

УДК 539.3

Кривенко О.П. канд. техн. наук

## ВПЛИВ КОМБІНОВАНИХ ГРАНИЧНИХ УМОВ НА СТІЙКІСТЬ ПОЛОГИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ

Вивчається вплив на втрату стійкості осесиметричної сферичної панелі умов комбінованого закріплення контуру. Розглядається часткова заміна по контуру панелі жорсткого затиснення на шарнірне опирання.

Несуча спроможність і форми деформування пологих панелей залежать від багатьох факторів таких, як геометричні параметри оболонки, граничні умови, види навантажень тощо. Тип граничних умов суттєво впливає на величину критичного навантаження пологих панелей [1]. При цьому недостатньо дослідженою є проблема впливу комбінованих граничних умов на стійкість оболонок.

У роботі розглянуті питання стійкості пологих панелей з комбінованим закріпленням вздовж контуру. Одна частина контуру оболонки жорстко затиснута, інша, яка визначається кутом  $\varphi_0$ , – має шарнірне опирання (рис. 1). Досліджений вплив на стійкість панелі послідовної заміни першого типу закріплення на другий при зміні кута  $\varphi_0$  у межах  $0^\circ \leq \varphi_0 \leq 90^\circ$ .

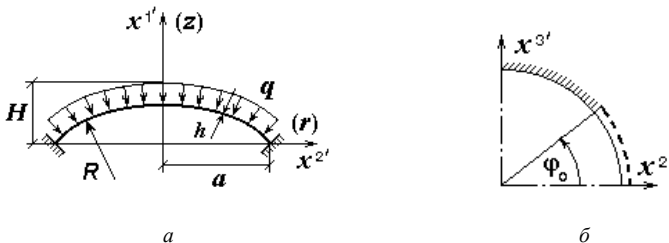


Рис. 1. Сферична панель з комбінованим опиранням

Аналіз розв'язків виконується за розробленою скінченноелементною методикою дослідження напружено-деформованого стану, стійкості та позакритичної поведінки тонких неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях [2-4]. Скінченноелементне дослідження оболонок базується на геометрично нелінійних співвідношеннях тривимірної теорії термопружності та положеннях моментної схеми скінченних елементів. Завдяки такому підходу методика дозволяє на основі єдиної методологічної бази досліджувати

тонкі оболонки з різноманітними геометричними особливостями за товщиною та неоднорідностями матеріалу при термосилових навантаженнях. Нелінійний розв'язок отримується комбінованим алгоритмом, який поєднує кроковий метод продовження розв'язку за параметром із ітераційною процедурою Ньютон-Канторовича на кожному кроці навантаження. Розроблено автоматизоване управління нелінійним розрахунком у процесі проходження діаграми "навантаження-прогин" незалежно від її складності, що досягається за рахунок самокоригування параметрів алгоритму.

Достовірність методики обґрунтована чисельними дослідженнями збіжності та точності скінченноелементних розв'язків для різних класів задач [5-10].

Розглянута полога осесиметрична сферична панель сталої товщини, що навантажувалася зовнішнім рівномірним тиском інтенсивністю  $q$  (рис. 1, а). Матеріал оболонки – ізотропний. Прийняті наступні вихідні данні: модуль пружності  $E = 19.6 \cdot 10^4$  МПа, коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0.3$ , радіус опорного контуру  $a = 1$  м, радіус серединної поверхні  $R = 12.52$  м, товщина  $h = 0.01$  м, стріла підйому  $H = 0.04$  м. Результати досліджень подані з використанням наступних безрозмірних параметрів:

$$\bar{q} = a^4 q / (Eh^4), \quad \bar{u}' = u' / h, \quad k = H/h,$$

де  $u'$  – прогин панелі вздовж осі  $x'$ ;  $k$  – параметр, що характеризує пологість панелі.

На прикладі пологої сферичної панелі (рис. 1, а), що жорстко затиснута за контуром, досліджена збіжність розв'язків за МСЕ (табл. 1) та виконане їх порівняння з відомими результатами (рис. 2). Згідно досліджень [1, 11] розглянута панель деформується та втрачає стійкість по осесиметричній формі. Тому за розрахункову модель для МСЕ прийнята чверть сферичної панелі з рівномірним розподілом СЕ вздовж радіуса та за колом. Дослідження збіжності показало, що збіг верхньої та нижньої критичних точок з похибкою до 3% настає вже при сітці  $10 \times 10$  СЕ. По всій довжині діаграми "навантаження-прогин у центрі панелі" спостерігається практично повний збіг з результатами робіт [1, 11] з незначним розходженням у верхній критичній точці. Приведені діаграми "енергія-прогин у центрі панелі", демонструють процентний внесок мембранної  $\tilde{W}_m$  та згинної  $\tilde{W}_z$  складових у сумарну потенціальну енергію деформування, де  $\tilde{W}_m = W_m / (W_m + W_z) \cdot 100\%$ ,  $\tilde{W}_z = W_z / (W_m + W_z) \cdot 100\%$ . Отримано повний збіг з відповідною діаграмою роботи [1].

Таблиця 1

Збіжність розв'язків MCE у верхній та нижній критичних точках

Розмір сітки CE	5×5	10×10	15×15	20×20
$\bar{q}_{кр}^e$	55.96	51.64	50.74	50.12
$\Delta(\bar{q}_{кр}^e), \%$	11.7	3.0	1.2	0
$\bar{u}_{кр}^{1'e}$	-1.027	-0.855	-0.895	-0.882
$\Delta(\bar{u}_{кр}^{1'e}), \%$	16.4	-3.1	1.5	0
$\bar{q}_{кр}^H$	26.19	21.69	21.31	21.20
$\Delta(\bar{q}_{кр}^H), \%$	23.5	2.3	0.5	0
$\bar{u}_{кр}^{1'H}$	-5.462	-5.497	-5.537	-5.498
$\Delta(\bar{u}_{кр}^{1'H}), \%$	-0.7	0	0.7	0

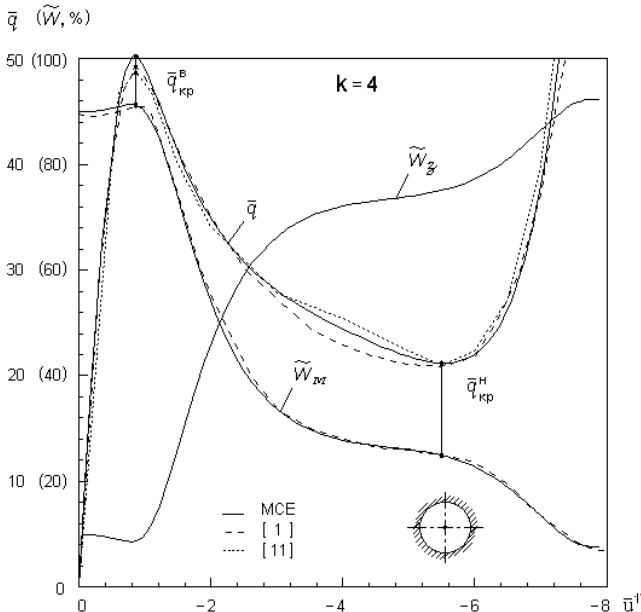


Рис. 2. Діаграми "навантаження-прогин у центрі" та "енергія-прогин" сферичної панелі

Для розглянутої оболонки досліджений вплив зміни умов комбінованого закріплення опорного контуру ( $0^\circ \leq \varphi_0 \leq 90^\circ$ ) на її стійкість. Зміна області шарнірного опирання  $\varphi_0$  відбувалася з кроком  $5^\circ$  і  $10^\circ$ . Тому, виходячи з цього, для проведення досліджень за розрахункову була прийнята сітка  $18 \times 18$  СЕ. Вибрані розміри сітки задовольняють умові збіжності розв'язків, що було показано вище на прикладі жорстко затиснутої по контуру панелі. Це стосується і комбінованого закріплення, оскільки при згущенні сітки у два рази ( $36 \times 36$  СЕ) критичні сили у порівнянні з сіткою  $18 \times 18$  СЕ, наприклад при  $\varphi_0 = 20^\circ$ , різняться лише на 1.8%.

На рис. 3 досліджена еволюція діаграм “навантаження-прогин” в центрі панелі від зміни граничних умов. При жорсткому затисненні усього контуру ( $\varphi_0 = 0^\circ$ ) і частковій заміні його на шарнірне опирання ( $\varphi_0 < 20^\circ$ ) діаграми мають простий вигляд, а форми втрати стійкості (рис. 4) характеризуються проклацуванням центральної частини панелі, яка приймає наближену до еліптичної форму, розтягуючись в сторону шарнірного опирання. Подальше збільшення зони шарнірного опирання, починаючи з  $\varphi_0 = 20^\circ$ , приводить до ускладнення діаграм – з'являються петлі. При цьому форма деформування панелі має дві вм'ятини, що розміщені в області шарнірного опирання. Це наочно спостерігається на відповідній картині муарових смуг. При шарнірному опиранні вздовж усього опорного контуру ( $\varphi_0 = 90^\circ$ ) панель має кільцеву осесиметричну вм'ятину, що розташована по середині меридіану.

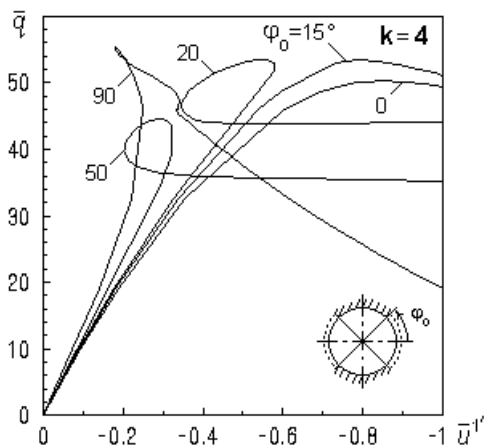


Рис. 3. Еволюція діаграм “навантаження-прогин” в центрі панелі

Згідно до розрахунків для всіх варіантів граничних умов у розв'язках до  $\bar{q}_{кр}^e$  відсутні точки розгалуження. Ці висновки співпадають з результатами досліджень [1, 12] для панелі з  $k=4$  при однорідних граничних умовах. Точки розгалуження та сходження гілок розв'язків розміщуються лише на нестійких ділянках діаграм “навантаження-прогин” – між верхньою та нижньою критичними точками.

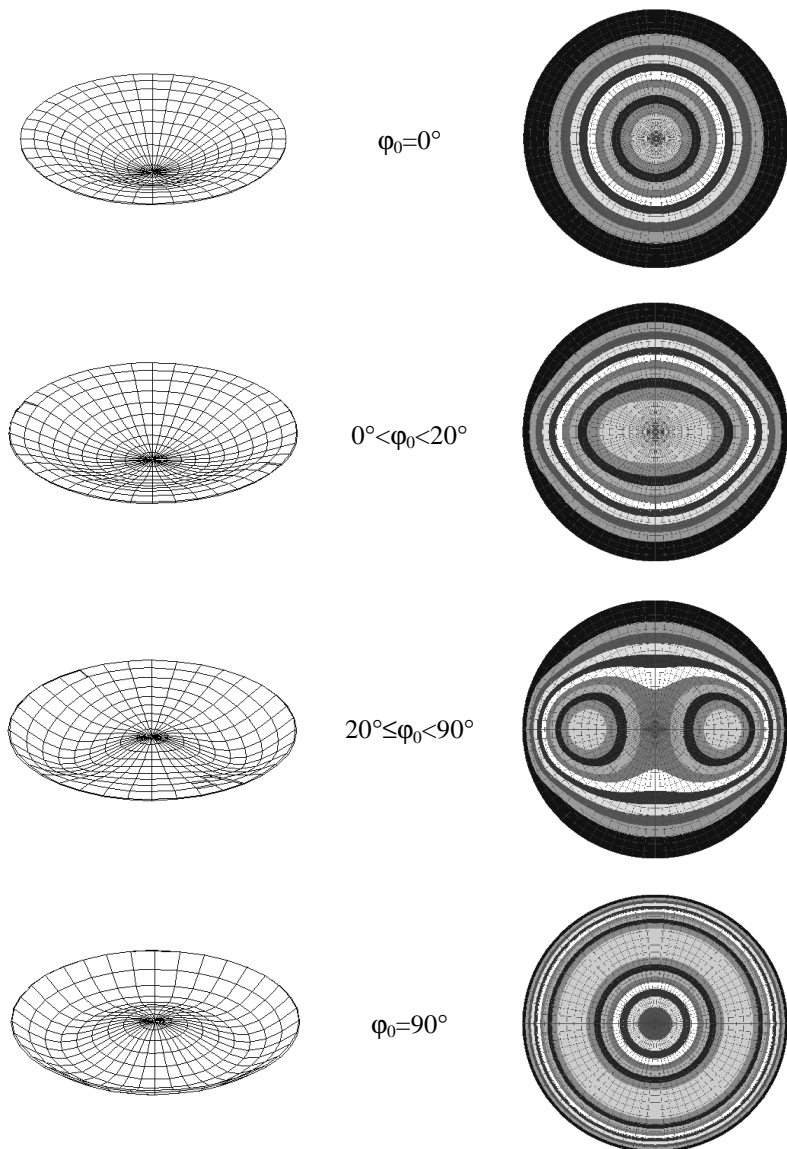


Рис. 4. Форми втрати стійкості панелей при зміні граничних умов

Аналіз результатів виявив, нелінійну залежність величини верхнього критичного навантаження  $\bar{q}_{кр}^e$  від зміни кута  $\varphi_0$  (рис. 5, табл. 2). При зростанні області шарнірного опирання до  $\varphi_0=20^\circ$  (що припадає на 22% контуру, залишаючи 78% його жорстко затиснутим) значення  $\bar{q}_{кр}^e$  збільшується на 6.15% у порівнянні з жорстко затиснутою панеллю. Далі спостерігається падіння цієї величини на -11.63% (при  $\varphi_0=50^\circ$ ), після чого  $\bar{q}_{кр}^e$  знов зростає. При повній заміні жорсткого затиснення ( $\varphi_0=0^\circ$ ) на шарнірне опирання ( $\varphi_0=90^\circ$ ) величина верхнього критичного навантаження збільшується на 10.08%. Для цих двох варіантів граничних умов у роботі [12] також відмічається подібна відмінність між критичними навантаженнями, яка складає 14%. Виявлена нелінійна залежність  $\bar{q}_{кр}^e$  від способу закріплення контуру пояснюється характером зміни форм втрати стійкості (рис. 4).

Проведені дослідження дозволили виявити існуючі нелінійні закономірності втрати стійкості пологих сферичних осесиметричних панелей при послідовній зміні областей комбінованого

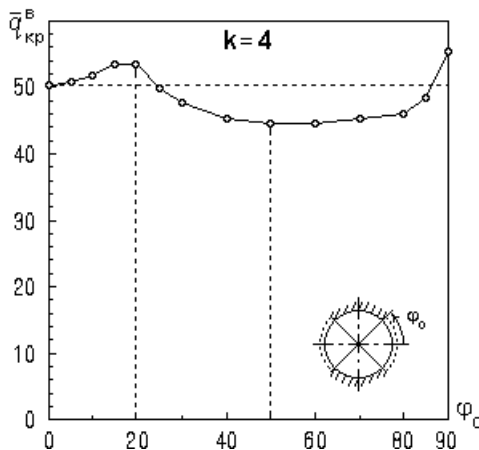


Рис. 5. Залежності  $\bar{q}_{кр}^e$  від зростання області шарнірного опирання

Таблиця 2

Вплив зміни кінематичних умов на несучу спроможність панелі

$\varphi_0$ , град	$\bar{q}_{кр}^e$	$\Delta(\bar{q}_{кр}^e)$ , %
0	50.40	0
5	50.88	0.95
10	51.75	2.68
15	53.44	6.03
20	53.50	6.15
25	49.91	-0.97
30	47.62	-5.51
40	45.23	-10.26
50	44.54	-11.63
60	44.65	-11.41
70	45.18	-10.36
80	46.09	-8.55
85	46.78	-7.18
90	55.48	10.08

закріплення контуру. Отримані результати можуть бути використані при проектуванні різноманітних несучих оболонкових конструкцій та їхніх елементів.

1. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. - М.: Наука, 1967. - 984 с.
2. *Баженев В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Нелінійні рівняння деформування тонких багатопшарових поребричних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. - К.: КДТУБА. - 1998. - Вип. 64. - С. 116-127.
3. *Баженев В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П.* Нелинейные уравнения МКЭ в задачах устойчивости неоднородных оболочек // Математическое моделирование в механике сплошных сред на основе методов граничных и конечных элементов: Доклады XVII Международной конференции. - СПб.: НИИХ СПбГУ, 1999. С. 40-44.
4. *Баженев В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Співвідношення моментної схеми скінченних елементів у задачах стійкості неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. К.: КНУБА, 1999. - Вип. 66. - С. 22-25.
5. *Баженев В.А., Сахаров А.С., Соловей Н.А., Кривенко О.П., Аят Н.* Моментная схема метода конечных элементов в задачах прочности и устойчивости гибких оболочек при термосиловых воздействиях // Проблемы прочности. - 1999. - N 5. - С. 96-102.
6. *Баженев В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Стійкість гладких ребристих та послаблених вирізами гнучких пологих панелей // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. - К.: КНУБА, 2000 р. - Вип.67. - С. 92-103.
7. *Соловей М.О., Кривенко О.П.* Порівняльний аналіз розв'язків у задачах стійкості оболонок при різних законах нерівномірного нагріву // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. К.: КНУБА, 2002 р.- Вип. 70. - С. 104-109.
8. *Баженев В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П.* Устойчивость пологих оболочек вращения линейно-переменной толщины // Авиационно-космическая техника и технология. - 2004. - N 2 (10). - С. 18-25.
9. *Баженев В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Стійкість конічних оболонок лінійно-змінної товщини // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук. -тех. збірн. - К.: КНУБА, 2006 р. - Вип. 78.
10. *Баженев В.А., Кривенко О.П., Соловей М.О.* Оцінка розв'язків при врахуванні залежності властивостей матеріалу від температури в задачах стійкості оболонок// Опір матеріалів і теорія споруд: Наук. -тех. збірн. - К.: КНУБА, 2006 р. - Вип. 79.
11. *Кантор Б.Я.* Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. - К.: Наукова думка, 1974. - 136 с.
12. *Валишвили Н.В.* Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. - М.: Машиностроение, 1976. - 278 с.