



## Підйомно-транспортні машини

УДК 629.113.012.5

Л.Є Пелевін, канд. техн. наук, професор КНУБА,

Г.О Аржаєв, магістр КНУБА,

Б.Г Салтовський, інженер КНУБА

### ВИЗНАЧЕННЯ ПРУЖНИХ ПАРАМЕТРІВ РЕОЛОГІЧНОЇ МОДЕЛІ ПНЕВМАТИЧНОЇ ШИНИ

При дослідженні питань динаміки колісного рушія, постаченого пневматичною шиною (далі "шина"), останню, найчастіше, приймають у виді невагомго кільця, що має радіус, дорівнює вільному радіусу шини  $r_0$ , з'єданого з ободом колеса радіально деформуються елементами, що представляють собою різні комбінації фундаментальних реологічних тіл (Гука, Ньютона, Сен-Венана [1]). Адекватність зазначених теоретичних моделей шини [2,3] у значній мірі залежить від вірогідності вихідних даних (пружності, в'язкості і постійного внутрішнього тертя елемента шини), при цьому розробка аналітичних і експериментальних методів їхнього визначення, являє собою самостійну задачу.

Так, у роботі [4], для триелементної моделі шини, запропонованої в [2], розроблена методика визначення модуля деформації  $E$  елемента шини з використанням характеристик нормальної пружності шини  $h_z = h_z(P_z)^1$ , отриманих при її статичних іспитах, а також встановлена аналітичний зв'язок між  $E$  і радіальною твердістю  $C_p$  елемента шини. Аналіз результатів, отриманих у роботі [4], показав, що величини  $E$  й  $C_p$  істотно залежать від нормального навантаження колеса  $P_z$ .

Дана обставина неминуча приводить, наприклад, при дослідженні кочення шини по нерівній опорній поверхні, до необхідності використання динамічної моделі шини з перемінними параметрами її елементів і, як наслідок, до значних труднощів, особливо, при аналітичному описі процесу.

Прийmemo, у першому наближенні, що радіально деформуються елементи шини у виді лінійної моделі Фойгта [5] і розглянемо процес статичного навантаження (обтиснення) шини, розташованої на рівній горизонтальній опорній поверхні, що не деформується, нормальним навантаженням  $P_z$  колеса.

Маючи на увазі, що при статичних іспитах шини [6] швидкість її нормальної деформації  $V_z$  настільки мала, що в'язкісні властивості матеріалу шини практично не виявляються, радіальне зусилля  $dP$  (рис. 1) у кожному пружному елементі буде

$$dP = C_p \cdot \Delta p,$$

де  $C_p$ ,  $\Delta p$  - відповідно твердість і деформація в радіальному напрямку пружного елемента шини.

<sup>1</sup> Терміни та позначення у відповідності з ГОСТ 17697-72

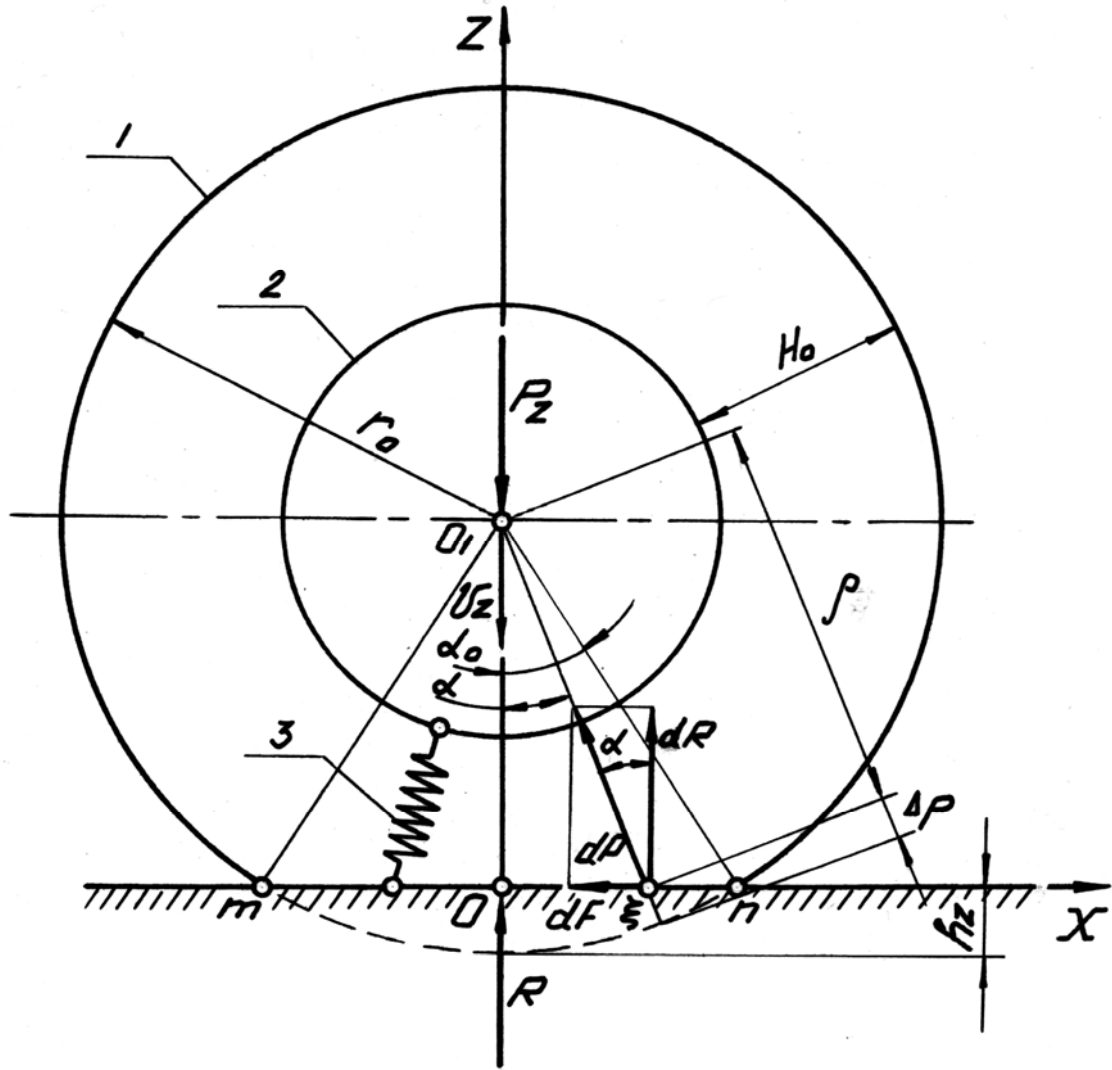


Рис. 1. Схема навантаження пневматичної шини при статичному обтисненні:  
1 – шина; 2 – обід; 3 – елемент шини (лінійна модель Фойгта)

Розкладемо  $dP$  на вертикальну  $dR$  і горизонтальну  $dF$  складові –  $dR = dP \cdot \cos \alpha$  і  $dF = dP \cdot \sin \alpha$ , тоді з умов рівноваги шини будемо мати:

$$\Sigma dR = \Sigma dP \cdot \cos \alpha = R = P_z; \quad (1)$$

$$\Sigma dF = \Sigma dP \cdot \sin \alpha = 0.$$

Маючи на увазі, що

$$\Delta p = r_0 - \rho = r_0 \cdot \left(1 - \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha}\right)$$

з урахуванням виразу (1), одержимо

$$P_z = 2C_p r_0 \int_0^{\alpha_0} \left(1 - \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha}\right) \cos \alpha \cdot d\alpha,$$

де  $\rho$  - поточний радіус шини в області контакту обмірюваний при поточному куті  $\alpha$ ;  $\alpha_0$  - половина кута контакту шини з опорною поверхнею.

Роблячи інтегрування і перетворення, будемо мати



$$P_z = 2C_p r_0 (\sin \alpha_0 - \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0), \quad (2)$$

$$\text{де } \alpha_0 = \arccos \frac{r_0 - h_z}{r_0}.$$

Для встановлення зв'язку між величиною  $C_p$  і параметрами шини, скористаємося експериментальною залежністю, запропонованою в роботі [7]

$$h_z = \frac{K_z \cdot P_z^{\frac{3}{4}}}{1 + p_w}, \quad (3)$$

де  $K_z$  - коефіцієнт, постійний для даної шини;  $p_w$  - тиск повітря в пневматичній шині.

Зручність практичного застосування виразу (3) визначається наявністю тільки одного, постійного для даної шини у всьому експлуатаційному діапазоні зміни внутрішнього тиску повітря  $p_w$ , коефіцієнта  $K_z$ , що дає можливість дуже оперативного нагромадження експериментальних даних. Коефіцієнт  $K_z$  може бути досить просто визначений, наприклад, за результатами виміру нормального прогину шини  $h_z$ :

а) при двох значеннях нормального навантаження колеса  $P_{z1}$ ,  $P_{z2}$  і одному довільному значенні тиску повітря  $p_w$ , що лежить у діапазоні робітників, для даної шини, тисків

$$K_z = \Delta h'_z (1 + p_w) \left( P_{z2}^{\frac{3}{4}} - P_{z1}^{\frac{3}{4}} \right);$$

б) при двох значеннях внутрішнього тиску повітря  $p_{w1}$ ,  $p_{w2}$  і одному, довільно обраному, постійному значенні нормального навантаження колеса  $P_z$

$$K_z = \frac{\Delta h''_z (1 + p_{w1})(1 + p_{w2})}{P_z^{\frac{3}{4}} (p_{w2} - p_{w1})},$$

де  $\Delta h'_z$  - зміна нормального прогину шини при збільшенні нормального навантаження колеса від  $P_{z1}$  до  $P_{z2}$ , тобто  $\Delta h'_z = h'_{z2} - h'_{z1}$ ;  $\Delta h''_z$  - зміна нормального прогину шини при зменшенні тиску повітря з  $p_{w1}$  до  $p_{w2}$ , тобто  $\Delta h''_z = h''_{z2} - h''_{z1}$ .

Представимо вираз (3) у виді  $P_z = P_z(h_z)$

$$P_z = \frac{h_z^{\frac{4}{3}} \cdot (1 + p_w)^{\frac{4}{3}}}{K_z^{\frac{4}{3}}}$$

чи з обліком того, що  $h_z = r_0(1 - \cos \alpha_0)$

$$P_z = \left[ \frac{r_0 \cdot (1 - \cos \alpha_0) \cdot (1 + p_w)}{K_z} \right]^{\frac{4}{3}}. \quad (4)$$

Дорівнявши праві частини виразів (2) і (4), після перетворення, одержимо

$$C_p = \frac{r_0^{\frac{1}{3}}}{2} \left[ \frac{(1 + p_w)}{K_z} \right]^{\frac{4}{3}} \cdot \frac{(1 - \cos \alpha_0)^{\frac{4}{3}}}{(\sin \alpha_0 - \alpha_0 \cos \alpha_0)}. \quad (5)$$

Проаналізуємо праву частину виразу (5); з цією метою установимо в графічній формі зв'язок між величинами  $(1 - \cos \alpha_0)^{\frac{4}{3}} = f(\alpha_0)$  і  $(\sin \alpha_0 - \alpha_0 \cos \alpha_0) = f(\alpha_0)$ , (рис. 2).

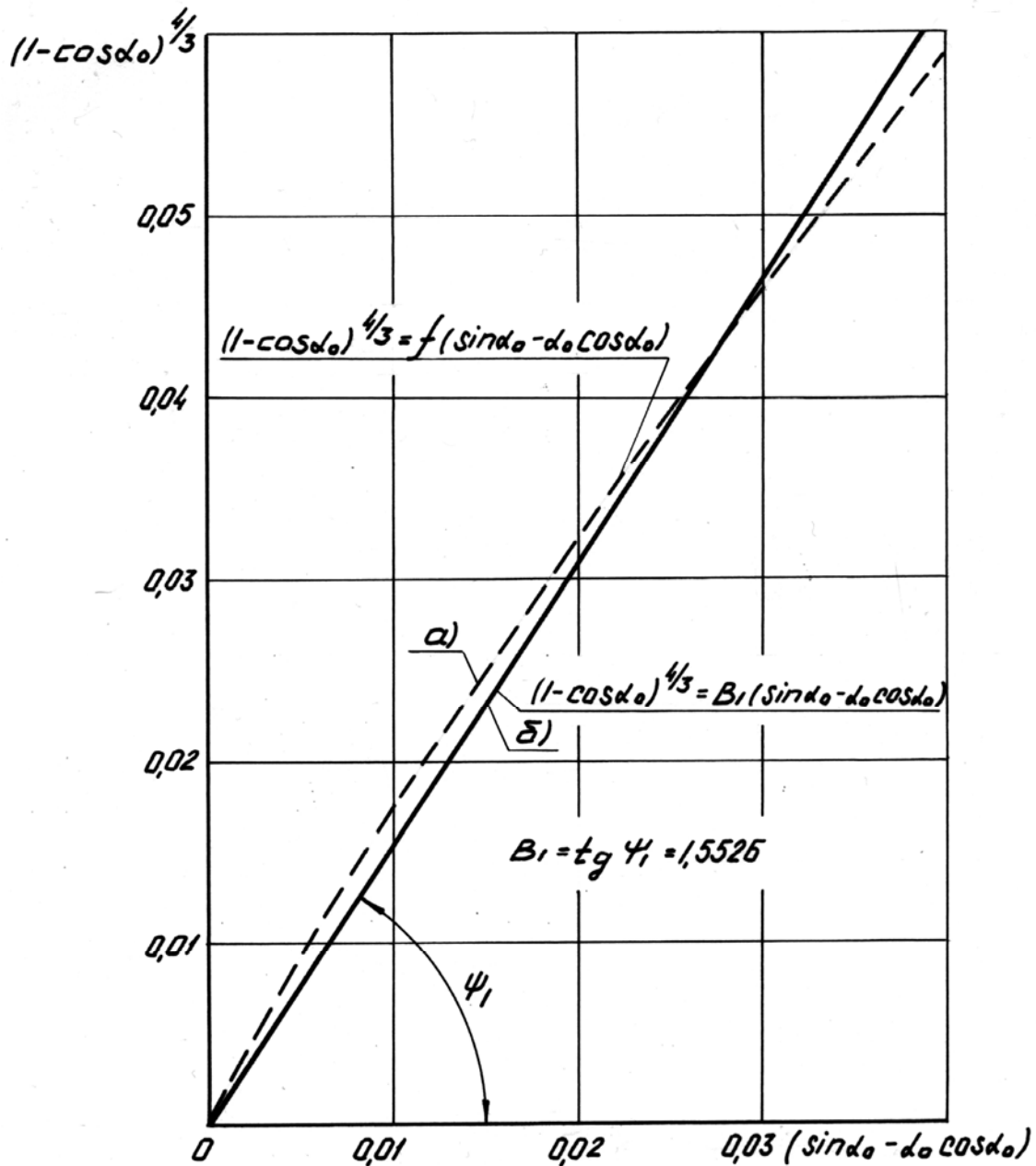


Рис. 2. Схема до визначення наближеної залежності  $(1 - \cos \alpha_0)^{4/3} = f(\sin \alpha_0 - \alpha_0 \cos \alpha_0)$

Як випливає з виду даної графічної залежності (а), вона носить слабо виражений нелінійний характер і може бути досить коректно апроксимована лінійною залежністю (б) виду

$$(1 - \cos \alpha_0)^{4/3} = B_1 (\sin \alpha_0 - \alpha_0 \cos \alpha_0). \quad (6)$$

Величина кутового коефіцієнта  $B_1$  визначена методом найменших квадратів і складає в діапазоні максимально можливої зміни  $h_z$  ( $0 \dots 0,117r_0$ )  $B_1 = 1,5526$  при коефіцієнті кореляції  $R = 0,995$ .

Маючи через вираження (5) і (6), остаточно запишемо

$$C_p = \frac{B_1 r_0^3}{2} \left[ \frac{(1 + p_w)}{K_z} \right]^{4/3}. \quad (7)$$



Таким чином, отримане вираження, що встановлює, з одного боку, зв'язок між розмірами шини, її нормальною твердістю і тиском повітря, а з іншого боку – з радіальною твердістю елемента прийнятої моделі пневматичної шини (див. рис. 1).

При використанні в задачах динаміки колісного рушія законів деформації пневматичної шини, запропонованих проф. М.О. Ульянов [8], визначення коефіцієнтів деформації шини в зоні її завантаження –  $K_1$  і в зоні розвантаження –  $K_2$  може бути виконане аналогічно розглянутому вище.

При статичному обтисненні шини нормальним навантаженням колеса  $P_z$  з урахуванням закону деформації шини –  $\sigma = K_1 \cdot \Delta p$ , коли величина радіальної деформації шини  $\Delta p$  не перевищує її критичного значення  $\Delta p_k$ , буде справедливо наступний вираз

$$P_z = 2 \int_0^{\alpha_0} \sigma B_{\Pi} \rho \cos \alpha \cdot d\alpha = 2K_1 B_{\Pi} r_0^2 \cos \alpha_0 \left( \alpha_0 - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin \alpha_0}{1 - \sin \alpha_0} \right), \quad (8)$$

де  $\sigma$  - нормальні напруги в зоні контакту;  $B_{\Pi}$  - ширина протектора пневматичної шини.

Дорівнюючи праві частини виразів (4) і (8), після перетворень, одержимо

$$K_1 = \frac{(1 + p_w)^{\frac{4}{3}}}{2B_{\Pi} r_0^{\frac{2}{3}} K_z^{\frac{4}{3}}} \cdot \frac{(1 - \cos \alpha_0)^{\frac{4}{3}}}{\cos \alpha_0 \left( \alpha_0 - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin \alpha_0}{1 - \sin \alpha_0} \cdot \cos \alpha_0 \right)}. \quad (9)$$

Залежність

$$\left[ (1 - \cos \alpha_0)^{\frac{4}{3}} = f(\alpha_0) \right] = F \left\{ \left[ \cos \alpha_0 \left( \alpha_0 - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin \alpha_0}{1 - \sin \alpha_0} \cdot \cos \alpha_0 \right) \right] = f(\alpha_0) \right\}$$

представлена на рис. 3. Як видно, дана залежність (а) у графічній формі також носить слабо виражений нелінійний характер і може бути апроксимована лінійною залежністю (б) виду

$$(1 - \cos \alpha_0)^{\frac{4}{3}} = B_2 \left[ \cos \alpha_0 \left( \alpha_0 - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin \alpha_0}{1 - \sin \alpha_0} \cdot \cos \alpha_0 \right) \right]. \quad (10)$$

Величина кутового коефіцієнта  $B_2$  визначена методом найменших квадратів і складає в максимально можливому діапазоні зміни  $h_z (0 \dots 0,117r_0)$   $B_2 = 1,6669$  при коефіцієнті кореляції 0,995.

З урахуванням виразів (9) і (10), остаточно запишемо

$$K_1 = \frac{B_2}{2B_{\Pi} r_0^{\frac{2}{3}}} \left[ \frac{(1 + p_w)^{\frac{4}{3}}}{K_z^{\frac{4}{3}}} \right]. \quad (11)$$

Маючи у виді вирази (7) і (11), установимо тепер зв'язок між величинами  $C_p$  і  $K_1$

$$C_p = \frac{B_1}{B_2} K_1 B_{\Pi} r_0 = B_3 K_1, \quad (12)$$

де  $B_3 = \frac{B_1}{B_2} B_{\Pi} r_0 = 0,93 B_{\Pi} r_0$  - постійний, для даної шини, коефіцієнт.

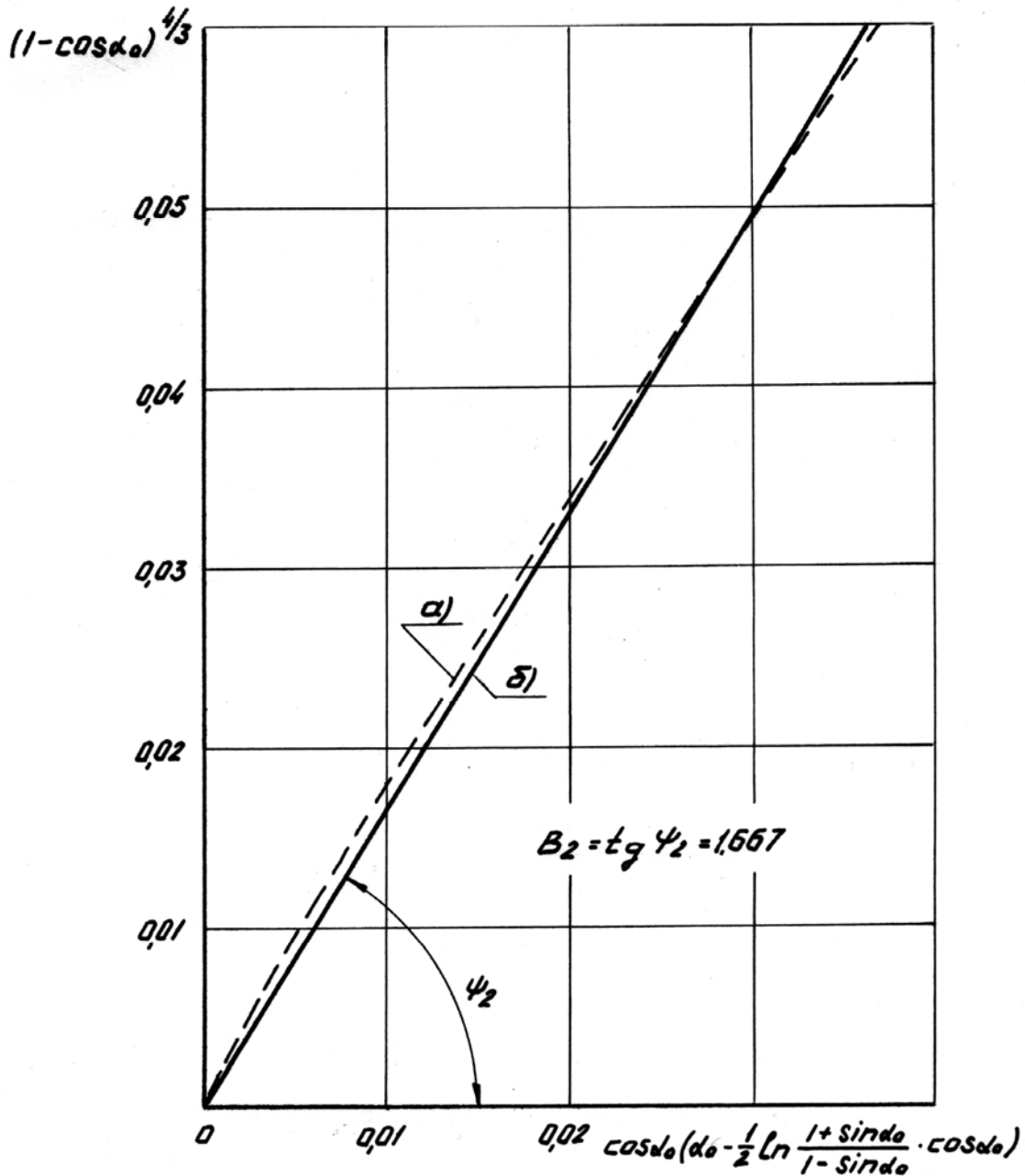


Рис. 3. Схема до визначення наближеної залежності

$$(1 - \cos \alpha_0)^{4/3} = f \left[ \cos \alpha_0 \left( \alpha_0 - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sin \alpha_0}{1 - \sin \alpha_0} \cdot \cos \alpha_0 \right) \right]$$

### Висновки

1. Розглянуто два, взаємодоповнюючих, методу визначення пружних параметрів (радіальної твердості  $C_p$ ) реологічної моделі пневматичної шини у виді лінійної моделі Фойгта:

- на основі експериментальних залежностей нормальної деформації шини від нормального навантаження колеса, тобто  $h_z = h_z(P_z)$ ;

- на основі експериментальних залежностей закону деформації шини, тобто  $\sigma = \sigma(\Delta p)$  [8].



2. Використання другого методу краще, тому що для визначення пружних параметрів реологічної моделі не потрібно іспитових обтискних стендів [6], а необхідно лише експериментально визначати радіальну деформацію шини  $\Delta r$  і нормальні напруги  $\sigma$  в області контакту шини, що рухається, з опорною поверхнею, використовуючи, наприклад, датчики і методики [9,10].

### Література

1. Рейнер М. Реология. – М.: Наука, 1965. – 220 с.
2. Водяник И. И. Выбор моделей для аналитического описания взаимодействия пневматической шины с дорогой//Автомобильная промышленность – 1980 – № 10, С. 18-19.
3. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин. – М.: Машиностроение, 1981. – 271 с.
4. Водяник И. И. Воздействие ходовых систем на почву (научные основы). – М.: Агропромиздат, 1990. – 172 с.
5. Шалягин В. Н. Транспортные и транспортно-технологические средства повышенной проходимости: Теория рабочих процессов и системное проектирование. – М.: Агропромиздат, 1986. – 254 с.
6. Яценко Н. Н. Поглощающая и сглаживающая способность шин. – М.: Машиностроение, 1978. – 132 с.
7. Петрушов В. А. и др. Мощностной баланс автомобиля // В. А. Петрушов, В. В. Московкин, А. Н. Евграфов; Под общ. ред. В. А. Петрушова. – М.: Машиностроение, 1984. – 160 с.
8. Ульянов Н. А. Колесные движители строительных и дорожных машин: Теория и расчет. – М.: Машиностроение, 1982. – 279 с.
9. Аржаев Г. А., Василенко А. В., Кузьмин А. Н., Куприн Н. П. и др. Измерение деформаций пневматической шины движущегося колеса. – В сб.: Тяговая динамика колесных землеройно-транспортных машин. Воронеж, 1986, с. 127-137; Рук. деп. в ЦНИИТЭ Строймаш, № 74-сд86.
10. Аржаев Г. А., Василенко А. В., Кузьмин А. Н., Никаноров Е. И. Малогабаритные тензорезистивные датчики для измерения нормальных напряжений в области контакта шины с опорной поверхностью. – В сб.: Исследование и расчет колесных землеройных машин. Воронеж, 1988, с. 167-178; Рук деп. в ЦНИИТЭ Строймаш, № 35-сд88.