

УДК 528.4

к.т.н., доцент Кузьмич О.Й.,
kuzok@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1762-6344,
Київський національний університет будівництва і архітектури

ТОЧНІСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ПОДОВЖЕНОГО ЗСУВУ МОСТОВИХ ОПОР

Розглянуті методи визначення похибки подовженого зсуву опор в мостовій триангуляції. Приведені приклади обчислення подовженого зсуву за відомою формулою, а також за формулою, наведеною у статті. Показана необхідність застосування вказаних формул при точному обчисленні подовженого зсуву.

Ключові слова: точність, мостові опори, похибка подовженого зсуву.

Постановка проблеми. Виконання геодезичних робіт при спорудженні мостових переходів потребує високої кваліфікації від виконавців, а також точних розрахунків визначення положення опор.

Огляд попередніх публікацій. Дослідження точності визначення опор розглядалися в наукових роботах М.Г. Відуєва, С.П. Войтенка, Г.П. Левчука, А.Л. Островського та ін. Однак детальне застосування формул, наведених у статті, не наводилось.

Постановка завдання. Проаналізувати існуючі методи визначення середньої квадратичної похибки положення опор мостової триангуляції та запропонувати більш точний метод визначення.

Виклад основного матеріалу. Точність подовженого зсуву особливо важлива в так званій мостовій триангуляції.

Як відомо, похибка подовженого зсуву визначається за відомою формулою

$$m_l = \frac{l}{\sqrt{2}} \frac{m_\beta}{\rho} \sqrt{\frac{2n^2 - 3n + 10}{9n}} \quad (1),$$

де l - довжина ряду, m_β - с.к.п. вимірювання кутів, n - кількість сторін в довжині l , $l=ns$.

На наш погляд, ця формула добре працює для розрахунку точності побудови триангуляційних мереж. Однак, при розбивці мостової триангуляції, мікротриангуляції на будівельних майданчиках, необхідно більш точно визначати як загальний подовжений зсув, так і похибку кожного пункту

мостової триангуляції. Для цього пропонується визначати точність положення пунктів мостової триангуляції за формулами:

$$m_l = \sqrt{m_{l1}^2 + m_{l2}^2 + m_{l3}^2} \quad (2)$$

В свою чергу m_{l1} , m_{l2} , m_{l3} буде залежати від точності визначення m_{s1} , m_{s2} , m_{s3} , тому можна записати, що

$$m_s = \sqrt{m_{s1}^2 + m_{s2}^2 + m_{s3}^2} \quad (3)$$

Для визначення m_s необхідно записати формулу визначення s , а потім цю функцію продиференціювати по вимірним параметрам (кутам).

$$s_1 = b_0 \frac{\sin C_1}{\sin B_1} \quad (4)$$

Позначимо функцію 4 через F_{s1} .

Продиференціюємо

$$\frac{dF_{s1}}{dC_1} = S_1' \operatorname{ctg} C_1 \frac{dC_1}{\rho} \quad (5)$$

$$\frac{dF_{s1}}{dB_1} = -S_1' \operatorname{ctg} B_1 \frac{dB_1}{\rho} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{Відповідно } m_{L1}^2 = m_{S1}^2 = S_1'^2 (\operatorname{ctg}^2 C_1 \frac{dC_1^2}{\rho^2} + \\ \operatorname{ctg}^2 B_1 \frac{dB_1^2}{\rho^2}) \end{aligned} \quad (7)$$

Аналогічно отримуємо

$$m_{L2} = m_{S2}$$

$$S_2 = b \frac{\sin A_1 \sin A_2 \sin C_3}{\sin B_1 \sin B_2 \sin B_3} \quad (8)$$

Позначимо величину S_2 як функцію F_{S_2}

По аналогії диференціюємо функцію F_{S_2} по вимірним параметрам (кутам) і за результатами диференціювання отримаємо

$$m_{L_2}^2 = m_{S_2}^2 = S_2'^2 \left(\operatorname{ctg}^2 A_1 \frac{dA_1^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 B_1 \frac{dB_1^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 A_2 \frac{dA_2^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 B_2 \frac{dB_2^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 C_3 \frac{dC_3^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 B_3 \frac{dB_3^2}{\rho^2} \right) \quad (9)$$

Запишемо функцію визначення S_3 як функцію F_{S_3}

$$S_3 = b_0 \frac{\sin A_1 \sin A_2 \sin A_3 \sin A_4 \sin C_5}{\sin B_1 \sin B_2 \sin B_3 \sin B_4 \sin B_5} \quad (10)$$

По аналогії продиференціюємо функцію F_{S_3} по вимірним кутам і отримуємо

$$m_{L_3}^2 = m_{S_3}^2 = S_3'^2 \left(\operatorname{ctg}^2 A_1 \frac{dA_1^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 B_1 \frac{dB_1^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 A_2 \frac{dA_2^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 B_2 \frac{dB_2^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 A_3 \frac{dA_3^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 B_3 \frac{dB_3^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 A_4 \frac{dA_4^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 B_4 \frac{dB_4^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 C_5 \frac{dC_5^2}{\rho^2} + \operatorname{ctg}^2 B_5 \frac{dB_5^2}{\rho^2} \right) \quad (11)$$

$$\text{Тоді } m_L^2 = m_{S_1}^2 + m_{S_2}^2 + m_{S_3}^2 \quad (12)$$

Вважаючи, що с.к.п. вимірюваних кутів однакова, для даної мережі можемо записати формулу в остаточному вигляді (13)

$$m_L^2 = S_1^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2} (ctg^2 C_1 + ctg^2 B_1) + S_2^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2} (ctg^2 A_1 + ctg^2 B_1 + ctg^2 A_2 + ctg^2 B_2 + ctg^2 C_3 + ctg^2 B_3) + S_3^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2} (ctg^2 A_1 + ctg^2 B_1 + ctg^2 A_2 + ctg^2 B_2 + ctg^2 A_3 + ctg^2 B_3 + ctg^2 A_4 + ctg^2 B_4 + ctg^2 C_5 + ctg^2 B_5) \quad (13)$$

Якщо прийняти рівними кути і сторони, то можна записати

$$m_L^2 = S^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2} (\sum_1^n ctg^2 B_i) \quad (14)$$

де $\sum ctg^2 B_i$ - кількість кутів при визначенні с.к. похибки відповідної сторони.

За виконаними підрахунками подовженого зсуву за класичною формулою (14) отримані наступні результати: для однієї сторони; двох і трьох сторін. Аналогічно отримані результати для 15 сторін.

Підрахунки зведено в таблицю 1

Для рівносторонніх трикутників													
кільк стор(н)	кількість ctg B	ctg ² кута	сума ctg ²	$S^2 \frac{m_\beta^2}{\rho^2}$ ml ²	ML за розгорнутою формулою	$(2n^2-3n+10)/9n$	$\sqrt{(2n^2-3n+10)/9n}$	m_β/ρ	L	L/√2	ML за клас. Форм.	різниця ML	
1	2	0,333333333	0,666666667	0,000211539	0,000141026	0,01187545	1	1	7E-06	2000	1414,214	0,010284	0,001591
2	8	0,333333333	2,666666667		0,000564105	0,0237509	0,666666667	0,816497		4000	2828,427	0,016794	0,006956
3	18	0,333333333	6		0,001269237	0,035626351	0,703703704	0,83887		6000	4242,641	0,025882	0,009744
4	32	0,333333333	10,66666667		0,002256421	0,047501801	0,833333333	0,912871		8000	5656,854	0,037553	0,009948
5	50	0,333333333	16,66666667		0,003525658	0,059377251	1	1		10000	7071,068	0,051422	0,007955
6	72	0,333333333	24		0,005076947	0,071252701	1,185185185	1,088662		12000	8485,281	0,067178	0,004075
7	98	0,333333333	32,66666667		0,00691029	0,083128152	1,380952381	1,175139		14000	9899,495	0,0846	-0,00147
8	128	0,333333333	42,66666667		0,009025684	0,095003602	1,583333333	1,258306		16000	11313,71	0,103528	-0,00852
9	162	0,333333333	54		0,011423132	0,106879052	1,790123457	1,337955		18000	12727,92	0,123841	-0,01696
10	200	0,333333333	66,66666667		0,014102632	0,118754502	2	1,414214		20000	14142,14	0,145444	-0,02669
11	242	0,333333333	80,66666667		0,017064185	0,130629953	2,212121212	1,48732		22000	15556,35	0,168259	-0,03763
12	288	0,333333333	96		0,02030779	0,142505403	2,425925926	1,557538		24000	16970,56	0,192221	-0,04972
13	338	0,333333333	112,6666667		0,023833448	0,154380853	2,641025641	1,625123		26000	18384,78	0,217275	-0,06289
14	392	0,333333333	130,6666667		0,027641158	0,166256303	2,857142857	1,690309		28000	19798,99	0,243374	-0,07712
15	450	0,333333333	150		0,031730922	0,178131754	3,074074074	1,753304		30000	21213,2	0,270476	-0,09234

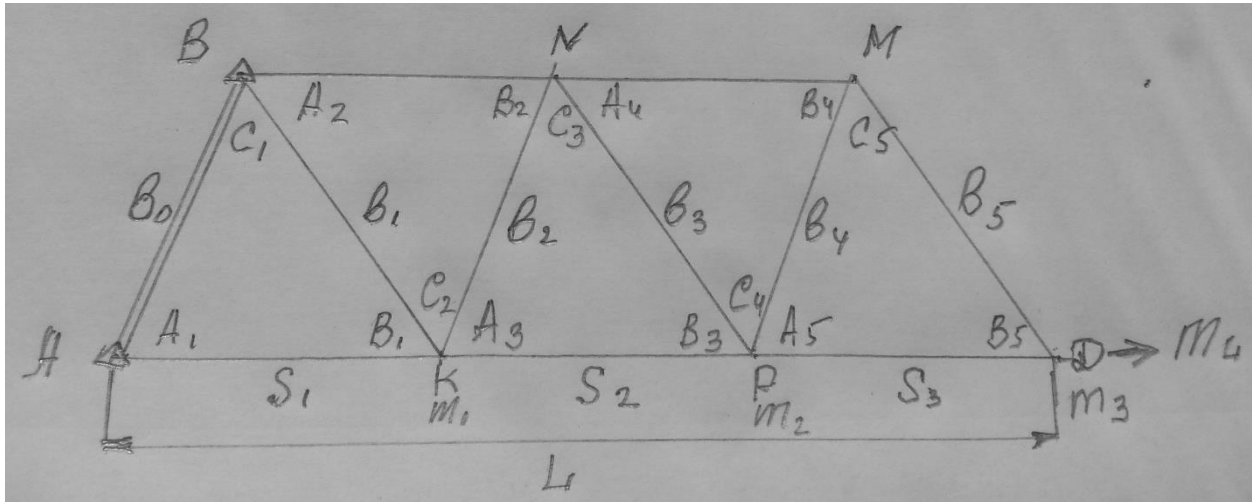
Як бачимо із таблиць, формули працюють майже однаково при $n=10$.

До 10 сторони точність за класичною формулою визначення с.к.п. завищена, а після $n=11$ с.к.п. занижена. Тому при високоточних роботах необхідно обчислювати с.к.п. не за спрощеною формулою 1, а за формулою (14).

Розглянемо випадок, коли сторони і кути нерівні.

Виконаємо розрахунки для трикутника мостової тріангуляції, в яких сторони і кути нерівні.

Схема



Кути приведені в таблиці 2.

Таблиця визначення сторін і ctg кутів

Назва кута	Вимірні кути			виправлені кути	Градуси та десяті долі	Радіани	sin	Обчислені сторони	ctg кута	ctg ² кута
A1	52	25	17,2	16,76667	52,42132407	0,914925	0,792517	4039,702825	0,769511	0,592147094
B1	64	18	12,7	12,26667	64,30340741	1,122306	0,901103	4593,2	0,481194	0,231547912
C1	63	16	31,4	30,96667	63,27526852	1,104362	0,893177	4552,801522	0,503489	0,253500724
Σ	179	59	61,3	60	180	3,141593	1,23E-16		-8,2E+15	
W			1,3		0	0	0			0
A2	70	22	24,3	23,33333	70,37314815	1,228243	0,9419	4685,209547	0,356612	0,127172224
B2	54	18	17,2	16,23333	54,30450926	0,947792	0,812129	4039,702825	0,718454	0,516175523
C2	55	19	21,4	20,43333	55,32234259	0,965557	0,822366	4090,621431	0,691856	0,478664814
Σ	179	59	62,9	60	180	3,141593	1,23E-16		-8,2E+15	
W			2,9		0	0	0			0
A3	69	19	15,3	14,66667	69,32074074	1,209875	0,935572	5002,662176	0,377455	0,142472192
B3	61	11	16,5	15,86667	61,18774074	1,067928	0,876204	4685,209547	0,550033	0,302536649
C3	49	29	30,1	29,46667	49,49151852	0,86379	0,76031	4065,505893	0,854337	0,729891246
Σ	179	59	61,9	60	180	3,141593	1,23E-16		-8,2E+15	
W			1,9		0	0	0			0
A4	59	24	24,3	23,1	59,40641667	1,036838	0,860799	5062,041758	0,591247	0,349573252
B4	58	17	18,2	17	58,28805556	1,017318	0,850702	5002,662176	0,617901	0,38180117
C4	62	18	21,1	19,9	62,30552778	1,087437	0,885438	5206,937212	0,524889	0,275508119
Σ	179	59	63,6	60	180	3,141593	1,23E-16		-8,2E+15	6,66228E+31
W			3,6		0	0	0			0
A5	59	20	18,4	18,8	59,33855556	1,035653	0,860196	5668,46512	0,592847	0,351467275
B5	50	11	23,1	23,5	50,18986111	0,875978	0,76817	5062,041758	0,833468	0,694669622
C5	70	28	17,3	17,7	70,47158333	1,229961	0,942476	6210,670115	0,354677	0,125795653
Σ	179	59	58,8	60	180	3,141593				
			-1,2							

Розрахунки зведемо в таблицю 3.

Для нерівносторонніх трикутників													
кільк стор(n)	кількість ctg B	ctg ² кута	сума ctg ²	$S^2 \frac{m_p^2}{\rho^2}$	ml ²	ML за розгорнутою формулою	$(2n^2-3n+10)/9n$	$\sqrt{(2n^2-3n+10)/9n}$	m_p/ρ	L	l/√2	ML за клас. Форм.	різниця ML
1	2		0,485048636	0,001115738	0,000541187	0,023263428	1	1	7E-06	4552,8	3219,317	0,023412	-0,00015
2	8		2,499470647	0,001115738	0,002788754	0,052808654	0,666666667	0,816497		8618,31	6094,064	0,036185	0,016624
3	18		5,963361937	0,001115738	0,006653548	0,081569286	0,703703704	0,83887		14829	10485,67	0,063967	0,017602

Висновки.

По виконаним розрахункам в таблиці за формулами (1) і (14) подовженого зсуву видно, що точність за формулою (1) завищена, ніж за формулою (14). Виходячи з доведеного, слід визначати подовжений зсув при високоточних роботах за формулою (14).

Література

1. Войтенко С.П. Інженерна геодезія : підручник / С.П. Войтенко. - К.: Знання, 2009. - 557 с.
2. Математичне оброблення геодезичних вимірів: підручник / С.П. Войтенко, Р.В. Шульц, О.Й. Кузьмич, Ю.В. Кравченко; за ред. С.П. Войтенка. - К.: Знання, 2015. - 654 с.
3. Практикум по высшей геодезии / под ред. Н.В. Яковлева. - М.: Недра, 1982. - 368 с.

к.т.н., доцент Кузьмич А.И.,
Киевский национальный университет
строительства и архитектуры

ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОДОЛЬНОГО СДВИГА МОСТОВЫХ ОПОР

В статье рассмотрены методы определения ошибки продольного сдвига опор в мостовой триангуляции. Приведены примеры вычисления продольного сдвига за известной формулой, а также по формуле, приведенной в статье. Показана необходимость использования указанных формул при точном вычислении продольного сдвига.

Ключевые слова: точность, мостовые опоры, ошибка продольного сдвига.

k.t.s., docent Kuzmych A.I.
Kyiv National University
of Civil Engineering and Architecture

ACCURACY OF DETERMINATION OF THE PODIL SHIFT OF BRIDGE SUPPORTS

In the article, methods for determining the error of longitudinal displacement of supports in the bridge triangulation are considered. Examples are given of calculating the longitudinal shift behind a known formula, as well as the formula given in the article. It is shown that it is necessary to use the indicated formulas for the exact calculation of the longitudinal shift.

Key words: accuracy, bridge supports, longitudinal shear mistake.