$

Здесь взяты знаки +/- потому, что при отрицательной скорости в уравнении движения пластины должен быть принят знак минус, а при положительной скорости – плюс.

Приведем реакцию к центру тяжести пластинки

$$R = -C_1 bl \varphi, \quad (9)$$

и пару с моментом

$$M = -C_1 \frac{b^2}{2} l \varphi. \quad (10)$$

Дифференциальное уравнение движения пластины запишется в виде

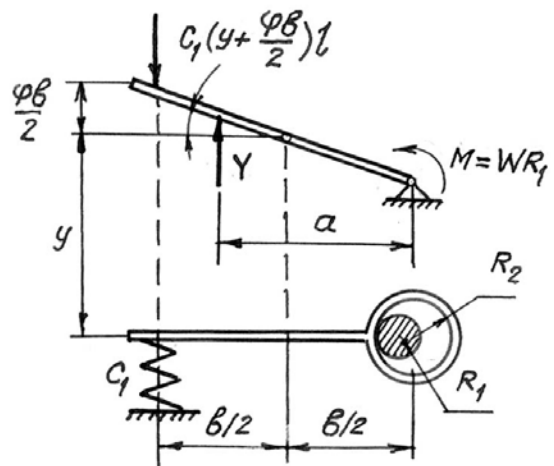


Рис. 2.



$$\ddot{\phi} + \lambda^2 \phi = 0, \quad (11)$$

$$\text{где } \lambda^2 = \frac{6 \left[3C_1 + \frac{dC_y}{d\alpha} \rho g^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{a}{b} \right) \right]}{7b \left(m \pm \frac{2WR_1}{b^2 gl} \right)}.$$

Неустойчивой система будет при движении пластины вверх, когда

$$m \leq \frac{2WR_1}{b^2 gl}. \quad (12)$$

Из этого уравнения найдем критическую скорость потока воздуха

$$g_{кр} = 0,623 \sqrt[6]{\frac{BbER_1 m^2 g^2 (R_2 - R_1)}{\left(\frac{dC_y}{d\alpha} \right)^3 \rho^3 l R_2}}. \quad (13)$$

Этой скорости соответствует моментальный уход системы от положения равновесия в отличие от $v_{кр}$, полученной по формуле (6), которой соответствует состояние равновесия, т.е. дивергенция.

Скорость флаттера при такой схеме закрепления пластинки, в его классическом понимании, отсутствует, поскольку подкоренное выражение (13) не может быть отрицательным, что характерно, в связи с появлением комплексного числа, для колебаний с возрастающей амплитудой.

Анализ статики и динамики пластинки, обдуваемой воздушным потоком, одна из сторон которой опирается на шарнир качения показывает, что

- дивергенция пластинки без учета и с учетом трения качения отличается как по аналитическому описанию, так и по величине;
- флаттера при закреплении одной из сторон пластинки в шарнире качения не существует;
- равновесного, например, положения пластины.

Литература

1. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М.: Наука, 1987. – 352 с.
2. Справочник по сопротивлению материалов/ Под ред. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. – К.: Наукова думка, 1988. – 736 с.
3. Бондаренко Л.Н. Экспериментально-аналитическое определение коэффициента трения-качения/ Зб. наук. праць ХарДАЗТ. - Вып. 36. - 1999. - С. 127-132.