

УДК 519:512.972

Мінаєва Ю.І.

## СИСТЕМА ФОРМУВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОРТФЕЛЮ НА ОСНОВІ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ НЕЧІТКИХ МНОЖИН.

Фінансовий ринок умовно можна розділити на дві частини: ринок банківських позик і ринок цінних паперів. Ринок цінних паперів (РЦП) доповнює систему банківського кредиту і взаємодіє з нею. Цінні папери надають можливість одержати гроші на довгий період - на десятиліття (облігації) чи в безстрокове користування (акції).

Завдання РЦП полягає в тому, щоб забезпечити більш повне і швидке переливання заощаджень за ціною, що влаштовує всі сторін. Для цього потрібні біржі і діючі на РЦП посередники. Якими ж міркуваннями необхідно керуватись букмекерам, чи підприємцям, що працюють в цьому сегменті ринку?

У вашій компанії планується реалізувати деякий комерційний проект. При цьому не залежно від сутності проекту (торгова операція чи банківський кредит і т.п.) перед початком його реалізації необхідно відповісти на ключове питання:

**А чи варто взагалі реалізовувати даний комерційний проект?**

Якщо розглянути дане питання детально, то треба відповісти ще на певну групу питань:

**Якщо реалізовувати проект, то який майбутній результат?**

**Якщо починати працювати, то які ризики нас підстерігають?**

**Якщо робити що-небудь, то що і яким чином? ...**

Кожне з цих питань тягне за собою нові питання і їхня піраміда буде рости з загрозливою швидкістю. А кожне питання вимагає деякого знання про майбутнє комерційного проекту.

Відповісти на ці питання - значить одержати інформацію про майбутнє, тобто передбачати, а це припускає необхідність:

- з одного боку, зробити прогноз, у тій чи іншій формі описати можливі чи бажані перспективи, стани, рішення проблемного майбутнього;
- з іншого боку, визначити рішення проблем майбутнього з використанням інформації про це майбутнє для цілеспрямованої діяльності по реалізації комерційного проекту.

Таким чином, існує можливість на основі прогнозування визначити деякі перспективи реалізації комерційного проекту і на їх підставі вибудувати

правильне рішення, що дозволяє одержати максимальну вигоду від проекту, що розглядається.

В даний час основним підходом вважається аналіз і подальший прогноз, як визначення найбільш очікуваного, науково-обґрунтованого судження про перспективи, можливі стани комерційного проекту в майбутньому і (або) про альтернативні шляхи і терміни його здійснення.

Дуже корисною є перевага при прогнозі об'єктивного, дослідницького початку для забезпечення наукової обґрунтованості і підвищеного рівня очікуваної ефективності прийнятих рішень.

В конкретній моделі комерційного проекту, що використовується для проведення прогнозних розрахунків, зазначені фактори невизначеності виявляються у виді невизначеності окремих параметрів проекту. Слід зауважити, що загалом невизначеність стосується не тільки числових параметрів проекту (цін, кількості, відсотків і т.д.), але і якісно виражених (варіанти, переваги й ін.) Однак, з погляду проведення прогнозних розрахунків, що лежать у основі техніко-економічного і фінансового обґрунтування проекту, першорядну роль грають числові параметри. При цьому вплив факторів невизначеності на числові параметри проекту умовно можна розбити на три групи:

1. Невизначеності ринкової ситуації, що виявляється в нечіткості вихідних і поточних кількісних параметрів проекту (ціни покупки і продажі, кількість реалізованих товарів і послуг, додаткові і непередбачені витрати і т.д.);
2. Невизначеності процентних ставок, податкових і адміністративних умов ;
3. Невизначеності майбутніх курсів валют, цінних паперів;

Більш детальний аналіз факторів, що впливають на проект, дозволяє констатувати, що саме вони виступають як фактори комерційного ризику проекту, саме вони приводять до ризику як небезпеки втрат ресурсів підприємства, недоодержання їм доходів так і появи додаткових витрат.

Ризик при проведенні комерційних проектів, у випадку несприятливої реалізації факторів ризику, зв'язаних з невизначеністю, виявляється у вигляді деякого відхилення показника ефективності від бажаного чи найбільш прийняттого його значення.

Таким чином, проведений аналіз і створення певної моделі розвитку подій дозволяє оцінити природу, можливість появи ризиків, їх розміри, що супроводжують комерційний проект, а також надають можливість знайти правильне рішення по їх мінімізації і тим самим забезпечити максимальну ефективність майбутнього проекту.

Історично першим і найбільш розповсюдженим способом обліку невизначеності є використання ймовірностей. Вважається, що початком

сучасної теорії інвестицій стала книга Г. Марковіца "Вибір портфеля", у якій уперше була запропонована математична модель формування оптимального портфеля цінних паперів і методи побудови таких портфелів за певних умов на основі теоретико-імовірнісної формалізації поняття прибутковості і ризику.

### ***Моделювання системи формування інвестиційного портфелю.***

Розглянемо узагальнену модель портфелю Марковіца. Розглядаючи сучасну структуру інститутів РЦП, варто виділити чотири категорії учасників операцій: - комерційні банки, інвестиційні банки, біржові фірми, кредитно - фінансові організації. У залежності від значення, що має РЦП в економіці, його можна поділити на два види: первинний і вторинний. Розглянувши основні принципи ринку цінних паперів, перейдемо до характеристики цінних паперів і процесу формування портфелю цінних паперів.

Основними характеристиками будь-якого цінного папера є – його прибутковість і показник ризику. Під ризиком розуміється можливість не одержання очікуваного доходу чи втрати (повної або частковий) засобів, розміщених у даний ЦП. Як правило, цінні папери, що володіють низьким показником ризику, дають невелику прибутковість, а цінні папери, що можуть дати великий дохід, мають значні показники ризику.

Ризик прийнято розділяти на ринковий – єдиний для всіх цінних паперів, якого неможливо уникнути, і індивідуальний – властивому конкретному цінному паперу. Розміщаючи кошти в різні цінні папери, тобто формуючи портфель ЦП, можна знизити індивідуальний ризик: якщо по одним цінним паперам буде низький дохід або збиток, то інші це компенсують своєю більш високою прибутковістю. Чим більше цінних паперів міститься в портфелі, тобто чим більш він диверсифікований, тим менше індивідуальний ризик. Кожне підприємство, що бажає розмістити вільні засоби на фондовому ринку, має свою шкалу оцінки ризику і прибутковості.

Метою оптимізації портфеля цінних паперів є формування такого портфеля ЦП, який би відповідав вимогам підприємства як за прибутковістю, так і за ризиком, що досягається шляхом збільшення кількості цінних паперів у портфелі.

Для досягнення цієї мети необхідна математична модель, яка б вирішувала задачі оптимального формування портфеля, і прогнозування. Основною задачею в процесі оптимального формування портфеля цінних паперів є розподіл інвестором визначеної суми коштів по різних альтернативних вкладеннях.

В загальному випадку задача оптимізації портфеля полягає у виборі такого розподілу засобів між активами, при якому відбувається максимізація прибутку при заданих обмеженнях на рівень ризику.

Задачу керування портфелем можна скласти як задачу максимізації прибутковості портфеля при обраному фіксованому рівні його ризику (ефективна модель Марковіца). Ця задача квадратичної оптимізації має своїм рішенням ефективну границю портфельної множини в координатах «ризик портфеля – прибутковість портфеля».

### *Постановка задачі*

Створення моделі інвестиційного портфелю на основі методу Марковіца та дослідження в області портфельної оптимізації. Поставлена задача складається з 2х етапів :

- Розробка алгоритмів методів оптимізації фондового портфеля для моделі Марковіца;
- Програмна реалізація даних алгоритмів;

Розглянемо детально постановку задачі “Вибір інвестиційного портфелю”. Нехай фондовий портфель складається з  $N$  компонент. Він буде характеризуватись очікуваною поведінкою (прогнозний перфоманс) на інтервалі часу  $[0, T]$ . Кожен з компонентів портфеля характеризується своєю фінальною прибутковістю ( визначеної в точці  $T$  як відносне збільшення ціни активу за деякий період).

Власник фондового портфеля - приватний вкладник, інвестиційна компанія, взаємний фонд - інвестує кошти , керуючись визначеними міркуванням

1. Намагається максимізувати свою прибутковість
2. Фіксує гранично припустимий ризик неефективності своїх інвестицій.

Теоретичні обґрунтування Марковіца побудовані на ряді припущень, частина з яких відноситься до умов прийняття інвестиційних рішень - до властивостей фондового ринку, інша частина - до поведінки інвестора.

### *Слабкі сторони чіткої моделі Марковіца*

- 1.) Рух активів не підкоряється моделі вінерівського випадкового процесу.
- 2.) **Слабкість гіпотези про статистичність випадкових процесів.** Не можна у випадку ЦП говорити про статистичну однорідність, або статистичність випадкового процесу прибутковості ЦП.
- 3.) Кореляція як натяжка. Так як немає статистичності випадкових процесів доходу по ЦП, то немає і статистичного зв'язку між цими випадковими процесами. Коли коефіцієнти кореляції задаються константами,

передбачається, що раз і назавжди відомий характер причинно-наслідкового зв'язку між доходами двох типів паперів.

Для подолання зазначених вище недоліків можливе використання схеми Марковіца в нечіткій постановці задачі для оптимізації портфеля.

*Модель Марковіца з нечіткими випадковими параметрами.*

Поводження активу моделюється гаусівським розподілом, отже актив характеризується тільки двома моментами (першим початковим і другим центральної) цього розподілу. Відповідно, можливе використання для оптимізації портфеля схеми Марковіца в нечіткій постановці задачі.

Таким чином, умови записуються в нечітко-множинній формі, і задача квадратичної оптимізації також зважується в цій формі. У цьому випадку фінальна прибутковість розглядається як випадковий процес з лінійним трендом, у перетині якого лежить нормально розподілена випадкова величина, параметри цього розподілу – трикутні нечіткі числа (так звані нечіткі гаусівський розподіл). Отже, кожен актив у портфелі може бути описаний двома трикутними числами – середнеочікуваної прибутковості і ризику. Крім нечітких описів самих активів, у моделі присутня опис зв'язку між активами – кореляційної матриці трикутних чисел. Подібним чином формулюється і задача.

Рішенням задачі є ефективна границя у виді нечіткої функції смугового виду. криволінійна смуга в координатах «ризик-прибутковість», а оптимальний портфель у кожній точці смуги має розпливчасті границі. Цей принцип лежить в основі системи оптимізації модельного (індексного) портфеля. Існує кілька проблем, що стримують застосування даного підходу, через що ми і не зупиняємося більш докладно на його алгоритмі:

1. Вдалося перебороти обмеження класичного підходу Марковіца, зв'язаного з невінерівським характером цінових процесів (перехід від моделі поточної прибутковості активу до моделі фінальної прибутковості, з обґрунтуванням квазістаціонарності процесу ціни чи активу індексу).

Однак не вдається піти від симетричної міри ризику портфеля (роль якої виконує середньоквадратичне відхилення від середнього). У той же час давно відомо, що для власника портфеля збитки сприймаються по інтенсивності набагато більш болісно, ніж радість від прибутку.

2. Слід зауважити, що поняття кореляції належить до класичних ймовірнісних процесів. Досить змінювати в широких межах період для оцінки кореляційної матриці, і можна переконатися, що кореляційні коефіцієнти в широких межах змінюють модуль своїх значень, так само як і знак (так як не забезпечується умова однорідності середовища, у якій протікають фондові процеси). Вплив

коливань значень кореляційної матриці на рішення - на порядок більш низьке, чим вплив коливань параметрів прибутковості і ризику активів портфеля.

До того ж, загальна тенденція ринку йде до того, що, за рахунок введення в торгівлю елементів телекомунікації, усі світові фондові ринки коливаються синхронно, тобто «кореляція» ведучих індексів – майже повна позитивна.

У підсумку, кореляція – це а) натяжка; б) низькоінформативний елемент моделі.

Отже, потрібно побудувати модель, де кореляція не грає ролі

3. Шість скалярних параметрів, що характеризують розподіл прибутковості активу (два трикутних числа) – забагато. Можна знаходити параметри трикутних чисел прибутковості і ризику активу, варіюючи рівень довіри до ретроспективних даних (застосування ретроспективних оцінок у прогнозах). Однак ретроспективні оцінки для прогнозів виявляються дійсно малоприматними (надмірно розмитими).

На прогнозування впливають не параметри майбутніх ймовірнісних розподілів, а безпосередньо тенденції, причому не як випадкові величини, але як можливості, що зовсім не те саме. До того ж, видимо, досить по кожному активі знати дві речі в кожен момент: очікувані мінімум і максимум ціни, тобто всього дві прогнозні функції.

*Основні принципи й ідея методу формування інвестиційного портфелю за допомогою моделі Марковіца у нечіткій постановці.*

Сформульовані проблеми викликають до життя нечітко-множинний підхід, де:

1. Ризик портфеля – це не його волатильність, а можливість того, що очікувана прибутковість портфеля виявиться нижче деякої зазначеної планової величини.
2. Кореляція активів у портфелі не розглядається і не враховується.
3. Прибутковість кожного активу – це детерміноване (невипадкове) нечітке число (трикутного виду або інтервального). Аналогічно, обмеження на гранично низький рівень прибутковості може бути як звичайним скалярним так і нечітким числом довільного виду.

Отже, два джерела інформації (середня прибутковість і волатильність активу) зводиться в один (розрахунковий коридор чи прибутковості ціни) і тим самим поєднуємо два джерела невизначеності в один.

Таким чином, оптимізувати портфель у такій постановці може означати, в окремому випадку, вимога максимізувати очікувану прибутковість портфеля в точці часу  $T$  при фіксованому рівні ризику портфеля. Ефективна границя портфелівної множини в цьому випадку – увігнута лінія в координатах «ризик

неприпустимо низкою прибутковості портфеля – очікувана прибутковість портфеля».

Кожній точці ефективної границі відповідає оптимальний портфель з чіткими границями. Таким чином, уся нечіткість, ймовірнісній моделі «ховається» у показнику ризику недостатньої прибутковості. Розглянемо задачу на основі викладеної моделі, у припущенні самих широких допущень до виду її нечітких параметрів. Задача лежить в рамках ймовірнісної моделі.

### Ймовірнісна модель оптимізації портфеля

Нечітке число як модель прибутковості активу. Нехай мається фондовий портфель з  $N$  активів на інтервалі  $[0, T]$ . Прогнозний перфоманс кожної з компонентів портфеля  $i = 1..N$  на момент  $T$  характеризується своєю фінальною розрахунковою прибутковістю (оціненої в точці  $T$  як відносне збільшення ціни активу за період). Оскільки доход по ЦП випадковий, його точне значення в майбутньому невідомо, а ймовірнісний опис такого сорту випадковості не цілком коректний, так як при описі прибутковості доречно використовувати трикутні нечіткі числа, моделюючи експертне висловлювання наступного виду: “Прибутковість ЦП по завершенні терміну володіння очікувано дорівнює  $i$  знаходиться в розрахунковому діапазоні”.

Таким чином, для  $i$ -ої цінного папера маємо:

- $\bar{r}_i$  - прибутковість по  $i$ -ої цінному папері,
- $r_{i1}$  - нижня границя прибутковості  $i$ -ої цінного папера;
- $r_{i2}$  - верхня границя прибутковості  $i$ -ої цінного папера;
- $r_i = (r_{i1}; \bar{r}_i; r_{i2})$  - прибутковість по  $i$ -ої цінному папері, трикутне нечітке число.

Тоді прибутковість по портфелю є трикутним нечітким числом (як лінійна комбінація трикутних нечітких чисел), де  $x_i$  – вага  $i$ -го активу в портфелі, причому

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad 0 \leq x_i \leq 1.$$

Також визначимося з критичним рівнем прибутковості портфеля на момент  $T$ . Це може бути нечітке число трикутного виду .

$$r = (r_{\min} = \sum_{i=1}^N x_i r_{i1}; \bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i; r_{\max} = \sum_{i=1}^N x_i r_{i2})$$

У нечіткій моделі зі зниженням очікуваної прибутковості зростає ризик того, що прибуток від портфельних інвестицій виявиться менше критичного значення. В цьому більше логіки, ніж при розгляді ризику як будь-якого відхилення від очікуваного значення, у тому числі й у більшу сторону.

Очевидно, що при такому розумінні ризику портфеля в нечітк-множинній моделі вкрай важливо правильно визначити коридор очікуваної прибутковості активів.

Можемо зробити висновок, що різне розуміння ризику є також причиною розходження залежностей ступеня ризику від частки тієї чи іншої акції в портфелі, отриманому різними методами. Найменшим ризиком володіють портфелі, де частка папера з найбільшим доходом досить велика.

**Функціональна модель розробляємої інформаційної технології системи вибору інвестиційного портфелю.**

**Оцінка ризику портфельних інвестицій**

Перейдемо до оцінки власне ризику портфельних інвестицій. На мал. 1 представлені функції приналежності  $r$  і критеріального значення  $r^*$

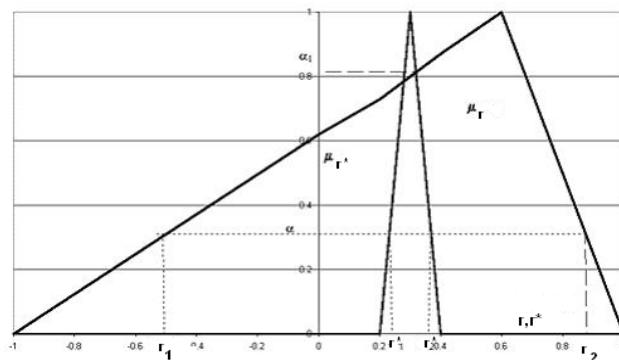


Рис. 1 Функції приналежності  $r$  і  $r^*$

Точкою перетину цих двох функцій приналежності є точка з ординатою  $\alpha_1$ . Виберемо довільний рівень приналежності  $\alpha$  і визначимо відповідні інтервали  $[r_1; r_2]$  і  $[r_1^*; r_2^*]$ . При  $\alpha > \alpha_1$   $r_1 > r_2^*$ , інтервали не перетинаються, і впевненість у тім, що портфель ефективний, стовідсоткова, тому ступінь ризику неефективності дорівнює нулю. Рівень  $\alpha_1$  доречно назвати верхньою границею зони ризику. При  $0 \leq \alpha \leq \alpha_1$  інтервали перетинаються. На мал. 2 показана заштрихована зона неефективного розподілу активів у портфелі, обмежена прямими  $r^* = r_1^*$ ,  $r^* = r_2^*$ ,  $r = r_1$ ,  $r = r_2$  і бісектрисою координатного кута  $r = r^*$ .

Взаємні співвідношення параметрів  $r_{1,2}^*$  і  $r_{1,2}$  дають наступний розрахунок для визначення діапазону можливих: неефективних вкладень

$$S_\alpha = \begin{cases} 0, & \text{при } r_1 \geq r_2^* \\ \frac{(r_2^* - r_1)^2}{2}, & \text{при } r_2^* > r_1 \geq r_1^*; r_2 \geq r_2^* \\ \frac{(r_1^* - r_1) + (r_2^* - r_1)}{2} (r_2^* - r_1^*), & \text{при } r_1 < r_1^*, r_2 \geq r_2^* \\ (r_2^* - r_1^*)(r_2 - r_1) - \frac{(r_2 - r_1^*)^2}{2}, & \text{при } r_1 < r_1^* \leq r_2; r_2 < r_2^* \\ (r_2^* - r_1^*)(r_2 - r_1), & \text{при } r_2 \geq r_1^* \end{cases}$$



Оскільки всі реалізації  $(r, r^*)$  при заданому рівні приналежності  $\alpha$  равноможливі, то ступінь ризику неефективності  $\varphi(\alpha)$  є геометрична імовірність події влучення точки  $(r, r^*)$  у зону неефективного розподілу капіталу:

$$\varphi(\alpha) = \frac{S_\alpha}{(r_2^* - r_1^*)(r_2 - r_1)}$$

Тоді підсумкове значення ступеня ризику неефективності  $\beta = \int_0^{\alpha_1} \varphi(\alpha) d\alpha$  портфеля:

У важливому окремому випадку, коли критерій ефективності визначений чітко рівнем  $r^*$ , те граничний перехід при  $r_2^* \rightarrow r_1^* = r^*$  дає:

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} 0, & \text{при } r^* < r_1 \\ \frac{r^* - r_1}{(r_2 - r_1)}, & \text{при } r_1 \leq r^* \leq r_2; \alpha \in [0; 1] \\ 1, & \text{при } r^* > r_2 \end{cases}$$

Для того щоб зібрати всі необхідні вихідні дані для оцінки ризику, буде потрібно два значення зворотної функції  $\mu_r^{-1}(\alpha_1)$ . Перше значення є  $r^*$  (по визначенню верхньої границі зони ризику  $\alpha_1$ ), друге значення позначимо  $\tilde{r}^*$ . Аналогічним образом позначимо  $r_{\min}$  і  $r_{\max}$  - два значення зворотної функції  $\mu_r^{-1}(0)$ .

Також уведемо позначення  $\bar{r}$  - найбільш очікуване значення  $r$ . Тоді вираз для ступеня ризику портфеля  $\beta$ , з обліком  $\beta$  має вид:

$$\beta = \begin{cases} 0, & \text{при } r^* < r_{\min} \\ R \left( 1 + \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} \ln(1 - \alpha_1) \right), & \text{при } r_{\min} \leq r^* < \bar{r} \\ 1 - (1 - R) \left( 1 + \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} \ln(1 - \alpha_1) \right), & \text{при } \bar{r} \leq r^* < r_{\max} \\ 1, & \text{при } r^* \geq r_{\max} \end{cases}$$

$$\text{де } R = \begin{cases} \frac{r^* - r_{\min}}{r_{\max} - r_{\min}}, & \text{при } r^* < r_{\max} \\ 1, & \text{при } r^* \geq r_{\max} \end{cases}, \quad \alpha_1 = \begin{cases} 0, & \text{при } r^* < r_{\min} \\ \frac{r^* - r_{\min}}{\bar{r} - r_{\min}}, & \text{при } r_{\min} \leq r^* < \bar{r} \\ 1, & \text{при } r^* = \bar{r} \\ \frac{r_{\max} - r^*}{r_{\max} - \bar{r}}, & \text{при } \bar{r} < r^* < r_{\max} \\ 0, & \text{при } r^* \geq r_{\max} \end{cases}$$

Отже, ступінь ризику  $\beta$  приймає значення від 0 до 1. Кожен інвестор, виходячи зі своїх інвестиційних переваг, може класифікувати значення  $\beta$ , виділивши для себе відрізок неприйнятних значень ризику. Можлива також більш докладна градація ступенів ризику. Наприклад, якщо ввести

лінгвістичну перемінну “Ступінь ризику” зі своєю термами-безліччю значень  $\{Незначна, Низька, Середня, Відносно висока, Неприйнятна\}$ , те кожен інвестор може зробити самостійний опис відпо-відних нечітких підмножин, задавши п'ять функцій приналежності  $\mu^*(\beta)$ .

Для того, щоб визначити структуру портфеля, що забезпечить максимальну прибутковість при заданому рівні ризику, потрібно вирішити наступну задачу:

$$\{x_{opt}\} = \{x\} \quad | \quad r \rightarrow \max, \quad \beta = const$$

де  $r$  і  $\beta$  визначаються з формул з зазначених вище формул, компоненти вектора  $x$  задовольняють умовам  $\sum_{i=1}^N x_i = 1, 0 \leq x_i \leq 1$ .

Неважко помітити, що можна  $\alpha_1$  записати в наступному виді:

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0, & \text{при } r^* < r_{\min} \\ \frac{r^* - r_{\min}}{\bar{r} - r_{\min}}, & \text{при } r_{\min} \leq r^* < \bar{r} \\ \frac{r_{\max} - r^*}{r_{\max} - \bar{r}}, & \text{при } \bar{r} \leq r^* < r_{\max} \\ 0, & \text{при } r^* \geq r_{\max} \end{cases}$$

Згадавши також, що прибутковість портфеля:  $r = (r_{\min} = \sum_{i=1}^N x_i r_{1i}; \bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i; r_{\max} = \sum_{i=1}^N x_i r_{2i})$

Де  $r_i = (r_{1i}; \bar{r}_i; r_{2i})$  - прибутковість по *i*-ої цінному папері, одержуємо наступну задачу оптимізації:

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^N x_i \bar{r}_i \rightarrow \max$$

$$\beta = const$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1, \quad x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$$

*Висновки:*

Для подолання недоліків системи, створеної у відповідності з класичною моделлю Марковіца, можливе використання для оптимізації портфеля схеми Марковіца в нечіткій постановці задачі, так як в процесі розробки моделі проводиться поводження активу гаусівським розподілом, то актив характеризується тільки двома моментами (першим початковим і другим центральном) цього розподілу.

На даний момент перспективним напрямком аналізу ефективності портфельних інвестицій представляється нечітко-множинний підхід, позбавлений більшості недоліків моделі Марковіца. Експерт-аналітик при використанні цього підходу врятований від необхідності формувати

ймовірнісні прогнози на дуже хибкій інформаційній основі, коли поводження продаваних цінних паперів не має характер статистичних випадкових процесів. Експерту досить зробити допущення про розрахунковий коридор, у якому очікувано коливається майбутній прибуток по цінному папері. При цих найпростіших допущеннях вдається оцінити ступінь ризику неефективності портфельних інвестицій і побудувати процедуру максимізації прибутковості портфельних інвестицій при заданому рівні ризику.

### **Список використаних джерел**

1. Балабанів І.Т. Фінансовий менеджмент. – М., 1994.
2. Семенкова Е.В. Операції з цінними паперами. – М., 1997.
3. Віленський П.Л., Лішиц В.Н., Орлова Е.Р., Смоляк С.А. Оцінка ефективності інвестиційних проектів. - М.: Дело, 1998.
4. Смоляк С.А. Облік специфіки інвестиційних проектів при оцінці їх ефективності // Аудит и фінансовий аналіз, 1999, №3.
5. Недосекін А.О. Монотонні портфелі та їх оптимізація // Аудит і фінансовий аналіз.

### **АНОТАЦІЯ**

Стаття присвячена дослідженням в сфері портфельної оптимізації, а також порівняльному аналізу структури ефективних портфелів, що отримані при використанні моделі Марковіца та нечітко-множинної моделі оптимізації фондового портфеля. Описано математичні моделі та алгоритми рішення, що відповідають вказаним підходам и приведені результати експериментальних досліджень в задачах портфельної оптимізації.

### **АННОТАЦИЯ**

Статья посвящена исследованиям в области портфельной оптимизации, а также сравнительному анализу структуры эффективных портфелей, полученных при использовании модели Марковица и нечётко-множественной модели оптимизации фондового портфеля. Описаны математические модели и алгоритмы решения, соответствующие указанным подходам и приведены результаты экспериментальных исследований в задачах портфельной оптимизации.