УДК 537:537.1:628.1+533.9

И.Н СИМОНОВ, доктор физико-математических наук
Киевский национальный университет строительства и архитектуры

ПОЛЕВАЯ КОНЦЕПЦИЯ ФОРМИРОВАНИЯ САМОСОГЛАСОВАННОГО НЕЛОКАЛЬНОГО ПОЛЯ НА НЕОДНОРОДНОСТЯХ В ОТКРЫТОЙ ВОДНОЙ СИСТЕМЕ

Врахування зміни метрики вільного простору стороннім тілом дозволило вирішити задачу формування самоузгодженого нелокального поля на макрооб'єктах у водному розчині електроліту без ефекту екранування.

Ключові слова: континуальне поле, водні середовища, самоузгоджені системи, метрика простору, силовий центр, екранування

Учет изменения метрики свободного пространства сторонним телом позволил решить задачу формирования самосогласованного нелокального поля на макрообъекте в водном растворе электролита без эффекта экранирования.

Ключевые слова: континуальное поле, водные среды, самосогласованные системы, метрика пространства, силовой центр, экранирование.

Accounting for changes in the metric space outside the body allowed to solving problem of forming a self-consistent non-local field on the macroscopic object in an aqueous electrolyte solution without the screening effect.

Keywords: aquatic the environment, self-consistent the fields, the metric of the space, power center, without the screening effect.

В работе [1] в рамках континуальной теории электричества рассматривалась гипотетическая задача распределения ионов одного знака в замкнутом макрообъеме, без эффекта экранирования, характерного для задач, решаемых в теориях с использованием подходов Гуи–Чепмена и Дебая–Хюккеля [2,3,4]. Оказалось, что параметр s самосогласованности континуальной теории для таких систем не связан с дебаевским радиусом экранирования и по порядку величины может принимать значения, близкие к линейным размерам объема, занимаемым водным раствором.

Эта задача имеет значение для исследования систем, включающих отдельные клетки или их совокупность в водных средах. Ряд авторов отмечают [5], что идея экранирования поверхностного заряда клеточных мембран противоионами противоречит некоторым экспериментам по прохождению нервного импульса через мембрану. В связи с этим разработка альтернативной теории и подхода, в котором формирование объемного электричества не связывалось бы с идеей воздействия силового центра – заряженной поверхности или центрального заряда (иона), а основывалось бы на полевой концепции, является своевременной и актуальной.

В работах [6,7] уже использовался полевой подход в рамках уравнений континуальной электродинамики для исследования свойств структурных частиц материи и взаимодействия ионов в водных растворах электролитов. Единая концепция континуальной теории, справедливая для описания ряда свойств микромира, оказалась продуктивной при использовании ее для описания свойств холодной плазмы (водных растворов электролитов). Различие состоит в том, что если для микросистем континуальная теория отражает полевой аспект свойств материи, то при переносе ее на макросистемы континуальность (полевые свойства) преломляются на макроуровне в свойство самосогласованного распределения объемного электричества и поля из системы заряженных частиц. На этом уровне материя уже существует в двух формациях в виде вещества (частиц, ионов) и поля (самосогласованного).

В рассматриваемых до сих пор работах [1,6,7] решались задачи, связанные с использованием моделей, в которых полевая система формировалась вокруг условного центра (без силового акцента) точечных размеров. Уравнения континуальной электродинамики позволили найти решения, которые не содержали расходимости в таком центре, что открыло возможность для исследования различных систем, не имевших решения при использовании ортодоксальных подходов.

Ряд проблем изучения живой материи связаны не столько с решением физических задач формирования самосогласованных структур вокруг точечного центра, сколько с решением задачи формирования объемного электричества вокруг макрообъекта с минимальным эффектом экранирования (в идеале без экранирования) поля такого объекта (тела). В моделях для объяснения электрокинетических явлений вблизи заряженной поверхности, устойчивости коллоидных систем, свойств электролитов, используются идеи [2-4] для получения распределения противозарядов (ионов) вблизи заряженной поверхности и эффект экранирования поля такой поверхности по сути является решающим при формировании объемного электричества. В таком подходе изначально предполагается существование некоторого заряженного тела, помещенного в водный раствор электролита. Но, повторим, представляет интерес исследовать возможность формирования самосогласованной системы зарядов в рамках полевой концепции, не опираясь на идею воздействия поля заряженных тел.

В работе [1] исследована и показана возможность формирования такой системы внутри замкнутого объема. Можно было бы ограничиться и решением полевой задачи для внутреннего объема с тем, чтобы исследовать полевые свойства самосогласованной системы за его пределами. Такой прием, обычный для многих задач электродинамики, не является исключением и для систем, рассматриваемых методами континуальной электродинамики. Они позволяют исследовать ряд моделей, которые могут представлять интерес для изучения некоторых свойств живой материи. Но такой подход предполагает формирование внешних структур из внутренней области самосогласованности, хотя и вблизи поверхности, ограничивающей эту область.

Действительно. Рассмотрим модель, приближенную к биологическим объектам (клетку), как сферу с внутренним радиусом b и внешним a. Для внутреннего объема воспользуемся решениями, которые найдены в [1]. Соответствующее распределение потенциала имеет вид:

$$\Phi = \frac{B}{r}\exp\left(-\frac{s}{r}\right); \tag{1}$$

оно получено из решения уравнения:

$$div(\varepsilon_0\vec{E}) = \frac{\varepsilon_0}{r^2}\Phi + \left(-\frac{\varepsilon_0}{r^2}s + \frac{\varepsilon_0}{r}\right)\cdot\nabla\Phi, \tag{2}$$

а функции самосогласованности δ и τ найдены на основе, [7; (1.48), (1.58)] и имеют вид:

$$\delta = \frac{\varepsilon_0}{r^2}, \tag{3}$$

$$\tau = \frac{\varepsilon_0}{r} - \frac{\varepsilon_0}{r^2}s\ . \tag{4}$$

Задание значение потенциала на внутренней поверхности сферы радиусом b определяет постоянную B в (1), и тогда для потенциала получим [1]:

$$\Phi = \frac{\Psi_b \cdot b}{r}\exp\left(\frac{s_b}{b} - \frac{s_b}{r}\right). \tag{5}$$

На основе [1] приведем здесь выражение для плотности электричества, распределенного во внутреннем объеме сферы:

$$\rho = \Psi_b \cdot b \cdot \frac{\varepsilon\varepsilon_0 s_b(2r - s_b)\cdot e^{\frac{s_b}{b}-\frac{s_b}{r}}}{r^5}. \tag{6}$$

Рассмотрим график зависимости распределения потенциала и количества электричества dQ в слое, толщиной $dr = 1$ в такой системе рис.1.

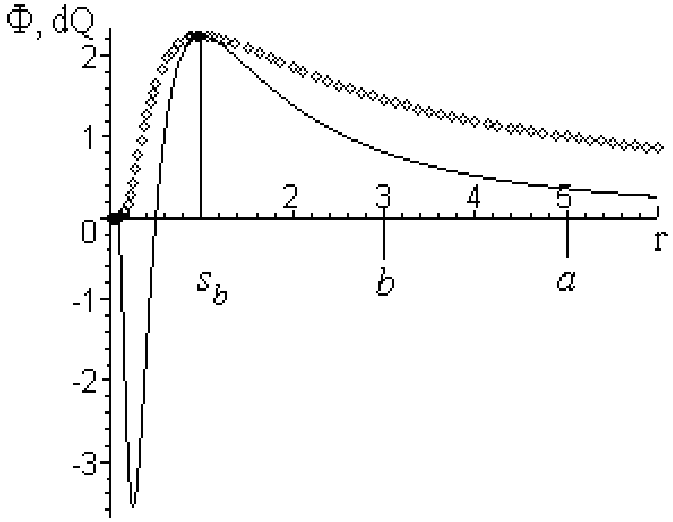

Рис.1. Распределение потенциала (точки) и величины заряда (кривая) в сферическом слое толщиной $dr=1$, $dQ=\rho\cdot r^2 dr$, $\Psi_b=1$, $a=5$, $b=3$, $s_b=1$) в зависимости от r. Распределения даны в условных единицах

Как видно из рисунка поле из внутреннего объема распространяется за его пределы (радиуса b), как и часть самосогласованного электричества. Подобное формирование самосогласованных структур вполне реально для объектов живой материи, но важно исследовать и альтернативный вариант – возможность поверхности макрообъекта накапливать континуальное электричество подобно точечному центру внутренней задачи, что представляет интерес для объектов живой материи – клеток в водных растворах электролитов.

Проблема 1. Существование силового центра и экранирования. Особенности решения внешней задачи в рамках континуальной электродинамики.

В работах [6,7] показано, что уравнения континуальной электродинамики содержат решения для внешней области, не расходящиеся на бесконечности, и для внешней задачи одно из решений имеет вид:

$$\Phi = \frac{A}{r}\exp\left(\frac{s}{r}\right) \quad (7)$$

и исследовано в [6,7]. Условия задаются на внешней границе такой области – на сферической поверхности радиуса a. Показано, что (7) по физическому смыслу близко к решениям, которые следуют из теорий [2-4] и соответствуют идее экранирования центрального заряда противоионами объемной области. Это легко увидеть из рис.2:

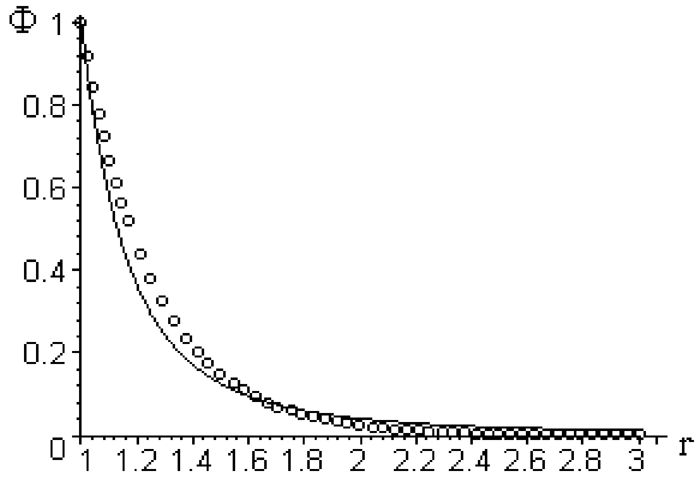

Рис.2. Распределения потенциалов, найденных в рамках решений линеаризованного уравнения Пуассона–Больцмана – $\Phi = \Psi \cdot a / r \cdot e^{(-\kappa \cdot r + \kappa \cdot a)}$ (точки) и уравнения континуальной электродинамики – $\Phi = \Psi \cdot a / r \cdot e^{(s/r - s/a)}$ (кривая), при значениях: $\Psi = 1,\ \kappa = 3,\ a = 1,\ s = 5$ в условных единицах

Как следует из рис.2, зависимости потенциалов от r практически полностью совпадают, а задание граничных условий на поверхности свидетельствует о влиянии заряда поверхности и близости физического смысла, найденных решений для внешней задачи на основе разных уравнений.

В связи с сопоставлением результатов разных подходов (рис.2) следует заметить, что в отличие от уравнений электродинамики Максвелла, как показано в [7], *уравнение Пуассона–Больцмана не является релятивистски инвариантным, и полученные на его основе решения нельзя рассматривать в строгом смысле как имеющие физический смысл электрических характеристик*. Это уравнение не является уравнением поля: величины зарядов, полученные на основе выражений для плотности зарядов не инвариантны при преобразованиях координат, как и само уравнение – в общем виде и линеаризованном.

Уравнения континуальной электродинамики, как уравнения поля [7], могут быть записаны в ковариантной форме и являются Лоренц инвариантными. Поэтому сопоставление результатов, приведенных на рис.2, следует рассматривать только в контексте указанных замечаний и как частный, предельный случай перехода решений уравнений континуальной электродинамики при упрощающих предположениях в известные результаты [2-4].

Действительно, результат (7) при некоторых упрощениях переходит в распределение дебаевского потенциала для плоского двойного электрического слоя. Если в (7) положить $r = x + a$, где a – радиус центрального заряда, x – расстояние от его поверхности, то при условии $a >> x$ (7) переходит в известное выражение для распределения потенциала в плоском двойном электрическом слое:

$$\Phi = A \cdot \exp\left(-\kappa \cdot x\right),$$

где κ – величина, обратная дебаевскому радиусу экранирования, и для растворов электролитов $s = \kappa \cdot a^2$ в случае тонкого двойного электрического слоя, как показано в [6,7].

Но в связи с этим следует все-таки обратить внимание, по сути, на разные физические предпосылки в получении решений (1) и (7). Функция (1), как и выражения для напряженности поля, плотности заряда (6) в точке $r = 0$ обращается в нуль. И в объеме вокруг точки происходит самосогласованное формирование объемной плотности, никак не связанной с воздействием поля силового центра – источника поля нет ($\vec{E} = 0$). Такой полевой сгусток можно интерпретировать как объемное электричество или как структурную частицу материи, что исследовано в [7].

А выражение (7) имеет смысл, если сформулировать для него граничное условие на некоторой поверхности: равенство значений искомого потенциала потенциалу этой поверхности или соответствующее условие для зарядов системы. Решения подобного типа, как показано выше, отражают эффект экранирования заряженных поверхностей и учитывают влияние силового центра (заряженной поверхности, частицы, иона). Но различие состоит в том, что (7) найдено в рамках полевой концепции, заложенной в ковариантных уравнениях континуальной электродинамики, и не опирается на корпускулярную модель системы и взаимодействие с некоторым центром. Решение носит общий характер, в то время как уравнения и их решения с использованием подходов, предложенных [2-4] и их последователей, не соответствуют общим положениям теории электричества [7], хотя эти подходы и внесли позитивный вклад в исследование самосогласованных систем на определенном историческом этапе.

Решения уравнений континуальной электродинамики для внешней краевой задачи содержат функции, физический смысл которых и свойства самосогласованности эквивалентны взаимодействию со сторонним полем (*в решении как бы скрыто воздействие некоторого центра*). В этой связи возникает вопрос: можно ли для внешней краевой задачи получить решения, которые были бы эквивалентны по физическому содержанию решению (1) для внутренней задачи, где воздействия стороннего поля нет?

Формально для внешней задачи можно записать решение типа (1) в общем виде:

$$\Phi = \frac{B}{r} \exp\left(-\frac{s}{r}\right) \tag{1*}$$

и любая точка некоторого свободного пространства может быть выбрана центром формирования самосогласованной (континуальной) системы. Вопрос состоит в том, на какой поверхности следует задать граничное условие для определения постоянной в (1*). Если в соответствии с симметрией на некоторой сферической поверхности радиусом b, то решение совпадает с результатом работы [1]. Но в любом случае при решении типа (1) локализация континуального поля происходит в окрестности точки $r = 0$, а не в окрестности макротела.

Проблема 2. Влияние материальных тел на метрику в задачах континуальной электродинамики.

Обычно постановка задачи в электродинамике связана с анализом системы, для которой следует найти искомые полевые характеристики на основе выбора удобной симметрии. Симметрия может отвечать сферической системе координат, например, для частиц сферической формы или цилиндрической, плоской, эллипсоидальной и т.д. Метрика пространства, в котором помещаются исследуемые объекты, полностью определяется системой координат. Это, по сути, соответствует методологии расчетов и самой идее, заложенной в уравнениях классической электродинамики. Они отражают проявления внешних свойств электричества: имеются источники поля – необходимо получить их распределение в данном пространстве, во внешней среде. Выбор симметрии за формой источника поля, конфигурацией его поверхности. Решить же проблему внутреннего устройства структурных частиц материи в рамках классической электродинамики не удалось как раз из-за превалирования внешнего аспекта в уравнениях Максвелла, что выразилось в существовании сингулярности центрально-симметричных решений. На это неоднократно указывал А. Эйнштейн в своих работах, например [8; 213, 224].

До появления источника метрика пространства может быть произвольной, но оно в таком случае как предмет исследования не представляет интерес – изучаются конкретные материальные объекты в конкретном пространстве. В присутствии источника (материального тела) выбор системы координат существенно сужается и начинается поиск оптимальных решений. Пространство есть, и следует конкретизировать его метрику, и можно сказать, что метрика пространства появилась из-за поля – одной из форм материи.

Это отвечает концепции А. Эйнштейна: «Согласно общей теории относительности, геометрические свойства пространства не самостоятельны: они обусловлены материей» [9; 587], но ее следует адаптировать к частному случаю исследования распределения континуального поля.

В связи с этим можно задаться целью на уровне исследования электрических свойств – выяснить влияние материи на изменение метрики и через эти изменения выйти на искомый результат для внешней задачи. Это представляет особый интерес применительно к полевым уравнениям континуальной электродинамики, поскольку компоненты метрического тензора определяют не только симметрию системы, но и функции самосогласованности, которые входят в эти уравнения.

Для свободного пространства сферически симметрическое решение внутренней задачи в произвольной точке для континуального поля определяет потенциал в виде (1*). Эта функция не имеет особенностей при $r \to 0$, и любая точка рассматриваемого пространства может концентрировать континуальное поле в своей окрестности. В точке $r = 0$ материи нет, поля нет, и в этой точке пространства нет, следуя исследованиям А. Эйнштейна. В таком случае любая точка пространства, которая может быть принята за начало координат, и определяет ту метрику в окрестности, которая в большей мере позволяет просто и адекватно решить поставленную задачу для поля (в данном случае – метрика сферической системы координат). И только.

В континуальной электродинамике через функции самосогласованности задаются емкостные свойства пространства, которые определяют локализацию (накопление) в определенной области континуального электромагнитного поля. При этом найденные решения соответствуют локализации такого поля вокруг точки, которая символизировала начало отсчета, и таким началом может быть любая точка исследуемого пространства, среды. В связи с этим возникает вопрос: изменится ли метрика пространства, если в качестве центра локализации континуального поля будет некоторая поверхность материального тела, например, сферического радиусом a? Каждая точка на поверхности тела может стать центром накопления континуального поля подобно точке $r = 0$ в свободном пространстве до появления материального объекта. Если в (1*) сделать замену переменной r на $r - a$, то получим функцию:

$$\Phi_1 = B\frac{e^{\frac{-s}{r-a}}}{r-a}, \qquad (1^*a)$$

которая не имеет сингулярности на поверхности сферы радиусом a, и вся поверхность идентична точке свободного пространства с координатами $(r = 0, \theta = 0, \varphi = 0)$. Но чтобы быть последовательным, следует произвести соответствующую замену в компонентах метрического тензора и найти уравнение, которому бы удовлетворяла (1*а), что будет показано в конце статьи.

Рассмотрим следующую модель. Пусть в свободном объеме "2" (рис.3). существует некоторая система координат (x, y, z) с началом в точке 0. Введем и соответствующую сферическую систему координат (r, θ, φ) для определения интервала между точками M и N. В соответствии с известными соотношениями для интервала и его квадрата будем иметь:

$$ds = \sqrt{dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta \cdot d\varphi^2}$$

или

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta \cdot d\varphi^2, \tag{8}$$

а для составляющих метрического тензора имеем:

$$g_{11} = 1,\ g_{22} = r^2,\ g_{33} = r^2 \sin^2\theta,\ g = r^4 \sin^2\theta \tag{9}$$

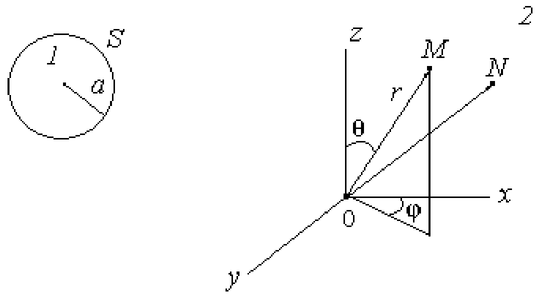

Рис.3. Свободное пространство (среда 2) и сферическое тело 1, радиусом a. Физические свойства 1 и 2 различны. S – внешняя поверхность тела 1

Если в пространстве "2" расположено сферическое тело "1" (рис. 3), то граница – поверхность S для выделенного объема "1" является внешней, а для объема "2" – внутренней. Внешняя граница "2" расположена на бесконечности.

Влияние выделенной области, отличающейся физическими свойствами от "2", должно отразиться на решениях уравнения континуальной электродинамики для этого пространства, так как присутствие сторонних тел влияют на искомое распределение поля.

Уравнение континуальной электродинамики [6,7] для электрической составляющей в стационарном случае записывается в виде:

$$di\vec{v}\,(\varepsilon_0 \vec{E}) = \delta \cdot \Phi + \vec{\tau} \cdot \vec{\nabla}\Phi, \tag{10}$$

где δ и $\vec{\tau}$ – емкостные функции самосогласованности, которые необходимо найти для рассматриваемой задачи.

Анализ результатов решения проблем. Сформулируем для модели (рис.3) задачу следующим образом: найти такие решения уравнения (10), физический смысл которых соответствовал бы накоплению континуального поля всей поверхностью S в пространстве "2". Напомним, что внешняя задача для такой модели дает решения подобно (7), о физическом смысле которого было сказано выше, но оно и не соответствует поставленной цели.

В работах [6,7] было показано, что в общем случае функции самосогласованности δ и $\vec{\tau}$ задаются метрическим тензором выбранной системы координат, как и оператор $di\vec{v}$. Но, если в однородное пространство "2" со сферической метрикой (9) помещено некоторое тело радиусом a, обладающее отличным от "2" свойствами, то емкостные свойства δ и $\vec{\tau}$ должны измениться, так как они зависят от присутствия сторонних тел, значит и метрика пространства в присутствии тела "1" должна измениться.

По идее А. Эйнштейна, метрика пространства определяется расположением материальных тел. Идея оказалась плодотворной при решении проблем гравитации, где именно метрический тензор 4-пространства определяет распределение поля при решении соответствующего уравнения гравитации.

В нашем случае рассматривается задача о континуальном электрическом поле и, конечно прямое влияние релятивистских зависимостей тут не очевидно, тем более, что исследуются статические электрические (континуальные) поля. Но в любом случае метрику пространства можно определить, исследуя квадрат интервал ds^2 между двумя близлежащими точками M и N из некоторой локальной системы координат.

Выберем в пространстве "2" некоторую точку 0, которая будет началом координат в этом пространстве. Поместим в эту точку центр сферического тела "1", которое рассматривается как материальный объект с отличными от "2" физическими свойствами (рис.4).

Предположим, что выбранная система координат отвечает сферической симметрии, и расположим ее в произвольной точке A на поверхности S рис.4.

Для квадрата интервала сферической системы (R, θ', φ') получим в соответствии рис.4:

$$ds'^2 = dR^2 + R^2 d\theta'^2 + R^2 \sin^2 \theta' d\varphi'^2. \qquad (11)$$

Но такая локальная система координат не может выйти за горизонт, ограниченный плоскостью $(g - g)$, касательной к поверхности в точке A. Это связано с тем, что, выходя за пределы этого горизонта, мы заходим в область, которая принадлежит другому пространству "1" с другими физическими свойствами. Для того, чтобы описать свойства области за горизонтом, следует ввести другую локальную систему координат, например, в точке B, не совпадающую с A.

Если новая система координат является сферически симметричной, то и для нее соответствующий квадрат интервала будет описываться аналогичным соотношением, с той разницей, что угловые переменные будут другими: θ'' и φ''. Очевидно, что и для данной системы координат существуют свои ограничения в описании свойств пространства "2", свой горизонт.

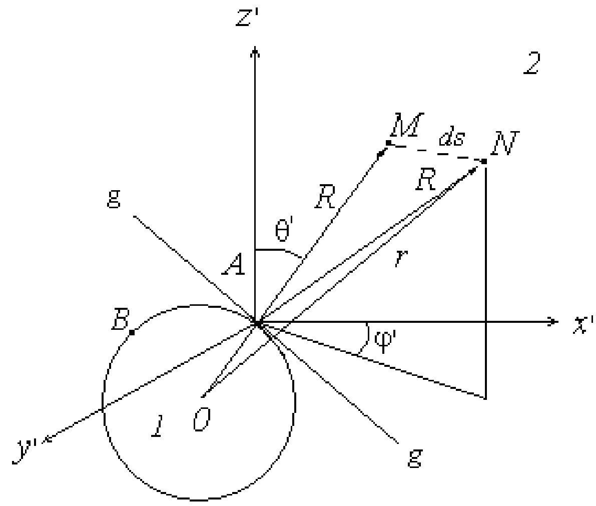

Рис.4. Локальная система координат (x', y', z'), расположенная на поверхности сферы в точке A. Прямая (g-g) условный горизонт для данной системы координат (ст.текст). R – радиус-вектор в системе координат (x', y', z') и r – радиус-вектор из точки 0 проведены в точки M и N для определения интервала ds' и ds. Центр тела 1 совмещен началом координат пространства 2 (см. рис. 3)

Для описания свойств пространства "2", исходя из точек на поверхности, следует ввести бесконечное число локальных систем координат, что лишено смысла. Но физические (электрические) свойства пространства не могут зависеть от выбора локальной системы координат, который продиктован только простотой в решении рассматриваемой модели и соответствием ее симметрии задачи.

Можно выбрать общую математическую сферическую систему координат, с центром 0 в пространстве "1" и с радиус-вектором $\vec{r}$. В этом случае можно описать свойства пространства "2" от внутренней его поверхности S и до внешней, которая по условию расположена на бесконечности. Отдельно свойства пространства "1" можно будет описать в любой системе координат, исходя из рассматриваемых моделей и предпочтительной симметрии для "1". Таким образом, если разместить систему координат в центре сферы радиусом a и вывести соответствующую сферическую систему координат в пространство "2", то для квадрата интервала ds^2 тоже получим (8):

$$ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2$$

Но для сферической системы (R, θ', φ') квадрат интервала для пространства "2" определен в (11).

Известно [9], что величина квадрата интервала, как и сам интервал, не зависит от выбора системы координат, что означает справедливость условия:

$$ds^2 = ds'^2$$

или

$$dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 = dR^2 + R^2 d\theta'^2 + R^2 \sin^2 \theta' d\varphi'^2, \quad (12)$$

где ds^2 – квадрат интервала в системе координат с центром 0 в пространстве "1".

Если ограничиться простым случаем, когда распределения искомых функций не зависят от угловых переменных, то из (12) следует:

$$dr = \pm dR, \quad (13)$$

решение которое дает:

$$r = \pm R + const.$$

И, так как r – величина положительно определенная, а при $R = 0$ значение $r = a$, то окончательно получим:

$$R = r - a. \quad (14)$$

И для (11) с учетом (14) можно записать:

$$ds'^2 = dr^2 + (r-a)^2 d\theta'^2 + (r-a)^2 \sin^2 \theta' d\varphi'^2. \quad (15)$$

Но так как по предположению искомые функции от угловых переменных не зависят, то можно положить справедливыми условия:

$$\theta' = \theta, \ \varphi' = \varphi$$

и для компонентов метрического тензора пространства "2" записать:

$$g_{11} = 1, \ g_{22} = (r-a)^2, \ g_{33} = (r-a)^2 \sin^2 \theta, \ g = (r-a)^4 \sin^2 \theta. \quad (16)$$

Напомним, что данное соотношение между компонентами тензора справедливо только в случае зависимости искомого потенциала от радиус-вектора. Для пространства "2" метрика изменилась, и вместо пространства с метрикой (9) получаем (16), что соответствует пространству "$2-1$". Это отвечает действительности – свободного пространства "2" уже не существует, вместо него реально пространство "$2-1$". Из "2" вытеснена часть пространства материальным объектом "1", и все точки на выделенной поверхности по отношению к свободной области эквивалентны точке с координатой $r = 0$. Пространство вблизи такой неоднородности изменилось, и метрика определяется соотношением (16).

Такой результат позволяют найти решения, которые соответствуют физическому смыслу накопления вблизи всей поверхности S континуального поля в пространстве "$2-1$", что будет показано ниже.

Согласно [7] в случае формирования самосогласованной системы в объеме следует вначале определиться с выбором функции δ, используя выражение [7; (1.58)]:

$$\delta = \frac{\varepsilon_0}{g_{11}} \cdot \left(\vec{\nabla}_{x^1} \left[\ln \left(\int_{x^1}^{\infty} \left(\frac{g_{11}}{\sqrt{g}} \right) dx^1 \right) \right] \right)^2, \quad (17)$$

а затем с помощью связи $\delta = div\vec{\tau}$ [7; (1.22)] найти $\vec{\tau}$. Имея в виду (16) и раскрывая выражение (17) с учетом того, что вместо переменной x^1 в (17) следует записать переменную r, получим:

$$\delta = \frac{\varepsilon_0}{g_{11}} \cdot \left(-\frac{g_{11}}{\sqrt{g}} \left[\frac{1}{\int_r^\infty \left(\frac{g_{11}}{\sqrt{g}} \right) dr} \right] \right)^2 = \varepsilon_0 \frac{1}{g} \cdot \frac{1}{\left(\int_r^\infty \left(\frac{1}{\sqrt{g}} \right) dr \right)^2} . \quad (18)$$

Так как интегрирование по переменной θ не происходит, то $\sin^2\theta$ в (18) сокращается, и получаем следующее выражение:

$$\delta = \varepsilon_0 \frac{1}{(r-a)^4} \cdot \frac{1}{\left(\int_r^\infty \left(\frac{1}{(r-a)^2} \right) dr \right)^2} = \frac{\varepsilon_0}{(r-a)^2} . \quad (19)$$

Для функции $\vec{\tau}$ следует решить уравнение:

$$\frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{2}{r-a} \tau = \delta , \quad (20)$$

имея в виду найденное выражение для δ в (19), решение (20) позволяет найти τ:

$$\tau = \frac{\varepsilon_0 (r+E)}{\left(r-a \right)^2} , \quad (21)$$

где E – постоянная интегрирования.

Перепишем уравнение (10) с учетом полученных выражений для δ (19) и τ (21) и изменившейся метрики. В таком случае получим:

$$-\varepsilon_0 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{2}{r-a} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = \frac{\varepsilon_0}{\left(r-a \right)^2} \Phi + \frac{\varepsilon_0 r + E}{\left(r-a \right)^2} \cdot \nabla \Phi . \quad (22)$$

Одним из решений будет следующее выражение для потенциала:

$$\Phi = D \frac{\exp\left(\frac{E+a}{r-a} \right)}{r-a} . \quad (23)$$

Для получения сходящихся на поверхности S решений необходимо на постоянную E наложить следующие условия: $E < 0$ и $|E| > a$.

Выразив постоянную E в (23) через параметр самосогласованности s в виде $E = -s$, и задав граничные условия для потенциала на поверхности радиусом s, получим следующее выражение для потенциала:

$$\Phi = \frac{\Psi_s \cdot (s-a) \cdot e^{\frac{-s+r}{r-a}}}{r-a} . \quad (25)$$

Определим на основе известных соотношений выражения для напряженности электрического поля и плотности электричества, соответственно:

$$E = \frac{\psi \cdot (s-a) \cdot e^{\frac{-s+r}{r-a}} \cdot (r-s)}{(r-a)^3}, \tag{26}$$

$$\rho = \varepsilon_0 \frac{\psi \cdot (s-a) \cdot e^{\frac{-s+r}{r-a}} \cdot (2sr - 2ar + a^2 - s^2)}{(r-a)^5}. \tag{27}$$

Полученные распределения потенциала и плотности электричества в сферическом слое толщиной $dr = 1$ представлены на рис.5.

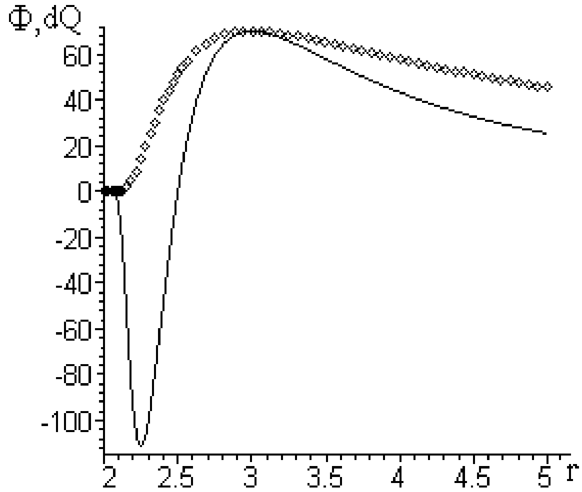

Рис.5. Распределение потенциала (точки) и величины заряда (кривая) в сферическом слое толщиной $dr = 1$, $dQ = \rho \cdot (r-a)^2 \cdot dr$, $\Psi = 1$, $a = 2$, $s = 1.5 \cdot a$ в зависимости от r. Распределения даны в условных единицах

Для того, что бы установить связь между параметрами системы s и a, определим электрическую емкость системы. Ее можно найти из выражения для функций самосогласованности δ или τ. Так как граничные условия задаются на сферической поверхности радиусом s, то δ из (19) следует проинтегрировать по объему, который ограничивает эта поверхность. Согласно [6,7] δ – объемная функция самосогласованности и характеризует объемную удельную емкость системы. Из общей зависимости объема от метрики пространства имеем:

$$C = \int_1^2 \delta \sqrt{g_{11} g_{22} g_{33}}\, dx_1 dx_2 dx_3$$

Согласно полученным в (16) выражениям для компонент метрического тензора пространства "$2-1$" для C получим:

$$C=\int_0^s \delta\cdot dV=\int_0^s \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{(r-a)^2}(r-a)^2\,dr\sin\theta d\theta d\varphi=4\pi\varepsilon\varepsilon_0 s\,. \quad (28)$$

Аналогичное выражение для емкости следует из расчетов с использованием поверхностной функции самосогласованности $\vec{\tau}$.

Если найти выражение для емкости из значения величины полного заряда, зная распределение плотности электричества, то:

$$Q=\int_a^\infty \rho dV=4\pi\varepsilon_0\varepsilon\cdot\psi_s\cdot(s-a)\cdot\exp(1)\,.$$

И для емкости получим:

$$C_Q=4\pi\varepsilon_0\varepsilon\cdot(s-a)\cdot\exp(1)\,, \quad (29)$$

которое отличается от (28). Это связано с тем, что функции самосогласованности δ и $\vec{\tau}$ характеризуют только локальные самосогласованные свойства системы в данном случае через параметр s. Полная электрическая емкость определяется деталями найденных физических характеристик – распределением потенциала, поля, электричества. Присутствие неоднородности в пространстве "2", как упоминалось выше должно оказывать влияние на значение емкости системы, а значит и на параметр s. В таком случае можно оценить это влияние из условия равенства емкости (28) и (29), т.е.:

$$4\pi\varepsilon\varepsilon_0 s=4\pi\varepsilon_0\varepsilon\cdot(s-a)\cdot\exp(1)\,. \quad (30)$$

Решая (33) относительно s, получим:

$$s=\frac{e}{e-1}\cdot a\cong 1{,}582\cdot a\,. \quad (31)$$

Полученная зависимость для s полностью соответствует условию, которое накладывалось на постоянную E: $E<0$ и $|E|>a$. Действительно: $E=-s$ и $s>a$ (31).

Возвращаясь к Φ_1 (1*а), можно показать простой подстановкой ее в (22), что такая функция не будет удовлетворять уравнению (22), которое получено в соответствии со всеми формальными требованиями, продиктованными изменившейся метрикой.

Способ получения (1*а) простой заменой переменных не последователен, хотя с формальной точки зрения (1*а) позволяет описать область пространства "2". Изменив метрику, следует определить δ и τ в новых переменных, и в (22) они определены из решения уравнений (19), (20). А если δ и τ получить заменой в (3) и (4) переменной r на $r-a$, то и уравнение для (1а) будет иметь вид:

$$-\varepsilon_0\left(\frac{\partial^2\Phi_1}{\partial r^2}+\frac{2}{r-a}\frac{\partial\Phi_1}{\partial r}\right)=\frac{\varepsilon_0}{(r-a)^2}\Phi_1+\frac{\varepsilon_0(r-a-s)}{(r-a)^2}\cdot\nabla\Phi_1\,.$$

Обратим внимание на то, что такой прием приводит к другому выражению для функции самосогласованности τ:

$$\tau = \frac{\varepsilon_0 (r-a-s)}{(r-a)^2},$$

хотя оно удовлетворяет уравнению (20). Это связано с тем, что в τ входит постоянная E, которая не вносит вклад в функцию δ.

По рассматриваемой модели объемное распределение электричества определяет поверхностную функцию самосогласованности соотношением (20) и его решением при заданной метрике. Таким образом, формальный прием с заменой переменной при получении потенциала (1*а) не соответствует физической постановке задачи, а емкостная функция самосогласованности не связана с решением уравнения для τ. Полученная таким же способом, как и (31), связь между s и a для потенциала (1*а) становиться мнимой величиной, что лишает физического смысла это решение.

Найденные из (22) решения (25)–(27) соответствуют постановке задачи, распределения полностью отвечают физическому содержанию: вся поверхность S становится источником континуального поля для пространства "$2-1$". В результате вокруг неоднородности может формироваться самосогласованное электричество без воздействия силового центра или заряженной поверхности. Материальная неоднородность определяет свойство пространства, его метрику и соответствующее распределение поля. Таким образом, и на уровне континуальной электродинамики показана связь метрики, пространства и поля (для статической задачи), что подтверждает общую идею А. Эйнштейна о том, что: «Пустое пространство, т.е. пространство без поля не существует. Пространство-время существует не само по себе, но только как структурное свойство поля» [11; 758].

Заметим, что на больших расстояниях, когда $r \gg a$, влиянием размера неоднородности можно пренебречь и метрика (16) переходит в (8) – однородного пространства. Но в эту область пространства можно поместить другую неоднородность сферической формы, которая изменит в окрестности метрику, и потенциал континуального поля будет описываться аналогичным (25) распределением. Таким образом, можно изучить влияние совокупности отдельных составляющих живой системы на протекание различных процессов в системе и взаимодействие этих составляющих, например, клеток или органов между собой.

Полученный в настоящей работе результат позволяет убедиться в том, что методы континуальной электродинамики открывают возможности для исследования явлений, наблюдаемых с неоднородностями в водных растворах электролитов, в наиболее простой форме – без использования модельных представлений о действии поля заряженных поверхностей и явлений экранизации. Последние факторы могут быть привлечены в теорию по мере необходимости для объяснения того или иного феномена.

Таким образом, полевые методы исследования свойств объектов живой материи являются общими и открывают возможности не только для более последовательного объяснения свойств систем, формирующихся в холодной плазме (водном растворе электролитов), но и следовать по пути изучения влияния окружающей водной среды как холодной плазмы на процессы в живой материи. Особенно это важно, если учесть объемы такой плазмы в соотношении суша–водное зеркало планеты Земля.

Список литературы.

1. *Симонов И.Н.*// Полевая концепция нелокальной самосогласованности водных систем // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – К.,2012. – Вип.18. – С.112–123.
2. *G.Guye.* J. – Phys. Radium, 1910. – **9**, 457.
3. *D.L.Chapman.* – Phil. Mag., 1913. – **25**, 475.
4. *DebyeP., HuckelE.* // Phys. Zs., 1923. – 24, 185.
5. *Костюк П.Г., Зима В.Л., Магура І.С., Мірошниченко М.С., Шуба М.Ф.* Біофізика.– К.: Обереги, 2001.– 544 с.
6. *Симонов И.Н.* Континуальная электродинамика. – К.: Укр ИНТЭИ, 2001. – 252 с.
7. *Симонов И.Н.* Континуальная теория самосогласованных систем.– К.: «Киевский университет», 2008. – 311 с.
8. *Эйнштейн А.* Физика и реальность. Сборник научных трудов. – М: Наука, 1966. – Т. 4. – 599 с.
9. *Эйнштейн А.* О специальной и общей теории относительности. Сборник научных трудов. – М: Наука, 1966. – Т. 1. – 699 с
10. *Ландау Л.Д., Лифшиц.* Теория поля. – М.: Наука, 1967. – 458 с.
11. *Эйнштейн А.* Относительность и проблема пространства: Сборник научных трудов. – М: Наука, 1966. – Т. 2. – 778 с.