УДК 621.875.322-82

В.І. Лесько, доцент КНУБА
Л.Г. Лесько, к.ф.-м.н., доцент НМУ

ІМОВІРНІСНІ МОДЕЛІ ПАРАМЕТРИЧНОЇ НАДІЙНОСТІ ГІДРОПРИВОДІВ МАШИН

АНОТАЦІЯ. В роботі розроблені імовірнісні моделі надійності елементів гідроприводів будівельних машин з урахуванням специфіки їх функціонування та формування параметричних відмов гідропривода.

АНОТАЦИЯ. В работе представлены разработанные вероятностные модели надежности элементов гидроприводов строительных машин с учетом специфики их функционирования и формирования параметрических отказов гидропривода.

SUMMARY. The developed probabilistic models of elements reliability hydrodrives of building machines, taking into account the particularities of their functioning and formation of parametric hydraulic failures.

Актуальність проблеми. Гідроприводи сучасних будівельних машин, зокрема, одноківшових екскаваторів, кранів та інших, представляють собою складну технічну систему із складною та мінливою під час роботи структурою, взаємозв'язками та специфічними механізмами формування відмов. А тому, проблеми оцінки та забезпечення їх надійності на всіх етапах: проектування, виробництва та експлуатації залишаються актуальними і досить складними. Важливе значення при цьому відіграють моделі надійності, на основі яких проводиться оцінка показників надійності гідроприводів цих машин.

Мета і постановка задачі. Мета роботи полягає в розробці моделей параметричної надійності гідроприводів БДМ, які змогли би враховувати специфіку будови і функціонування гідроприводів. Виникнення параметричних відмов гідроелементів гідроприводу БДМ при їх експлуатації є наслідком порушення певних умов, які характеризують здатність гідроприводу зберігати роботоздатність у відповідності до певних або заданих вимог. Для основних елементів, які лімітують надійність гідроприводу, умови роботоздатності характеризуються невиходом об'ємного ККД η_j за певний встановлений граничний рівень $\eta_{j\text{ гран.}}$

Порушення умови $\{\varphi_j = \eta_j - \eta_{j\text{ГРАН}} > 0\}$ трактується як параметрична відмова окремо взятого $j-$го елементу, імовірність виникнення якої при заданому граничному значенні об'ємного ККД $\eta_{j\text{ гран.}}$ визначається за виразом:

$$P\{\varphi_j = \eta_j - \eta_{j_{\text{ГРАН.}}} < 0\} = \int_0^{\eta_{j\text{ГРАН}}} f(\eta_j) d\eta, \qquad (1)$$

де: $f(\eta_j)$ - щільність імовірності розподілу об'ємного ККД (ОККД) елементу.

Специфічними в плані наявних умов роботоздатності та формування параметричних відмов гідроприводів на прикладі одноківшових екскаваторів (ОЕ) виступають такі послідовно з'єднані між собою з точки зору конструкції та компонування гідроелементи, як робочі секції гідророзподільників та гідроциліндри, які входять до підсистем: приводу стріли, приводу рукояті та приводу ковша і утворюють так звані функціональні дільниці (ФД) за схемами під'єднання елементів, приведених на рис.1. В гідроприводах кранів, навантажувачів, бульдозерів та інших машин подібні схеми з'єднань мають місце в підсистемах: підйому та висунення стріли, виносних опор (аутригерів), навісного обладнання і т.п.

Розглянемо можливість отримання моделей роботоздатності ФД, яка скомпонована за схемою *а* (рис.1). Так як гідроелементи за гідросхемою ФД з'єднані послідовно, то можна довести, що їх зношення і збільшення внутрішніх витоків в кожному із них в однаковій мірі впливає на її ОККД, роботоздатність та формування вказаної відмови. Таким чином, досягнення граничного стану функціональною дільницею є загальним результатом об'єднаного стохастичного процесу зміни технічного стану обох елементів, граничний стан яких виражається через загальний граничний об'ємний ККД $\eta_{ФД_{ГРАН}}$. Технічний стан ФД при цьому буде оцінюватися узагальненим ОККД:

$$\eta_{ФД} = \eta_{гр} \cdot \eta_{гц}, \qquad (2)$$

де: $\eta_{гр}$ - ОККД секції гідророзподільника;

$\eta_{гц}$ - ОККД гідроциліндра.

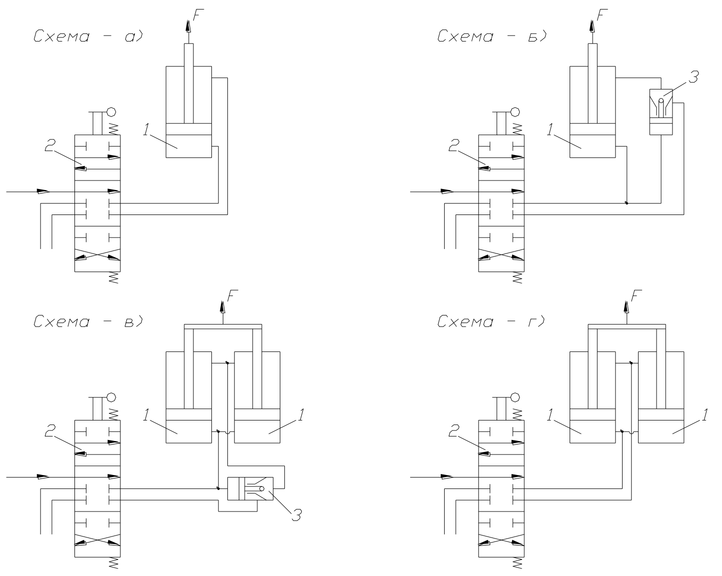

Рисунок 1. Гідравлічні схеми під'єднання гідроциліндрів в функціональних дільницях: 1–гідроциліндр; 2–гідророзподільник, 3–гідрозамок або клапан керований зворотній.

В такому випадку умовою роботоздатності функціональної дільниці буде невихід значення добутку ОККД секції розподільника та гідроциліндра за граничну область:

$$\varphi_{ФД} = \eta_{гр} \cdot \eta_{гц} - \eta_{ФД_{гран}} > 0, \qquad (3)$$

а імовірність збереження роботоздатності ФД запишеться так:

$$P = P\{\varphi(\eta_{гр} \cdot \eta_{гц}) - \eta_{ФДгран} > 0\}. \qquad (4)$$

Для визначення показників безвідмовності функціональної дільниці представимо її як систему двох безперервних випадкових величин $(\eta_{гр}, \eta_{гц})$ із сумісною щільністю розподілу $f(\eta_{гр}, \eta_{гц})$. Загальний технічний стан ФД запишемо як функцію двох випадкових аргументів:

$$\eta_{ФД} = \varphi(\eta_{гр}, \eta_{гц}). \qquad (5)$$

Функцію розподілу випадкової величини $\eta_{ФД}$ запишемо таким чином:

$$F_{\eta_{ФД}}(y) = P\{\eta_{ФД} = \varphi(\eta_{гр}, \eta_{гц}) < y\}, \qquad (6)$$

де: y - деяка задана величина ОККД.

Застосовуючи інтегральну формулу повної імовірності, отримаємо:

$$F_{\eta_{ФД}}(y)=\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\int_{[\varphi(\eta_{гр},\eta_{гц})<y]} f(\eta_{гр},\eta_{гц})d\eta_{гр}\right\}d\eta_{гц}, \tag{7}$$

або:

$$F_{\eta_{ФД}}(y)=\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\int_{[\varphi(\eta_{гр},\eta_{гц})<y]} f(\eta_{гр},\eta_{гц})d\eta_{гц}\right\}d\eta_{гр}, \tag{8}$$

Об'єднуючи обидві формули (7) та (8) запишемо:

$$F_{\eta_{ФД}}(y)=\iint_{[\varphi(\eta_{гр},\eta_{гц})<y]} f(\eta_{гр},\eta_{гц})d\eta_{гр}d\eta_{гц}, \tag{9}$$

де область інтегрування визначається із умови $\varphi(\eta_{гр},\eta_{гц})<\eta_{ФД}$.

Диференціюючи (9) за величиною $\eta_{ФД}$ знайдемо щільність розподілу випадкової величини $\eta_{ФД}$:

$$f_{\eta_{ФД}}(y)=\frac{dF(y)}{d(y)}. \tag{10}$$

Оскільки об'ємні ККД гідророзподільників та гідроциліндрів є незалежними, то їх сумісна щільність розподілу рівна:

$$f(\eta_{гр},\eta_{гц})=f_{\eta_{гр}}(\eta_{гр})\cdot f_{гц}(\eta_{гц}). \tag{11}$$

При цьому формули (7 – 9) мають вигляд:

$$F_{\eta_{ФД}}(y)=\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\int_{[\varphi(\eta_{гр},\eta\ )<y]} f_{\eta_{гр}}(\eta_{гр})d\eta_{гр}\right\}f_{\eta_{гц}}(\eta_{гц})d\eta_{гц}=\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\int_{[\varphi(\eta_{гр},\eta_{гц})<y]} f_{\eta_{гц}}(\eta_{гц})d\eta_{гц}\right\}f_{\eta_{гр}}(\eta_{гр})d\eta_{гр} \tag{12}$$

Загальний об'ємний ККД функціональної дільниці $\eta_{ФД}$ визначається як добуток двох випадкових аргументів $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$. Тоді за формулою (9) знаходимо функцію розподілу випадкової величини $\eta_{ФД}=\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}$:

$$F_{\eta_{ФД}}(y)=P(\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}<y)=\iint_{(\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}<y)} f(\eta_{гр},\eta_{гц})d\eta_{гр}\cdot d\eta_{гц}=\int_{-\infty}^{0}\left\{\int_{y/\eta_{гр}}^{\infty} f(\eta_{гр},\eta_{гц})d\eta_{гц}\right\}d\eta_{гр}+$$
$$+\int_{0}^{\infty}\left\{\int_{-\infty}^{y/\eta_{гр}} f(\eta_{гр},\eta_{гц})d\eta_{гц}\right\}d\eta_{гр}. \tag{13}$$

Або в іншому вигляді:

$$F_{\eta_{ФД}}(y)=\iint_{\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}<y} dF_{\eta_{гр}}(\eta_{гр})\cdot dF_{\eta_{гц}}(\eta_{гц})=\int_{-\infty}^{0}dF_{гц}(\eta_{гц})\cdot\int_{y/\eta_{гц}}^{\infty}dF_{\eta_{гр}}(\eta_{гр})+\int_{0}^{\infty}dF_{\eta_{гц}}(\eta_{гц})\cdot\int_{-\infty}^{y/\eta_{гц}}dF_{\eta_{гр}}(\eta_{гр})=$$
$$=\int_{-\infty}^{0}\left[1-F_{\eta_{гр}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right)\right]dF_{\eta_{гц}}(\eta_{гц})+\int_{0}^{\infty}F_{\eta_{гр}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right)dF_{\eta_{гц}}(\eta_{гц}). \tag{14}$$

Диференціюючи вирази (13) або (14) по y отримаємо щільність розподілу випадкової величини $\eta_{ФД}$:

$$f_{\eta_{ФД}}(y)=-\int_{-\infty}^{0}\frac{1}{\eta_{гр}}f\left(\eta_{гр},\frac{y}{\eta_{гр}}\right)d\eta_{гр}+\int_{0}^{\infty}\frac{1}{\eta_{гр}}f\left(\eta_{гр},\frac{y}{\eta_{гр}}\right)d\eta_{гр}. \tag{15}$$

Оскільки випадкові величини $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$ є незалежними, то вираз (15) можна записати в такому вигляді:

$$f_{\eta_{ФД}}(y)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\left|\eta_{гц}\right|}f_{\eta_{гр}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right)\cdot f_{\eta_{гц}}\left(\eta_{гц}\right)d\eta_{гц}. \tag{16}$$

Випадкові величини об’ємних ККД $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$ можуть бути розподілені за різними законами, а тому розглянемо можливість визначення функції та щільності розподілу узагальненого об’ємного ККД функціональної дільниці $\eta_{ФД}$, як функцію добутку випадкових аргументів $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$, розподілених за деякими із можливих законів, наприклад: гамма-розподілом та експоненціальним, що не суперечить раніше проведеним в умовах експлуатації дослідженням.

Розглянемо перший випадок, коли діагностичні параметри секції гідророзподільника та гідроциліндра розподілені за **гамма-розподілом** зі щільностями:

$$f_{\eta_{гр}}(y)=\frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)}y^{\alpha_1-1}e^{-\beta_1 y} \qquad (y>0) \tag{17}$$

та

$$f_{гц}(y)=\frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)}y^{\alpha_2-1}e^{-\beta_2 y} \qquad (y>0) \tag{18}$$

де α_1, β_1 та α_2,β_2 - параметри закону розподілу об’ємного ККД гідророзподільника $\eta_{\text{гр}}$ та гідроциліндра $\eta_{\text{гц}}$, відповідно.

За формулою (16) визначимо щільність розподілу загального об’ємного ККД функціональної дільниці, як системи двох безперервних випадкових величин:

$$f_{\eta_{ФД}}(y)=\int_0^{\infty}\frac{1}{\eta_{гц}}f_{\eta_{гр}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right)f_{\eta_{гц}}\left(\eta_{гц}\right)d\eta_{гц}=\frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)}\frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)}\int_0^{+\infty}\frac{1}{\eta_{гц}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right)\exp\left\{-\frac{\beta_1 y}{\eta_{гц}}\right\}\eta_{гц}^{\alpha_2-1}e^{-\beta_2\cdot\eta_{гц}}d\eta_ц=$$

$$=\frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)}\frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)}y^{\alpha_1-1}\cdot\int_0^{+\infty}\frac{1}{y}\frac{1}{y^{\alpha_1-1}}\cdot y^{\alpha_2-1}\exp\left\{-\frac{\beta_1 y}{\eta_{гц}}-\beta_2\eta_ц\right\}d\eta_{гц}=\frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)}\frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)}y^{\alpha_1-1}\int_0^{+\infty}\eta^{\alpha_2-\alpha_1-1}\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{\beta_1 y}{\eta_{гц}}-\beta_2\eta_{гц}\right\}d\eta_{гц}=\frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)}\frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)}y^{\alpha_1-1}\cdot 2\cdot\left(\frac{\beta_1 y}{\beta_2}\right)^{\frac{\alpha_2-\alpha_1}{2}}K_{\alpha_2-\alpha_1}\left(2\sqrt{\beta_1\beta_2 y}\right)=2\times$$

$$\times\frac{(\beta_1\beta_2)^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}}y^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}-1}}{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)}K_{\alpha_2-\alpha_1}(2\sqrt{\beta_1\beta_2 y}), \tag{19}$$

де: $K_{\alpha_2-\alpha_1}(\cdot)$ - модифікована функція Бесселя 2-го роду порядку (α_2-α_1), яку запозичуємо із теорії спеціальних функцій [2]:

$$\int_0^{+\infty}x^{\nu-1}\exp\left[-\frac{\beta}{x}-\gamma x\right]dx=2\left(\frac{\beta}{\gamma}\right)^{\frac{\nu}{2}}K_\nu\left(2\sqrt{\beta\nu}\right), \tag{20}$$

$$(\operatorname{Re}\beta>0,\operatorname{Re}\gamma>0).$$

Інтегруючи вираз (19), отримаємо модель надійності через імовірність збереження роботоздатності функціональної дільниці при заданому граничному значенні $y=\eta_{ФДгран}$:

$$P_{\eta_{ФД}}(y)=P\left(\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}>y=\eta_{ФДгран}\right)=\int_{y=\eta_{ФДгран}}^{1}2\frac{(\beta_1\beta_2)^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}}y^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}-1}}{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)}K_{\alpha_2-\alpha_1}\left(2\sqrt{\beta_1\beta_2 y}\right)dy, \tag{21}$$

де: $\eta_{ФДгран}$ - граничне значення узагальненого об’ємного ККД ФД.

В другому випадку, нехай діагностичні параметри $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$ мають **експоненціальний** закон розподіл з параметрами розподілу λ_1 та λ_2, відповідно.

Знайдемо щільність розподілу $f_{\eta_{ФД}}(y)$ за формулою (16):

$$f_{\eta_{ФД}}(y)=\int_0^{\infty}\frac{1}{\eta_{гц}}f_{\eta_{гр}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right)f_{\eta_{гц}}(\eta_{гц})d\eta_{гц}=\int_0^{\infty}\frac{1}{\eta_{гц}}\lambda_1 e^{-\lambda_1\frac{y}{\eta_{гц}}}\cdot\lambda_2 e^{-\lambda_2\eta_{гц}}d\eta_{гц}=$$

$$=\lambda_1\lambda_2\times\int_0^{\infty}\frac{1}{\eta_{гц}}\exp\left\{\frac{-\lambda_1 y}{\eta_{гц}}-\lambda_2\eta_{гц}\right\}d\eta_{гц}=2\lambda_1\lambda_2\cdot K_0\left(2\sqrt{\lambda_1\lambda_2\cdot y}\right), \qquad (22)$$

де: $K_0(\cdot)$- модифікована функція Бесселя, 2-го роду нульового порядку.

Формула щільності імовірності розподілу (22) буде тотожною отриманій раніше формулі (19) при умові, якщо параметри гама-розподілу будуть такими: $\alpha_1=\alpha_2=1$, а $\beta_1=\lambda_1, \beta_2=\lambda_2$, що підтверджує характерні особливості для експоненціального та гама-розподілів.

Знайдемо функцію розподілу величини $\eta_{ФД}=\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}$. На основі (14) маємо:

$$F_{\eta_{ФД}}(y)=P\{\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}<y\}=\int_0^{\infty}F_{\eta_{гр}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right)dF_{\eta_{гц}}(\eta_{гц})=\int_0^{+\infty}\left[1-e^{-\lambda_1\frac{y}{\eta_{гц}}}\right]\cdot\lambda_2\cdot e^{-\lambda_2\eta_{гц}}d\eta_{гц}=\int_0^{+\infty}\lambda_2 e^{-\lambda_2\eta_{гц}}d\eta_{гц}-$$

$$-\int_0^{+\infty}\lambda_2\exp\left\{-\left(\frac{\lambda_1 y}{\eta_{гц}}+\lambda_2\eta_{гц}\right)\right\}=1-\lambda_2\int_0^{+\infty}exp\left\{-\left(\frac{\lambda_1 y}{\eta_{гц}}+\lambda_2\eta_{гц}\right)\right\}d\eta_{гц}=1-2\lambda_2\left(\frac{\lambda_1 y}{\lambda_2}\right)^{\frac{1}{2}}\times$$

$$\times K_1\left(2\cdot\sqrt{\lambda_1\lambda_2 y}\right)=1-2\sqrt{\lambda_1\lambda_2 y}\cdot K_1\left(2\cdot\sqrt{\lambda_1\lambda_2 y}\right); \qquad (23)$$

В окремому випадку, коли $\lambda_1=\lambda_2=\lambda$:

$$F_{\eta_{ФД}}(y)=1-2\lambda\sqrt{y}K_1\left(2\cdot\lambda\sqrt{y}\right) \qquad (24)$$

Виходячи із виразу (23), отримуємо імовірність роботоздатності ФД гідроприводу при заданому граничному значенні ОККД $y=\eta_{ФДгран}$, яку визначаємо за формулою:

$$P_{\eta_{ФД}}(y)=P_{\eta_{ФД}}\{\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}>y=\eta_{ФДгран}\}=2\sqrt{\lambda_1\cdot\lambda_2\cdot y}\cdot K_1\left(2\sqrt{\lambda_1\lambda_2\cdot y}\right)=$$
$$2\sqrt{\lambda_1\cdot\lambda_2\cdot\eta_{ФДгран}}\cdot K_1\left(\sqrt{\lambda_1\lambda_2\cdot\eta_{ФД_{\text{ГРАН}}}}\right). \qquad (25)$$

Висновок. Аналізуючи отримані в роботі результати, слід зазначити, що закони розподілу узагальненого об'ємного ККД функціональних дільниць гідроприводів екскаваторів істотно відрізняються від законів розподілу ОККД її складових елементів–секцій гідророзподільника та гідроциліндра. Одержані імовірнісні моделі безвідмовності (21) та (25) є більш адекватними, ніж моделі, які досі пропонувались і використовувались на практиці, так як враховують специфіку функціонування елементів гідроприводу, їх взаємозв'язок та особливості формування параметричної відмови гідроприводу і можуть використовуватися для більш реальних оцінок показників безвідмовності гідроприводу однокіншових екскаваторів та інших гідрофікованих машин (кранів, навантажувачів, бульдозерів та ін.).

Для решти схем під'єднання гідроелементів приведених на рис.1 (*б, в, г*) моделі надійності ФД гідроприводу отримуємо аналогічно, виходячи із умов збереження роботоздатності функціональної дільниці відповідної підсистеми. При цьому оцінку показників безвідмовності можна отримувати як за аналітичними виразами так і за високоефективними в таких випадках методами статистичного (імітаційного) моделювання Монте-Карло, використаними для подібних задач та запропонованими автором в публікації [5].

Отримані моделі надійності мають суттєву відмінність від усіх існуючих на даний час та відомих за літературними джерелами моделей надійності, що вказує на їх пріоритетність. Але в той же час вони не вичерпують всіх можливих варіантів моделей, які можуть мати місце при аналізі функціонування гідроприводів БДМ. Вони тільки значно розширюють та уточнюють коло відомих моделей надійності гідроприводів, що дасть можливість отримувати набагато реальніші та точніші результати оцінки їх показників надійності.

Література

1. Вентцель Е. С.,Овчаров Л. А. Теория вероятности и ее инженерные приложения.. - М.: Наука. – 1988. – 480 с.
2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука. – 1971. –1108 с.
3. Лесько В.І. Імовірнісні моделі роботздатності функціональних дільниць гідроприводів однокївшових екскаваторів. // Техніка будівництва. вип. 5, 1999, ст. 14 – 19.
4. Умови роботоздатності та моделі надійності дільниці „гідророзподільник- гідроциліндр ” гідроприводів будівельних машин. //Гірничі, будівельні, дорожні, та меліоративні машини. Випуск №60. Республіканський. міжвідомчий науково-технічний збірник, м. Київ, КНУБА, 2002р.
5. Лесько В.І. Моделювання параметричних відмов гідравлічних екскаваторів з урахуванням ефективності їх функціонування при прогнозуванні та оцінці показників надійності. // Техніка будівництва. вип. 9, 2001.