

УДК 539.3

**В.В. Гайдайчук**, д-р техн. наук  
**Л.В. Шевчук**

## **МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ КРУЖЛЯННЯ КОЛОН ГЛИБОКОГО БУРІННЯ**

Поставлена задача про коливання кружляння долота бурильної колони, яка попередньо напружена поздовжньою силою і обертається під дією прикладеного до долота моменту сил різання. Виконано аналіз механізму самозбудження коливань. Обговорюються результати комп'ютерного моделювання.

**Вступ.** В зв'язку з вичерпанням легкодоступних вуглеводневих палив, останнім часом все більші об'єми нафти і газу добуваються із дуже глибоких підземних резервуарів. За даними геологорозвідки ресурси газу в українському секторі акваторії Чорного і Азовського морів оцінюються в 1228 млрд.куб.м. Проте глибина цих покладів складає 7000 м і більше, а рекордна глибина буріння в Україні поки що рівна 6200 м. Однак в цих випадках проблема видобування нафти і газу пов'язана зі значними технологічними труднощами буріння глибоких свердловин [1,3,4,5,7]. Одна з основних труднощів – можливість появи нештатних ситуацій, які викликані критичними станами квазістатичної рівноваги і коливань бурильної колони (БК).

Проте найбільш складним механізмом володіють згині коливання низу БК, які викликані дією на долото змінних з часом нормальних і дотичних сил контактної і фрикційної взаємодії долота зі стінкою свердловини. В цьому випадку геометричний центр долота починає рухатися навколо осьової лінії свердловини, обганяючи або відстаючи від обертального руху самої колони [8,9]. Схожі рухи здійснюють під дією гіроскопічних сил інерції гіроскоп або ротор центрифуги пральної машини старої конструкції. У механіці вони отримали назву процесійних коливань. У роботах [6,8,9] відмічається, що описаний вище рух центра долота має іншу природу і для його визначення використовують термін “whirling” – кружляння. Воно вивчалось на вельми спрощених фізичних і математичних моделях з одною або двома степенями вільності при різних законах фрикційної взаємодії долота зі стінкою та дном свердловини. Ці моделі вельми далекі від реальної системи і слабо відображають реальні динамічні процеси.

Як показують експерименти та спостереження, при деяких режимах коливань кружляння долота починає перекочуватися по криволінійній

поверхні дна свердловини, а його центр рухається по досить складних траєкторіях, які нагадують багатопелюсткову квітку.

Вивчення автоколивань такої системи може бути виконане лише методами неголономної механіки. Справжня робота присвячена проблемі комп'ютерного передбачення і моделювання явища коливань кружляння долота і бурильної колони як неголономної системи.

**Моделювання кочення з вертінням твердого тіла по шорсткій поверхні.** Розробка багатьох питань механіки неголономних систем тісно пов'язане з застосуванням методів теорії диференціальних рівнянь і диференціальної геометрії. Загальне геометричне трактування проблем руху таких систем привело до створення нового розділу диференціальної геометрії – неголономної геометрії, основу якої складає задача про кочення без ковзання однієї поверхні по іншій [2]. Вона формулюється таким чином: є нерухома поверхня  $S_1$  і рухома поверхня  $S_2$ , яка контактує з  $S_1$  в точці дотику  $G$  (рис. 1). Задана вектор-функція  $\vec{\omega}(t)$  залежності миттєвої кутової швидкості  $\vec{\omega}$  поверхні  $S_2$  від часу  $t$ . Потрібно побудувати траєкторії  $l_1$  і  $l_2$  руху точки  $G$  на кожній з поверхонь.

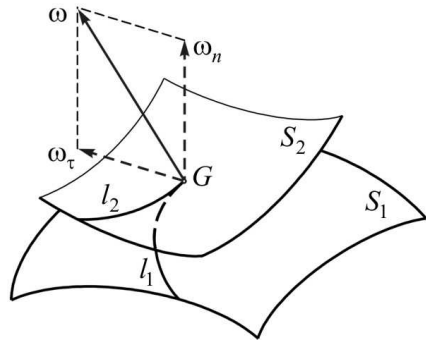


Рис. 1. Неголономне кочення з вертінням поверхні  $S_2$  по поверхні  $S_1$

При розв'язанні цієї задачі необхідно враховувати, що в кожен момент часу поле швидкостей точок рухомої поверхні таке ж, як би вона оберталася з деякою кутовою швидкістю  $\vec{\omega}$  навколо деякої осі, що проходить через точку дотику. Залежно від напрямку миттєвій осі обертання розрізняють чисте або власне кочення і так зване вертіння. Чисте кочення має місце у разі, коли миттєва вісь обертання рухомої поверхні лежить в дотичній площині, дотичній до обох поверхонь, і вертеться – коли миттєва вісь обертання нормальна до цієї площини.

В загальному випадку кочення поверхні  $S_2$  по поверхні  $S_1$  можна розкласти на чисте кочення і чисте вертіння відповідно розкладанню вектора  $\vec{\omega}$  на складову  $\vec{\omega}_\tau$ , яка лежить в дотичній площині, і складову  $\vec{\omega}_n$ , нормальну до поверхонь (рис. 1).

Задача про кочення і вертіння суттєво ускладнюється, якщо вектори  $\vec{\omega}_\tau(t)$  та  $\vec{\omega}_n(t)$  не є заданими, а мають бути визначені з яких-небудь додаткових умов. Так, в неголономній механіці вважається, що поверхні  $S_1$  та  $S_2$  обмежують тверді шорсткі тіла, що володіють масами, і їх взаємний рух без ковзання здійснюється в результаті прикладання до них сил, які залежать (або не залежать) від часу  $t$ . Тоді складаються динамічні рівняння руху тіл, для яких кінематичні умови їх контактної взаємодії відіграють роль неголономних в'язей. У такій постановці вирішені задачі про кочення без ковзання тіл простих форм по простих поверхнях. Зокрема, показано, що залежно від початкових умов кочення шорсткої кульки по шорсткій сферичній поверхні може супроводжуватися рухом точки їх контакту уздовж деяких гладких синусоїдальних траєкторій, кривих з точками повернення і петлеподібних кривих.

Мабуть, найбільш яскравим з відомих прикладів неголономних систем є двоколісні і навіть одноколісні (моноцикли) велосипеди, які зберігають стійкість свого вертикального положення, завдяки наявності неголономної керованої в'язі.

Умови кочення з вертінням можуть бути реалізовані і в системі долото-дно свердловини. Вони забезпечуються за рахунок наявності на поверхні долота діамантових вкраплень, які при коченні відіграють роль твердих інденторів, які вдавлюються в скельну породу на поверхні дна свердловини і перешкоджають ковзанню долота по ній.

Оскільки поверхня долота (рис. 2) і дна свердловини можуть мати



Рис. 2. Геометричні форми доліт

різні геометричні форми, в процесі буріння можливі переходи руху долота від чистого вертіння (штатний процес буріння) до його додатковим коченням, відходу з вертикалі точки дотику долота з дном свердловини і викривлення осі бурильної колони. Для дослідження цих явищ необхідно поставити задачу про пружні поперечні коливання бурильної колони, в якій неголономні в'язі є граничними умовами для рівнянь руху долота.

**Рівняння коливань БК в нижньому прольоті.** Коливання кружляння долота, яке обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ , зазвичай супроводжується залученням до вібраційного процесу також і нижніх ділянок колони, які розташовані між центруючими пристроями і відіграють роль додаткових опор. Тому при аналізі механізму збудження коливань кружляння долота будемо нехтувати впливом верхньої частини БК і виділимо її фрагмент завдовжки  $l$  (рис. 3.).

Виділена трубчаста ділянка БК попередньо напружена прикладеним до долота крутним моментом  $M_z$  і подовжньою стискуючою силою  $T$ , рівній реакції опирається долота на дно свердловини. Динаміку цієї ділянки моделюватимемо на основі теорії стисло-закручених стрижнів, що обертаються. Для цього введемо нерухому систему координат  $OXYZ$  і систему координат  $Oxuz$ , що обертається разом з БК, із загальним початком  $O$  на опорі  $A$  (рис. 4.).

Для кількісного аналізу кінематично збуджуваних коливань кружляння необхідно скласти рівняння динаміки всієї виділеної для розгляду двопрогонної балки  $ABC$ , що обертається, попередньо напруженої крутним моментом  $M_z = -M^{fr}$  і подовжньою стискуючою силою  $T = -R$ .

Рівняння динамічного пружного згинання БК при наявності відмічених факторів мають форму:

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - T \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - M_z \frac{\partial^3 v}{\partial z^3} - (\rho F + \rho_l F_l) \omega^2 u - 2(\rho F + \rho_l F_l) \omega \frac{\partial v}{\partial t} + (\rho F + \rho_l F_l) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

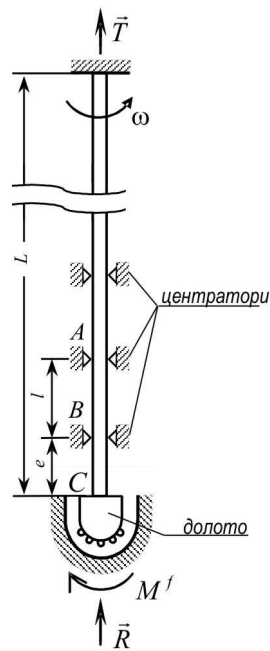


Рис. 3. Розрахункова схема бурильної колони

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - T \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + M_z \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - (\rho F + \rho_l F_l) \omega^2 v - 2(\rho F + \rho_l F_l) \omega \frac{\partial u}{\partial t} + (\rho F + \rho_l F_l) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

де  $u(z, t)$ ,  $v(z, t)$  – пружні переміщення елемента труби БК в напрямках осей  $Ox$ ,  $Oy$  відповідно;  $EI$  – жорсткість труби БК при згині;  $\rho$ ,  $\rho_l$  – густина матеріалу труби і промивної рідини, відповідно;  $F$ ,  $F_l$  – площі поперечних перерізів стінки труби і її внутрішнього каналу, відповідно;  $t$  – час.

Для опису пружного повороту долота введемо також жорстко пов'язану з ним систему координат  $Cx_1y_1z_1$ , осі  $Cx_1$ ,  $Cy_1$  якої у початковому положенні паралельні осям  $Ox$ ,  $Oy$ , відповідно, а при пружній деформації долота повертаються на кути  $-v'|_C$  і  $u'|_C$  (рис. 4.).

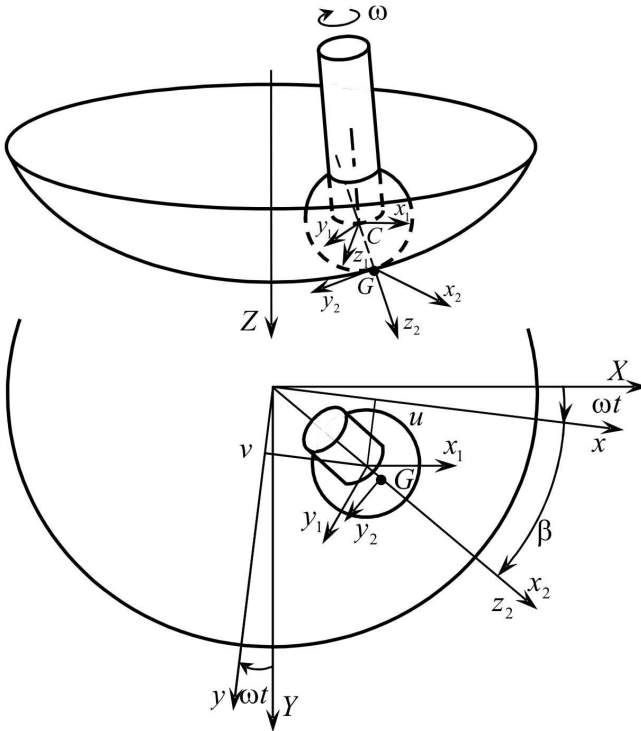


Рис. 4. Схема кочення долота по поверхні дна свердловини

Кочення поверхні  $S_2$  по поверхні  $S_1$  задаватимемо в рухомій системі координат  $Gx_2y_2z_2$ , початок  $G$  якої збігаються з точкою зіткнення поверхонь  $S_1$  і  $S_2$ ; вісь  $Gz_2$  є продовженням відрізка  $CG$ ; вісь  $Gy_2$  перпендикулярна площині, яка містить вісь  $OZ$  і відрізок  $CG$ , і орієнтована у напрямі обертання; вісь  $Gx_2$  доповнює систему осей до правої трійки.

Умова кочення долота без ковзання дозволяє сформулювати в точці  $C$  дві групи крайових рівнянь. Вони включають два кінематичні рівняння, які задають швидкість точки  $C$ , і два динамічні рівняння, які визначають динамічну рівновагу всіх моментів відносно точки  $G$ .

Для виведення кінематичних крайових умов обчислимо абсолютну швидкість центра  $C$ , тіла  $S_2$ , що котиться, в проекціях на осі системи  $Oxyz$ .

В той же час цю швидкість можна обчислити, виходячи із аналізу пружних коливань кінця  $C$  стержня:

Прирівнюючи праві частини цих рівностей, одержимо кінематичні крайові умови

$$\dot{u} - \frac{R-2a}{R-a} \omega v = 0, \quad \dot{v} + \frac{R-2a}{R-a} \omega u = 0. \quad (2)$$

Вони є неголономними, оскільки містять похідні  $\dot{u}$  і  $\dot{v}$ .

Для побудови рівнянь руху скористаємося теоремою про зміну моменту кількостей руху долота відносно точки  $G$

$$\frac{d\vec{K}_G^{(2)}}{dt} + \vec{\Omega}^{(2)} \times \vec{K}_G^{(2)} = \vec{M}_G^{(2)}, \quad (3)$$

де  $\vec{K}_G^{(2)}$  – момент кількостей руху долота відносно точки, представлений в системі  $Gx_2y_2z_2$ ,  $\vec{M}_G^{(2)}$  – момент сил пружності, які діють на долото, також записаний в цій же системі.

Вектор  $\vec{K}_G^{(2)}$  в системі координат  $Gx_2y_2z_2$  підраховується за формулою:

$$\begin{aligned} \vec{K}_G^{(2)} = & \frac{J+ma^2}{\sqrt{u^2+v^2}} \left\{ [(-\dot{v} + \omega u)u + (\dot{u} + \omega v)v] \sqrt{1 - \frac{u^2+v^2}{(R-a)^2}} - \omega \frac{\sqrt{u^2+v^2}}{R-a} \right\} \vec{i}_2 + \\ & + \frac{J+ma^2}{\sqrt{u^2+v^2}} [(\dot{v} - \omega u)v + (\dot{u} + \omega v)u] \vec{j}_2 + J \left\{ [(-\dot{v} + \omega u)u + (\dot{u} + \omega v)v] \cdot \frac{1}{R-a} + \right. \end{aligned}$$

$$+\omega \sqrt{1 - \frac{u^2 + v^2}{(R-a)^2}} \vec{k}_2. \quad (4)$$

В цій же системі координат підраховується і момент  $\vec{M}_G^{(2)}$

Співвідношення (1)–(4) визначають трьохточкову крайову задачу динаміки нижнього прольоту бурильної колони з долотом. Вони доповнюються також початковими умовами, які задають початкове збурення системи. Чисельне розв'язання поставленої задачі здійснюється методом скінченних різниць із використанням неявної схеми по часу  $t$ .

По розробленій методиці були проведені дослідження коливань сферичного долота постійного радіуса  $a$  при різних значеннях радіуса  $R$  дна свердловини і кутових швидкостях  $\omega$  обертання колони.

**Результати чисельних досліджень.** В результаті підрахунків встановлено, що великий вплив на динамічний процес має величина  $R$ . Встановлені найнесприятливіші випадки. Так, при великих  $R$  центр долота починає рухатися по спіралі, яка розширюється. На рис. 5 показана траєкторія руху в нерухомій і рухомій системах координат.

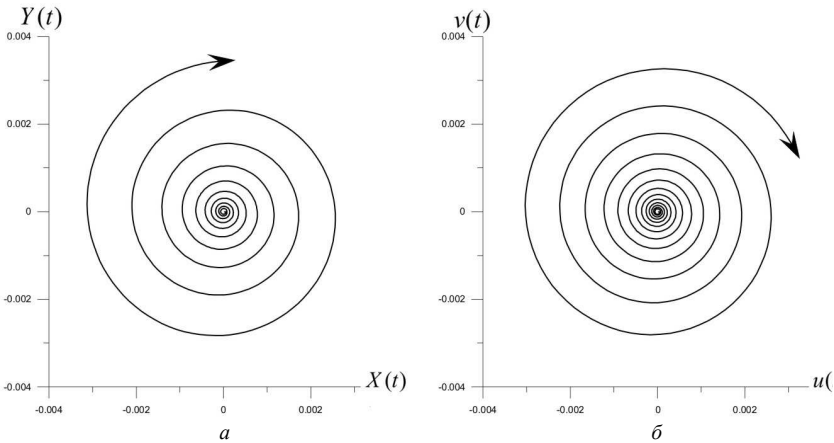


Рис. 5. Нестійке обертання ( $R=0,25 \text{ м}$ ,  $a=0,2 \text{ м}$ ,  $\omega=20 \text{ рад/с}$ ,  $t=1 \text{ с}$ ):  
а) нерухома система відліку, б) система відліку, що обертається

Такий рух нестійкий. При деяких  $R$  обертання долота (рис. 6.) стійке, однак обертання колони і долота відбувається в різних напрямках. Воно є небезпечним, так як в цьому випадку відбувається викришування алмазних різців.

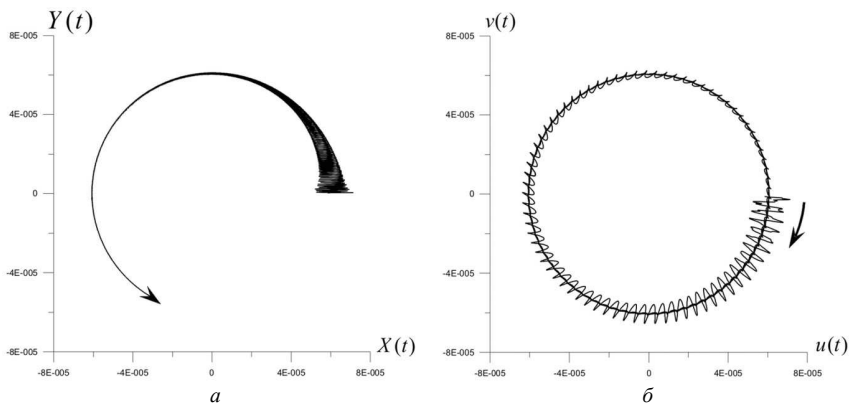


Рис. 6. Стійке обертання ( $R=1,0\text{ м}$ ,  $a=0,2\text{ м}$ ,  $\omega=1\text{ рад/с}$ ,  $t=30\text{ с}$ ):  
а) нерухома система відліку, б) система відліку, що обертається

Цікавий випадок представлений на рис. 7. Тут в нерухомій системі координат долота, яке обертається, намагається зайняти положення, в якому відбувається його чисте вертіння, тобто буріння. Однак воно також недопустиме, так як тут вісь свердловини відхиляється в бік.

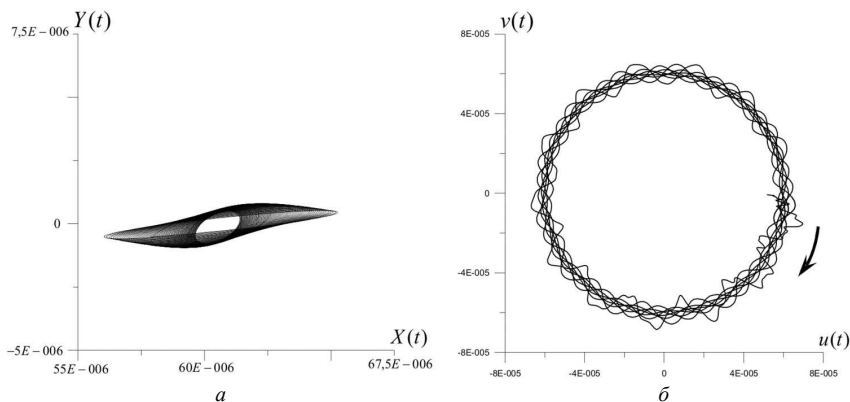


Рис. 7. Стійке вертіння обертання ( $R=0,677\text{ м}$ ,  $a=0,2\text{ м}$ ,  $\omega=5\text{ рад/с}$ ,  $t=10\text{ с}$ ):  
а) нерухома система відліку, б) система відліку, що обертається

**Висновки.** На основі методів неголомомної механіки, поставлена задача про коливання кружляння долота бурильної колони, яка попередньо напружена поздовжньою силою і обертається під дією прикладеного до долота моменту сил різання. Виконано аналіз механізму



самозбудження коливальних. Обговорюються динамічні ефекти, викликані змодельованою контактною взаємодією долота з дном свердловини, аналізуються умови прямого і оберненого кочення долота по поверхні дна свердловини.

Виконано комп'ютерне моделювання механізму кінематичного збудження коливальних кружляння на простих кінематичних схемах з простими геометричними тілами. Вони дозволили встановити найбільш важливі фактори, що впливають на характер протікання цих коливальних. Отримані результати можуть бути враховані при проектуванні конструкцій доліт і режимів буріння.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Борщ Е.И.* Спиральные бегущие волны в упругих стержнях /Е.И. Борщ, Е.В. Ващилина В.И. Гуляев // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела– 2009. – №2. С. 143 – 149.
2. Неймарк Ю.И. Динамика неголономных систем /Ю.И. Неймарк, Н.А.Фуфаев. – М.: Наука, 1967. – 519 с.
3. *Gulyayev V.I.* Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells / V.I. Gulyayev, O.I. Borshch // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011 — V. 78. — P. 759 – 764.
4. *Gulyayev V.I.* The buckling of elongated rotating drill strings / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, I.L. Solovjov, I.V. Gorbunovich //Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – 67. – P.140–148.
5. *Gulyayev V.I.* The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections / V.I. Gulyayev, S.N. Hudoly, L.V. Glovach // International Journal of Solids and Structures. – 2011. – V.48. – P.110–118.
6. *Gulyayev V.I.* Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment models / V.I. Gulyayev, S.N. Hudoliy, O.V. Glushakova // Journal of Multi-body Dynamics. – 2011 — V. 225. — P. 139 – 152.
7. *Gulyayev V.I.* Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes / V.I. Gulyayev, S.N. Khudoliy, E.N. Andrusenko // Interaction and Multiscale Mechanics. – 2011. – V.4. – No.1. – P.1–16.
8. *Christoforou A.P.* Dynamic modelling of rotating drillstrings with borehole interactions / A.P. Christoforou, A.S. Yigit // Journal of Sound and Vibration. – 1997. – 206(2). – P.243 – 260.
9. *Jansen J.D.* Wirl and chaotic motion of stabilized drill collars / J.D. Jansen // SPE Drilling Engineering. – 1992. – 7(2). – P.107 – 114.

*Стаття надійшла до редакції 21.08.2012 р.*

*Гайдайчук В.В., Шевчук Л.В.*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ КРУЖЕНИЯ КОЛОН ГЛУБОКОГО БУРЕНИЯ**

Поставленная проблема о колебании кружения долота бурильной колонны, которая предварительно напряжена продольной силой и вращается под действием прилагаемого к долоту момента сил резания. Выполнен анализ механизма самовозбуждения колебаний. Обсуждаются результаты компьютерного моделирования.

*Gaidaichuk V.V., Shevchuk L.V.*

**SIMULATION OF SPINNING OSCILLATIONS OF DEEP-HOLE DRILLING COLUMNS**

The problem of the whirling vibrations of a bit of a drillstring, which is prestressed by longitudinal force and rotates under the applied forces is stated. The analysis of the mechanism of the vibration self-excitation is performed. The results of computer simulation are discussed.