

УДК 539.375

Б.М. Дохняк, канд. техн. наук

Ю.Г. Козуб, канд. техн. наук

М.І. Львова

Г.О. Козуб, канд. техн. наук

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО – ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СТРІЧКОВО-СТРУННИХ СИТ ІНКРЕМЕНТАЛЬНИМ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Розглянуто розв'язок динамічної задачі теорії пружності з використанням інкрементального методу скінченних елементів. Виконано розрахунок параметрів жорсткості та власних частот коливань елементів стрічково-струнного сита.

Вступ. Сьогодні на металургійних підприємствах, у вугільній та будівельній промисловості використовують грохоти для розділення по фракціям дроблених гірничих порід та вугілля. Для просівання можуть використовуватись металеві або гумові сита. При використанні гумових сит збільшується просівання й поліпшується його якість за рахунок товщини гумових сит [1, 2].

Раніше для виготовлення сит використовувалася дротова суцільна металева сітка, потім струнна, котра набирається з окремих струн. Але в цих випадках спостерігається зниження ефективності просівання, обумовленою здебільшого більше низьким перетином, що визначається як широкими перемичками між осередками, так і порівняно великою втратою робочої площі за рахунок деталей кріплення і погіршення якості просівання за рахунок товщини сит. Також застосовувалися так звані традиційні конструкції гумових сит, тобто із квадратними отворами без армування, армованих сталевим аркушем або армованих сталевую дротяною сіткою. Однак доцільніше застосовувати резонуючі стрічково-струнні сита, у яких усунуті вище згадані недоліки. Такі стрічково-струнні сита підвищують продуктивність і ефективність просівання й навіть іноді перевершують результати, одержувані при використанні дротових сит. Термін служби резонуючих стрічково-струнних сит досягає до 8000 годин.

1. Постановка задачі. Резонуюче стрічково-струнне сито являє собою поверхню, що просіває, та складається з окремих елементів - стрічок-струн з періодичними виступами зубцями з однієї сторони стрічки. Геометричні параметри стрічки-струни показані на рис.1: довжина 382 мм, розрахункова довжина 370 мм. Стрічки виготовлені з

гуми марки 2959, умовно-рівноважний модуль зсуву $\mu = 0,74$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,49$, щільність $\rho = 1200$ кг/м³, [3].

Конструктивні параметри стрічок-струн і її натягування вибираються такими, щоб забезпечувалася близькість частоти основного тону вільних коливань струн до частоти коливань грохоту. Режимні параметри цих сит не виходять за межі параметрів режимів сучасних серійних вібраційних грохотів і забезпечують одержання технологічних показників в області їхніх паспортних характеристик.

З умов роботи еластомірних елементів сит спочатку моделюється монтажне розтягання стрічки-струни на 20%, яка закріплюється в спеціальних опорах підситника грохоту. Потім прикладається експлуатаційне поверхневе навантаження інтенсивністю q , при цьому амплітуда прогину складає порядку 10-20% від висоти конструкції.

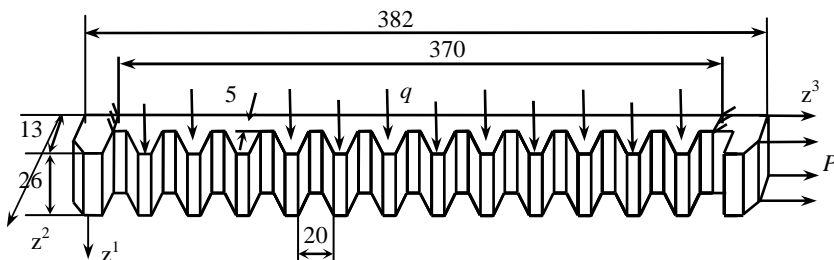


Рис. 1. Стрічка-струна

2. Вихідні співвідношення інкрементальної теорії пружності.

Для опису напружено – деформованого стану конструкції з попередніми напруженнями та переміщеннями використовується інкрементальна тривимірна теорія пружності. Розв’язання задачі будується на основі використання методу скінченних елементів [4]. Розглядається два рівноважних стани конструкції – попередній, на якому діють напруження σ_0^{ij} , та суміжний з невідомими σ^{ij} . Варіаційна постановка динамічної задачі для пружного тіла з початковими напруженнями із заданими додатковими масовими силами Q_i , поверхневими силами P^i і переміщеннями u_i має вигляд:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \iiint_V (\sigma^{ij} + \sigma_0^{ij}) \delta(e_{ij} + e_{ij}^0) dV - \delta \iiint_V \frac{1}{2} \rho u_m \dot{u}_m dV - \right. \\ \left. - \iiint_V (Q^i + Q_0^i) \delta u_i dV - \iint_S (P^i + P_0^i) \delta u_i dS dt \right\} dt = 0.$$

Тут індекс (0) відноситься до попереднього стану, \dot{u}_i – швидкість.

Повний тензор деформації визначається співвідношенням

$$e_{ij} + e_{ij}^0 = \frac{1}{2} [u_{j,i} + u_{j,i}^0 + u_{i,j} + u_{i,j}^0 + (u_{j,i} + u_{j,i}^0)(u_{i,j} + u_{i,j}^0)],$$

$$\text{де } u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial z^j}.$$

Враховуючи, що в попередньому стані виконується умови рівноваги, а в суміжному всі параметри лінійно залежні функції від u_i , для пружної задачі можна записати

$$\iiint_V (\sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \sigma_0^{ij} u_{m,i} u_{m,j}) dV - \iiint_V Q^i \delta u_i dV - \iint_S P^i \delta u_i dS = 0,$$

$$\text{де } \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} [(\delta_i^m + u_{m,i}) u_{m,j} + (\delta_j^m + u_{m,j}) u_{m,i}].$$

Власні частоти ω та форми гармонійних коливань визначаються із рівняння

$$\iiint_V (\sigma^{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \sigma_0^{ij} u_{m,i} u_{m,j}) dV - \omega^2 \iiint_V \rho u_m u_m dV = 0.$$

Переміщення попереднього стану u_i^0 вважаються відомими, а в суміжному варіюються величини u_i . Функціональну залежність переміщень u_i по об'єму скінченного елемента можна записати через вузлові переміщення Δ_i^k і функції форми N_k у вигляді:

$$u_i = N_k \Delta_i^k.$$

Стационарність повної потенційної енергії приводить до системи лінійних рівнянь пружної задачі

$$[K^{st} + K_0] \{\Delta_t\} = \{P^s\},$$

де $[K]$ – матриця жорсткості конструкції, $[K_0]$ – геометрична, або інкрементальна матриця

$$[K^{st}] = \iiint_V C^{ijkl} \frac{\partial N_i^s}{\partial z^j} \frac{\partial N_k^t}{\partial z^l} dV; \quad [K_0^{st}] = \iiint_V \sigma_0^{ij} \frac{\partial N_p^s}{\partial z^i} \frac{\partial N_p^t}{\partial z^j} dV.$$

Визначення мод власних коливань зводиться до розв'язання узагальненої проблеми власних векторів і власних чисел

$$([K + K_0] - \omega^2 [M]) \{\Delta\} = 0.$$

При побудові матриці мас використовуються ті ж функції форми, що і для матриці жорсткості

$$[M] = \iiint_V \rho \{N\} \{N\}^T dV.$$

Для конструкцій, що працюють при динамічних навантаженнях практичну цінність мають нижчі значення власних частот. У випадках, коли матриці жорсткості і мас мають велику розмірність раціонально використовувати наближені методи визначення власних значень. Одним з таких підходів є ітераційний алгоритм [5]:

$$[K + K_0] \{\Delta_{n+1}\} = \lambda [M] \{\Delta_n\}.$$

Вектор початкового наближення Δ_0 вибирається з урахуванням кінематичних обмежень, накладених на конструкцію.

Мінімальне значення власної частоти визначається по формулі

$$\omega^2 \approx \frac{\{\Delta_n\}^T [K + K_0] \{\Delta_n\}}{\{\Delta_n\}^T [M] \{\Delta_n\}}.$$

Використовуючи M -ортогональність власних векторів, можна скоротити порядок системи рівнянь і визначити наступне власне значення.

В результаті чисельного моделювання поставленої задачі в обчислювальному комплексі «МІРЕЛА+» [6] отримано наступні результати.

Зусилля попереднього натягування струни становить $P=75,4$ Н при подовженні на 20%. Розподіл напруження σ^{33} в ослабленому перетині показано на рис. 2. На рис. 3 зображено напружено-деформований стан ділянки струни у вигляді муарових полос. На рис. 2. показано залежність жорсткості вигину струни сита з поверхневим навантаження $q=1,632$ кПа, обчислені по класичній теорії пружності $C_{(кл)} = 80,4$ Н/м та інкрементальній $C_{(інн)} = 1048,6$ Н/м. При заданій інтенсивності розтягування розбіжність в жорсткостях складає 13 разів.

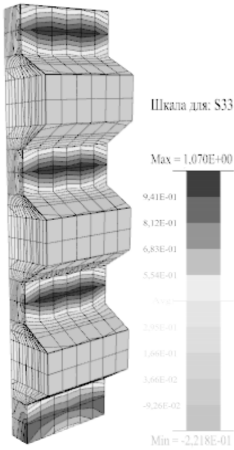


Рис. 2. Напружений стан стрічки-струни

Розподіл напружень σ^{33} по висоті стрічки-струни h із попереднім напруженням при відносному прогині 15% від висоти конструкції показано на рис. 3. Як видно з графіків, характер розподілу напружень поверхні зі сторони зубців (3) неоднорідний.

Перша власна кругова частота для струни без початкових переміщень складає $\omega_{(кл)} = 18,57$ с⁻¹. Для струни з початковим подовженням 20% нижча кругова частота обчислена по інкрементальній теорії дорівнює $\omega_{(інн)} = 67,45$ с⁻¹.

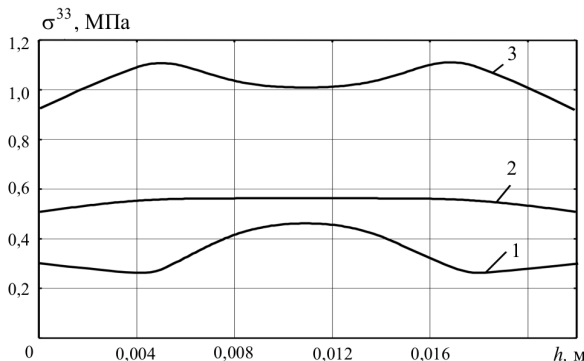


Рис. 3. Розподіл напруг σ^{33} по висоті стрічки-струни h при розтяганні 20 % по товщині:

1 - $z^2 = 0$ м; 2 - $z^2 = 0,0025$ м; 3 - $z^2 = 0,005$ м

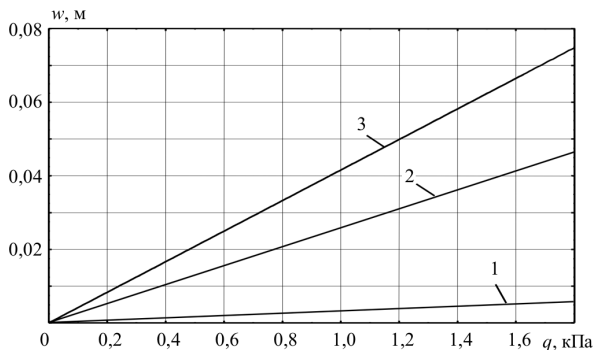


Рис. 4. Залежність прогину w в центрі струни від навантаження q при попередньому розтяганні 1 - на 20%; 2 - 10%; 3 - без врахування попереднього напруження

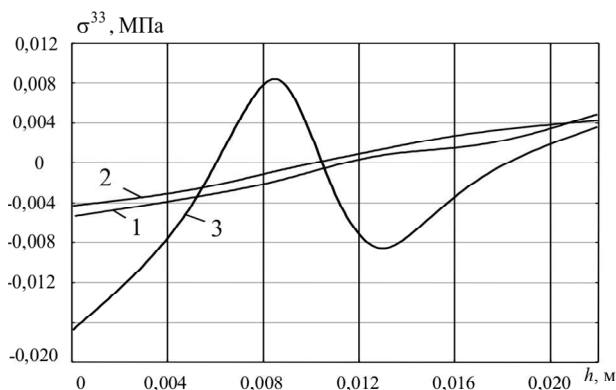


Рис. 5. Розподіл напружень вигину σ^{33} по висоті стрічки-струни h із попередньою напруженням при прогині 15%: 1 - $z^2=0$ м; 2 - $z^2=0,0025$ м; 3 - $z^2=0,005$ м

Висновки. Використання класичної теорії пружності для розрахунку конструкцій з попереднім напруженням дає значно занижені результати по жорсткості і динамічним параметрам. Інкрементальна теорія дозволяє найбільш реально дослідити напружено-деформований стан, частоти і форми коливань подібних конструкцій, що дуже важливо при проектуванні нових механізмів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Вайсберг Л.А.* Проектирование и расчет вибрационных грохотов.-М.: Недра, 1986.-144с.
2. *Резонирующие ленточно-струйные сита для грохотов / А.Г. Червоненко, Л.А. Вайсберг, О.А. Вальцева и др. // Строительные материалы.-1985. -№2.- с.29-30.*
3. *Метод конечных элементов в механике эластомеров/В.В. Киричевский.-К.: Наук. думка, 2002.-655с.*
4. *Дохняк Б.М.* Применение моментной схемы метода конечных элементов для решения задач инкрементальной теории упругости с начальными напряжениями /Киричевский В.В., Ищенко М.И. // Проблемы прочности.– 2006.– №3. –С.131-143.
5. *Метод конечных элементов в механике твердых тел / А. С. Сахаров, В. Н. Кислокий, В. В. Киричевский и др. ; под общ. ред. А. С. Сахарова и И. Альтенбаха – Киев: Вища шк., 1982. – 480 с.*
6. *Метод конечных элементов в вычислительном комплексе «МИРЕЛА+». – / Киричевский В.В., Дохняк Б.М., Козуб Ю.Г. и др. – К.: Наукова думка, 2005. – 403 с.*

Отримано 17.06.09

Рассмотрено решение динамической задачи теории упругости с использованием инкрементального метода конечных элементов. Выполнен расчет параметров жесткости и собственных частот колебания предварительно напряженных элементов ленточно-струйного сита.

The decision of dynamic task of theory of tensile is considered with the use of incremental finite elements method. The of parameters of inflexibility and eigen frequencies of oscillation of preliminary elements of band-string sieve is executed.