УДК 69.057.1

А.В. Радкевич, канд. техн. наук, доцент, полковник,
І.М. Щока, канд. техн. наук, підполковник,
Л.М. Бондаренко, канд. техн. наук, доцент.
Дніпропетровський державний технічний ун-т залізничного транспорту (ДІІТ)

МОНТАЖ І ДЕМОНТАЖ ВИСОКИХ ОПОР У НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЯХ МЕТОДОМ ВІБРАЦІЇ

Зразу же застережемо, що спосіб монтажу і демонтажу, який пропонується або надзвичайно енергоємним, або вимагає чіткого дотримання частоти, тому може застосовуватись тільки у надзвичайних ситуаціях (терміновість робіт, обмежений простір і т.п.).

Теоретичні основи цього способу звичайно розглядаються з позицій класичного або перевернутого маятника як "цікавий клас лінійних систем зі змінним коефіцієнтом" [1], або як "цікаве явище" [2] при параметричному збудженні коливань.

Нагадаємо [2], що коли точка підвісу класичного маятника (рис. 1, а) коливається уздовж осі y за законом $y = A\cos\omega f$, то при $\omega = 2(g/\ell)^{1/2}; (g/\ell)^{1/2}; \ \frac{2}{3}(g/\ell)^{1/2}$; нижнє положення маятника буде нестійким: він відхилиться на деякий стабільний кут φ і навколо цього буде коливатися з невеликою амплітудою. Характерно, що це може відбуватися при скільки завгодно малій амплітуді A. Навпаки, у перевернутого маятника (рис. 1, б) верхнє положення може бути стійким, якщо $\omega \rangle (2g\ell)^{1/2}/A$.

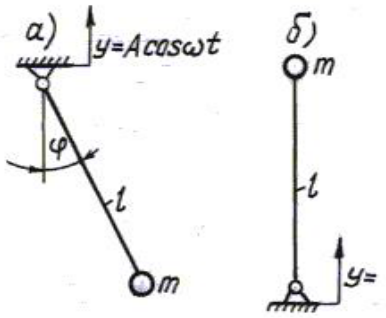


Рис. 1. Маятники з точкою підвісу, яка коливається:
а – класичний; б – перевернутий

Таким чином, за рахунок коливань точки кріплення маятників можливі стійкі положення перевернутого у вертикальному стані і класичного з відхиленням від вертикалі. Якщо такі положення необхідно забезпечити, то це досягається за рахунок вказаних вище величин частот і амплітуд.

Звичайно, що для практичного застосування цієї теорії необхідно розглянути не взагалі маятники, а більш реальні споруди (деталі), наприклад, високі опори різної конфігурації як вільних від будь-яких сторонніх сил, так і з їх типовими представниками.

1. Розглянемо методику рішення подібних задач на прикладі стержня з розподіленою масою щільністю m_0 (рис. 2).

Диференційне рівняння малих коливань стержня запишемо у вигляді

$$-m_0 g\ell^2 \varphi/2 = (m_0 \ell^3/3)\ddot{\varphi}.$$

Якщо точка підвісу коливається уздовж осі за законом $y = -A\cos\omega t$, то переносна сила інерції $-m_0\ddot{y} = -m_0 A\ell\omega^2\cos\omega t$, а її момент відносно точки підвісу $-m_0 A\omega^2\ell^2\cos\omega t/2$ і диференційне рівняння малих маятникових коливань такого стержня

$$\ddot{\varphi} + (3g/2\ell + 3A\omega^2\cos\omega t/4\ell)\varphi = 0. \quad (2)$$

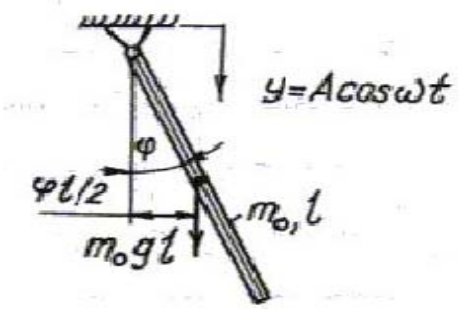


Рис. 2. Розрахункова схема маятника у вигляді стержня з верхньою точкою підвісу

Якщо ввести позначення $\tau = 2t/\omega$; $\delta = 6g/\ell\omega^2$; $\varepsilon = 3A/\ell$, то останнє рівняння

запишеться у вигляді

$$\ddot{\varphi} + (\delta + 2\varepsilon\cos 2t)\varphi = 0\,, \qquad (3)$$

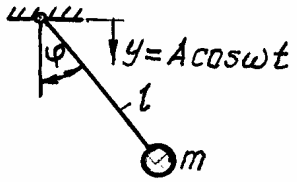
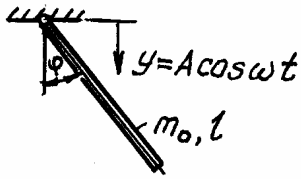
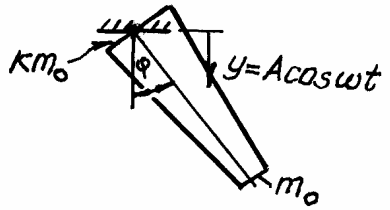
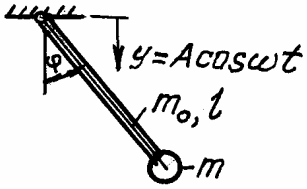
яке носить назву рівняння Мат'є.

Рішення цього рівняння, як відомо [2], носить коливальний характер і його головні властивості залежать від величини δ та ε. У одних випадках їх комбінації вони відповідають обмеженим за амплітудою коливанням, а в інших – коливанням зі зростаючою амплітудою.

Значення величин δ, ε та кутових швидкостей ω для найбільш можливих випадків конфігурації стержнів (колон) наведені в таблиці 1 та табл. 2. Відзначимо, що в табл. 1 значення для δ наведені тільки для верхнього кріплення; при нижньому кріпленні перед g необхідно поставити знак мінус.

Звичайно, що знання величин, наведених в таблиці 1 та 2 дозволить звести задачі з силами до класичного, або перевернутого маятників, тому в подальшому розглянемо з силами тільки маятники.

Таблиця 1. Значення коефіцієнтів δ та ε для деяких опор (колон)

№	Конфігурація стержня	δ	ε
1		$4g/\omega^2 l$	$2A/l$
2		$6g/\omega^2 l$	$3A/l$
3		$4g(2+k)/\omega^2 l(1+k)$	$2A(2+k)/l(1+k)$
4		$\dfrac{4g(m+m_0 l/2)}{\omega^2 l(m+m_0 l/3)}$	$\dfrac{2A(m+m_0 l/2)}{l(m+m_0 l/3)}$

Таблиця 2. Значення кутових швидкостей для нестійкості нижнього і стійкості верхнього положень стержнів

№	Нестійкість нижнього положення	Стійкість верхнього положення
1	$\omega = 2(g/l)^{1/2}$	$\omega > 2(gl)^{1/2}/(2)^{1/2}A$
2	$\omega = (6)^{1/2}(gl)^{1/2}$	$\omega > 2(gl)^{1/2}/(3)^{1/2}A$
3	$\omega = 2[g(2+k)/l(1+k)]^{1/2}$	$\omega > [2(1+k)/(2)^{1/2}A(2+k)][gl(2+k)/(1+k)]^{1/2}$
4	$\omega = 2[g(m+m_0 l/2)/l(m+m_0 l/3]^{1/2}$	$\omega > [2(m+m_0 l/3)/(2)^{1/2}A(m+m_0 l/2)][(m+m_0 l/2)gl/(m+m_0 l/3)]$

2. Нехай коливання приведеного класичного маятника обмежуються силою $F = \pm\varphi\ell C$, яка прикладена до маси m і перпендикулярна осі стержня.

Рівняння малих коливань

$$\ddot{\varphi} + \left[g/\ell \pm C/m + \left(A\omega^2/\ell\right)\cos\omega t\right]\varphi = 0. \qquad (4)$$

Підстановкою $2t = \omega t$; $\delta = 4\left(g/\ell \pm C/m\right)/\omega^2$; $\varepsilon = 2A/\ell$ рівняння (4) приводиться до (3); при цьому нестійкість нижнього положення маятника буде при $\omega = 2\left(g/\ell \pm C/m\right)^{1/2}$, а стійкість верхнього – при виконанні нерівності $\omega \rangle \left[(2)^{1/2}/A\right]\left[g\ell\left(1 \pm \ell C/mg\right)\right]^{1/2}$.

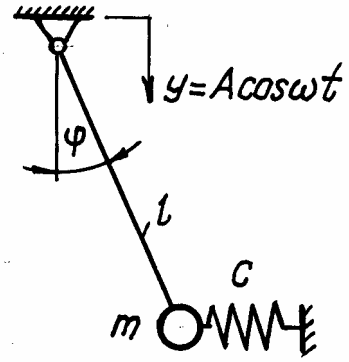


Рис.3. Розрахункова схема приведеного маятника з пружиною

3. Якщо до маси m приведеного маятника прикласти постійну силу, яка має напрямок перпендикулярний осі, то у випадку її збігу з вектором швидкості рівняння руху запишеться у вигляді

$$\ddot{\varphi} + \left(\delta + 2\varepsilon\cos 2t\right)\varphi + 4F/m\ell\omega^2 = 0, \qquad (5)$$

де $\delta = 4g/\omega^2\ell$.

Рішення цього рівняння методом усереднення [3] при початкових умовах $\varphi(0) = \varphi_0$ і $d\varphi_0/dt = 0$ дає

$$\varphi(t) = \varphi_0\cos\xi t + F\left(1 - \cos\xi t\right)/mg, \qquad (6)$$

де $\xi^2 = \delta$.

Схеми 2, 3 та 4 в таблиці 1 приводяться до схеми 1 при довжині маятника

$$\ell_{2пр} = \frac{3}{2}\ell;\ \ell_{3пр} = \frac{\ell(2+K)}{1=K};$$

$$\ell_{4пр} = \frac{1}{2}\left[3\left(\frac{\ell}{2} - \frac{m}{m_0}\right) \pm \sqrt{\frac{9}{4}\ell^2 - \frac{m}{m_0}\ell + 9\frac{m^2}{m_0^2}}\right]. \qquad (7)$$

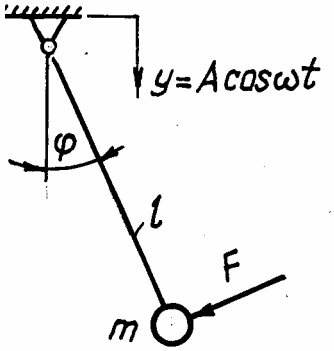


Рис.4. Розрахункова схема маятника з постійною силою

Наприкінці знайдемо потужність для придання нестійкого положення класичного маятника і стійкого перевернутого (№1,

таблиця 2) при $\ell_{пр} = 6{,}2$ м; $m = 3000$ кг; $A = 5$ мм. Для нестійкого положення $\omega_1 = 2(g/6{,}2)^{1/2} = 2{,}516\ \text{с}^{-1}$ і стійкого $\omega \rangle 2(g/6{,}2)^{1/2}/\sqrt{2} \cdot 0{,}005 = 355{,}8\ \text{с}^{-1}$. Якщо для першого випадку необхідно витримати частоти $\omega_1 = 2{,}516$; $\omega_2 = 1{,}258$; $\omega_3 = 0{,}838\ \text{с}^{-1}$, то для другого випадку вони повинні бути більшими величини $\omega \rangle 355{,}8\ \text{с}^{-1}$; відповідно у першому випадку треба чітко витримати частоту при невеликій потужності, а в другому – необхідна велика частота, хоч і не строго фіксована, і, відповідно, велика потужність, сягаюча більше тисячі кіловат.

Звичайно, що підйом, опускання або утримання колон практично можливе тільки при безступінчастій зміні частоти коливань: коли колона відхилиться на необхідний кут частота фіксується і проводяться необхідні роботи. Як видно, цей спосіб відхилення колон різної конфігурації від вертикалі, або навпаки, постановки їх у вертикальне положення може бути реально впроваджений у випадку стіснених умов, відсутності можливості застосування підйомної техніки і т.п.

Література

1. Халфман Р.Л. Динамика. – М.: Наука, 1972. – 568с.
2. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М.: Наука, 1978. – 352с.
3. Найфэ А. Введение в методы возмущений. – М.: Мир, 1984. – 535с.