

УДК 629.735.33.015.4:533.6.013.422:629.7.025.1

## КОЛИВАННЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ КОНСТРУКЦІЙ: БЕЗПЕЧНИЙ ДІАПАЗОН ШВИДКОСТЕЙ

**О.В. Сафронов<sup>1</sup>,**

д-р техн. наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, ст. наук. сп.

**Б.Й. Семон<sup>1</sup>,**

д-р техн. наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України

**О.М. Неділько<sup>1</sup>,**

канд. техн. наук, доцент, пров. наук. сп.

**А.О. Горіна<sup>2</sup>,**

канд. архітектури, ст. викладач кафедри основ архітектури та архітектурного проектування

<sup>1</sup>Національного університету оборони України ім. Івана Черняховського, м. Київ<sup>2</sup>Київський національний університет будівництва і архітектури  
Повітрофлотський просп., 31, м. Київ, Україна. 03680

DOI: 10.32347/2410-2547.2019.102.121-138

В статті, на основі рівняння Бернуллі для стислого газу, оцінки зміни характеристик надзвукового потоку в течії Прандтля-Майера та гіпотези “динамічного скривлення” аеродинамічного профілю, встановлені закономірності взаємодії стрибків ущільнення з кутковою швидкістю коливань аеродинамічних поверхонь управління. Встановлені закономірності пояснюють причину виникнення збуджуючих сил і шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь управління надзвукових літаків і аеродинамічних систем на транзвукових швидкостях польоту.

На базі встановлених закономірностей взаємодії стрибків ущільнення з кутковою швидкістю коливання аеродинамічних поверхонь управління отримані математичні моделі оцінки величин збуджуючих сил і збуджуючих шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь управління.

**Ключові слова:** математична модель, транзвуковий флатер, аеродинамічний профіль, аеродинамічна поверхня керування, стрибки ущільнення, транзвуковий потік, число  $M$  польоту, тиск місцевого надзвукового потоку, збуджений шарнірний момент.

**Постановка проблеми.** Забезпечення безпеки польотів надзвукових літаків та аерокосмічних систем у транзвуковому діапазоні чисел  $M$  польоту досі залишається актуальною науковою і прикладною проблемою. Це обумовлено особливостями обтікання аеродинамічних поверхонь неоднорідним (транзвуковим) потоком повітря і пов'язано з виникненням на цих режимах польоту різноманітних явищ аеропружності. До таких явищ можна віднести:

- збільшення згинальних моментів несучих аеродинамічних поверхонь;
- збільшення статичних шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування;
- виникнення інтенсивних коливань аеродинамічних поверхонь керування.

**Аналіз основних досліджень і публікацій.** У праці [1], яка присвячена дослідженням коливань аеродинамічних поверхонь керування літаків на транзвукових швидкостях польоту, розглянуто три типа коливань:

- тип «А» - коливання аеродинамічних поверхонь керування, які обумовлені відривом прикордонного шару за стрибками ущільнення і які

спостерігаються в експериментальних дослідженнях на великих кутах атаки і при відсутності стрибків ущільнення на поверхні аеродинамічного профілю;

- тип «В» - коливання аеродинамічних поверхонь керування, які обумовлені особливостями їх взаємодії зі стрибками ущільнення і спостерігаються в експериментальних дослідженнях на тонких симетричних аеродинамічних профілях, які розташовані у трансзвуковому потоці повітря під нульовим кутом атаки;

- тип «С» - коливання аеродинамічних поверхонь керування при невеликих надзвукових швидкостях польоту.

Зауважимо, що до найбільш небезпечних явищ аеропружності необхідно віднести коливання аеродинамічних поверхонь керування типу «В», виникнення яких неодноразово закінчувалося руйнацією елементів конструкції літаків і, у першу чергу, елементів конструкції аеродинамічних поверхонь керування.

У деяких працях [2, 3] цей тип коливань аеродинамічних поверхонь керування має назву «трансзвуковий» (одноступеневий) флатер, оскільки виникнення цього типу коливань можливо при наявності лише однієї ступені свободи, наприклад, при наявності лише крутильних коливань аеродинамічної поверхні керування.

Теоретичним та експериментальним дослідженням цього явища присвячено багато публікацій, в яких запропоновані різноманітні підходи для обґрунтування причин виникнення інтенсивних коливань аеродинамічних поверхонь керування сучасних надзвукових літаків, умови їх виникнення, вплив різноманітних факторів на рівень коливань [3–7].

За результатами льотних та лабораторних досліджень [3–7], виникнення трансзвукового флатеру спостерігається у вузькому діапазоні чисел  $M$  польоту, частоти коливань дорівнюють частотам власних пружних коливань аеродинамічних поверхонь керування у наземних умовах, рівень коливань збільшується зі збільшенням швидкісного напору або зі зменшенням висоти польоту.

Відмічено, що рівень цих коливань залежить від великої кількості параметрів, до основних з яких віднесені: число  $M$  потоку повітря; геометричні характеристики аеродинамічних поверхонь, частота їх власних пружних коливань та масово-інерційні характеристики [1].

У деяких працях відмічений вплив стрибків ущільнення на виникнення коливань аеродинамічних поверхонь у трансзвуковому потоці повітря.

Так, у праці [8] відмічено, що: «Стрибок ущільнення є основною причиною різкого зниження межі флатеру на режимі трансзвукових швидкостей», але теоретичного обґрунтування цього припущення у праці не наведено.

У праці [9] вказано, що «Ударні хвилі не виникають в деякій визначеній точці профілю, вони коливаються з великою частотою між двома можливими положеннями рівноваги».

Але досі не розроблені загально прийняті математичні моделі, якими можна описати процеси, що відбуваються при виникненні коливань аеродинамічних поверхонь керування на цих режимах польоту [1].

**Мета статті.** Визначити безпечний діапазон трансзвукових чисел  $M$  польоту, в якому виникають інтенсивні коливання аеродинамічних поверхонь керування (тип «В»), з метою підготовки рекомендацій льотному складу щодо особливостей керуваннями надзвуковими літаками у трансзвуковому діапазоні чисел  $M$  польоту.

**Виклад основного матеріалу.** Аналіз режимів польоту, на яких спостерігалось виникнення трансзвукового флатеру, свідчить, що більша частина випадків руйнації елементів конструкції аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків припадає на етап зменшення швидкості польоту літаків з надзвукової до дозвуковою. Тому виникає необхідність теоретичного обґрунтування цього явища.

Вище було відмічено, що однією з причин виникнення інтенсивних коливань аеродинамічних поверхонь керування типу «В» є особливості їх взаємодії зі стрибками ущільнення. Ці особливості і будуть використані для визначення безпекового діапазону трансзвукових чисел  $M$  польоту надзвукових літаків та аерокосмічних систем.

Аналіз особливостей обтікання аеродинамічних профілів трансзвуковим потоком повітря почнемо з аналізу рівняння (теорема) Гюгоньо [9]

$$(M^2 - 1) \frac{dV}{V} = \frac{dS}{S}, \quad (1)$$

де  $M$  - число  $M$  надзвукового або дозвукового потоку повітря;  $V$  – швидкість надзвукового або дозвукового потоку повітря;  $S$  - площа перетину трубки току повітря або площа перетину сопла.

З аналізу рівняння (1) випливає, що швидкість дозвукового потоку збільшується, якщо зменшується площа перетину трубки току повітря або площа перетину сопла. А швидкість надзвукового струму збільшується, якщо площа перетину трубки току повітря або площа перетину сопла збільшується. Тобто, у конфузорній частини аеродинамічного профілю число  $M$  збільшується до числа  $M = 1,0$  і далі залишається незмінним при збільшенні числа  $M$  незбудженого дозвукового потоку повітря ( $M_\infty$ ) від критичного числа  $M$  аеродинамічного профілю ( $M_{кр}$ ) до числа  $M_\infty = 1,0$ .

Цей ефект має назву «закон стабілізації місцевих чисел  $M$ » [10].

У дифузорній частини аеродинамічного профілю, тобто, коли  $\frac{dS}{S} > 0$ , швидкість місцевого надзвукового потоку збільшується, тому збільшується і число  $M$  місцевого надзвукового потоку. Причому, максимальна величина числа  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю має обмеження, які обумовлені геометричними характеристиками аеродинамічного профілю та максимальним адіабатичним розширенням місцевого надзвукового потоку.

Геометричне обмеження максимальної величини числа  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю обумовлено максимальним кутом відхилення надзвукового потоку навколо випуклої поверхні (течія Прандтля-Майєра) і може бути визначена відомою наближеною залежністю [3]

$$M_1 \approx \sqrt[3]{1 + 11,5\varphi(x)}, \quad (2)$$

де  $M_1$  - число  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні профілю;  $\varphi(x)$  - кут відхилення надзвукового потоку у дифузійній частині аеродинамічного профілю.

Похибка визначення числа  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю за допомогою залежності (2) при  $\varphi(x) \leq 10^\circ$  не перевищує 1,0%. Така похибка є значно меншою за похибку обробки експериментальних даних, точність яких не перевищує 5,0% [7].

Кут відхилення надзвукового потоку у залежності (2) визначається геометричними характеристиками дифузійної частини профілю.

Для наближеної інженерної оцінки характеристик типових аеродинамічних профілів надзвукових літаків кут відхилення можна визначати параболою виду

$$\varphi(x) \approx \varphi_0 \frac{x_c}{b_1}, \quad (3)$$

де  $\varphi_0$  - максимальний кут нахилу дотичної до поверхні дифузійної частини профілю або максимальний кут відхилення місцевого надзвукового потоку у дифузійній частині аеродинамічного профілю;  $x_c$  - відстань перетину розташування стрибків ущільнення від перетину максимальної товщини профілю;  $b_1$  - відстань перетину максимальної товщини профілю до його задньої кромки.

Адіабатичне обмеження числа  $M_1$  обумовлено максимально можливим розширенням місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю і визначається наближеною залежністю, яка отримана у праці [3]

$$M_1 - 1 \approx 2(M_\infty - M_{кр}). \quad (4)$$

Критичне число  $M$  тонких аеродинамічних профілів, які розташовані у потоці повітря під нульовим кутом атаки, можна приблизно визначити на підставі результатів лабораторних досліджень [7, 10] або з рівняння, яке запропоновано у праці [4]

$$M_{кр} \approx 1 - 0,7\sqrt{\bar{\tau}}, \quad (5)$$

де  $\bar{\tau}$  - відносна товщина аеродинамічного профілю, тобто, відношення максимальної товщини профілю до його хорди.

З метою аналізу особливостей взаємодії стрибків ущільнення з коливаннями аеродинамічних поверхонь керування та визначення безпекового діапазону чисел  $M$  польоту, розглянемо тонкий аеродинамічний профіль з аеродинамічної поверхнею керування, який розташований у трансзвуковому потоці під нульовим кутом атаки. Обтікання аеродинамічного профілю трансзвуковим потоком повітря уявляємо безвідривним. Швидкість трансзвукового потоку відповідає таким числам  $M$ , при яких стрибки ущільнення знаходяться на аеродинамічній поверхні керування (рис. 1).

Залежності (2) - (4) дозволяють установити закономірності взаємодії стрибків ущільнення з коливаннями аеродинамічних поверхонь керування. Дійсно, при малих амплітудах коливання аеродинамічних поверхонь керування у рівнянні (4) число  $M_\infty = Const$ , число  $M_{кр} \approx Const$ ,

тому і число  $M_1 = Const$ . Тобто, згідно рівнянь (2) і (3), стрибки ущільнення при коливаннях аеродинамічних поверхонь керування переміщуються у ті перетини хорди профілю аеродинамічних поверхонь керування, в яких кут відхилення місцевого надзвукового потоку на поверхні профілю залишається рівним куту відхилення потоку у перетині початкового розташування стрибків ущільнення.

Ці закономірності взаємодії стрибків ущільнення з коливаннями аеродинамічних поверхонь керування наведені у праці [3], тому нагадаємо лише ті особливості взаємодії стрибків ущільнення з коливаннями аеродинамічних поверхонь керування, які викликають виникнення збуджених сил і шарнірних моментів, а саме, особливості взаємодії стрибків ущільнення з кутовою швидкістю коливань аеродинамічних поверхонь керування.

Для оцінки цих особливостей скористаємося гіпотезою «динамічного скривлення» аеродинамічного профілю [11]. Згідно з цією гіпотезою, характеристики сталого аеродинамічного профілю не відрізняються від характеристик профілю, який коливається, якщо сталий профіль скривлений таким чином, що місцеві кути його обтікання потоком повітря змінюються за законом

$$\Delta\delta(\delta) = \frac{x_{ck}}{V} \dot{\delta}(t), \quad (6)$$

де  $x_{ck}$  - відстань перетину розташування стрибків ущільнення від осі обертання аеродинамічної поверхні керування;  $\dot{\delta}(t)$  - кутова швидкість коливань аеродинамічної поверхні керування.

Враховуючи вищенаведене та залежності (3) і (6), переміщення стрибків ущільнення уперед і назад від початкового розташування, які обумовлені закономірностями їх взаємодії з кутовою швидкістю коливань аеродинамічної поверхні керування, можна визначити з наступних рівнянь:

$$\varphi(x) = \varphi_0 \frac{x_c}{b_1} \approx \varphi_0 \frac{x_c - \Delta x_y(x; \dot{\delta})}{b_1} + \frac{x_{ck} - \Delta x_y(x; \dot{\delta})}{V} \dot{\delta}(t); \quad (7)$$

$$\varphi(x) = \varphi_0 \frac{x_c}{b_1} \approx \varphi_0 \frac{x_c + \Delta x_n(x; \dot{\delta})}{b_1} - \frac{x_{ck} + \Delta x_n(x; \dot{\delta})}{V} \dot{\delta}(t), \quad (8)$$

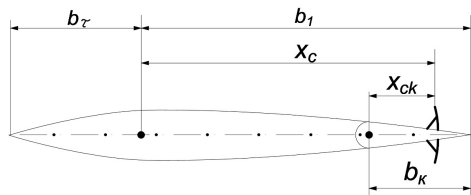


Рис. 1. Аеродинамічний профіль у трансзвуковому потоці зі стрибками ущільнення

де  $\Delta x_y(x; \dot{\delta})$  – величина переміщення стрибків ущільнення уперед від початкового розташування;  $\Delta x_n(x; \dot{\delta})$  – величина переміщення стрибків ущільнення назад від початкового розташування.

З рівнянь (3) і (7) отримаємо переміщення стрибків ущільнення уперед від початкового розташування

$$\Delta x_y(x; \dot{\delta}) \approx \frac{x_{ck} b_1}{\varphi_0 V + b_1 \dot{\delta}(t)} \dot{\delta}(t). \quad (9)$$

З рівнянь (3) і (8) отримаємо переміщення стрибків ущільнення назад від початкового розташування

$$\Delta x_n(x; \dot{\delta}) \approx \frac{x_{ck} b_1}{\varphi_0 V - b_1 \dot{\delta}(t)} \dot{\delta}(t). \quad (10)$$

З рівнянь (9) і (10) отримаємо сумарне переміщення стрибків ущільнення уперед і назад від початкового розташування, яке обумовлено їх взаємодією з кутовою швидкістю коливань аеродинамічної поверхні керування

$$\Delta l_1(x; \dot{\delta}) \approx 2 \frac{x_{ck} b_1 \varphi_0 V}{\varphi_0^2 V^2 - b_1^2 \dot{\delta}^2(t)} \dot{\delta}(t). \quad (11)$$

При малих амплітудах коливань, враховуючи, що зміна тиску місцевого надзвукового потоку після стрибків ущільнення до тиску незбудженого потоку повітря здійснюється за законом, близьким до лінійного [12, 13], характер зміни розподіленої величини збудженої сили за хордою профілю аеродинамічної поверхні керування можна подати у вигляді, який запропонований у праці [3]

$$\bar{F}_1(x; \dot{\delta}) \approx \frac{1}{2} \Delta P(x) \Delta l_1(x; \dot{\delta}), \quad (12)$$

де  $\Delta P(x)$  - характер зміни тиску місцевого надзвукового потоку за хордою профілю аеродинамічної поверхні керування.

Характер зміни тиску місцевого надзвукового потоку за хордою профілю аеродинамічної поверхні керування у рівнянні (12) можна уявити на підставі аналізу рівняння Бернуллі для стислого газу [14]. А саме, враховуючи, що розширення місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю починається з критичної величини тиску, рівняння Бернуллі для стислого газу можна подати у вигляді

$$\bar{P}_1 = \frac{P_1}{P_\infty} = \left( \frac{1 + ((k-1)/2) M_{kp}^2}{1 + ((k-1)/2) M_\infty^2} \right)^{\frac{k}{k-1}} - (1 - \bar{P}_{kp}), \quad (13)$$

де  $\bar{P}_1$  - відносна величина тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю;  $P_1$  - величина тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю;  $P_\infty$  - величина тиску незбудженого дозвукового потоку повітря;  $k$  - показник адіабати

(для повітря  $k=1.405$ );  $\bar{P}_{кр}$  – відносна величина критичного тиску місцевого потоку на поверхні аеродинамічного профілю.

Рівняння (13) при  $M_\infty = 1,0$  можна перетворити у рівняння

$$\bar{P}_{1\min} = 2\bar{P}_{кр} - 1, \quad (14)$$

де  $\bar{P}_{1\min}$  – мінімальна відносна величина тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю при повному адіабатичному розширенні, тобто, при  $M_\infty = 1,0$ .

Перетворимо залежність (14) до виду

$$\Delta\bar{P}_{1\max} = 1 - \bar{P}_{1\min} = 2(1 - \bar{P}_{кр}) = 2\Delta\bar{P}_{кр}, \quad (15)$$

де  $\Delta\bar{P}_{1\max}$  – максимальна відносна величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю при повному адіабатичному розширенні;  $\Delta\bar{P}_{кр}$  – відносна величина зміни критичного тиску місцевого потоку на поверхні аеродинамічного профілю.

Рівність (15) вказує, що при повному адіабатичному розширенні місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю, максимальна відносна величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку удвічі більше, ніж відносна величина зміни критичного тиску.

На підставі рівності (15) та результатів праць [12, 13], залежність величини зміни тиску місцевого надзвукового потоку за хордою аеродинамічного профілю від  $x_c = 0$  до перетину розташування стрибків ущільнення можна подати у вигляді, як це було запропоновано у праці [3]

$$\Delta P(x) \approx \frac{1}{2} \Delta P_0 \left( 1 + \frac{x_c}{b_1} \right), \quad (16)$$

де  $\Delta P_0$  – максимальна величина зміни тиску місцевого надзвукового потоку на поверхні сталого аеродинамічного профілю при таких числах  $M$  дозвукового потоку, коли стрибки ущільнення досягають задньої кромки профілю.

Величина  $\Delta P_0$  у рівнянні (16) може бути подана відомою наближеною залежністю [3]

$$\Delta P_0 \approx P_\infty (M_{10} - M_{\infty 0}), \quad (17)$$

де  $M_{10}$  – число  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні сталого аеродинамічного профілю, при якому стрибки ущільнення досягають задньої кромки;  $M_{\infty 0}$  – число  $M$  незбудженого дозвукового потоку, при якому стрибки ущільнення досягають задньої кромки сталого аеродинамічного профілю.

Число  $M_{10}$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю у рівнянні (17) можна визначити з рівняння, яке аналогічно рівнянню (2), тобто

$$M_{10} \approx \sqrt[3]{1 + 11,5\varphi_0}. \quad (18)$$

А число  $M_{\infty 0}$  незбудженого дозвукового потоку повітря у рівнянні (17) може бути визначено з рівняння (4), яке у даному випадку має вигляд

$$M_{10} - 1 \approx 2(M_{\infty 0} - M_{кр}). \quad (19)$$

Враховуючи, що

$$x_c = b_1 - b_k + x_{ck}, \quad (20)$$

залежність (16) можна перетворити до виду

$$\Delta P(x) = \Delta P_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{b_1} \left( 1 - \frac{x_{ck}}{b_k} \right) \right], \quad (21)$$

де  $b_k$  – хорда профілю аеродинамічної поверхні керування.

Підставляючи залежності (11) і (21) у рівняння (12), отримаємо математичну модель оцінки розподіленої величини збудженої сили аеродинамічної поверхні керування на цієї ділянці розташування стрибків ущільнення

$$\bar{F}_1(x; \dot{\delta}) \approx \Delta P_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{b_1} \left( 1 - \frac{x_{ck}}{b_k} \right) \right] \frac{x_{ck} b_1 \dot{\delta}(t)}{\varphi_0^2 V^2 - b_1^2 \dot{\delta}^2(t)}. \quad (22)$$

При малих амплітудах коливань аеродинамічної поверхні керування розподілена величина збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування може бути визначена наступною наближеною залежністю, як це запропоновано у праці [3]

$$\bar{M}_1(x; \dot{\delta}) \approx F_1(x; \dot{\delta}) l_1(x; \dot{\delta}), \quad (23)$$

де  $l_1(x; \dot{\delta})$  – відстань центру тиску збудженої сили від осі обертання аеродинамічної поверхні керування.

Відстань центру тиску збудженої сили від осі обертання аеродинамічної поверхні керування може бути визначена з наступної наближеної залежності

$$l_1(x; \dot{\delta}) \approx x_{ck} + \frac{1}{2} [\Delta x_u(x; \dot{\delta}) - \Delta x_y(x; \dot{\delta})]. \quad (24)$$

Підставляючи рівняння (22) і (24) у залежність (23) та враховуючи залежності (9) і (10), отримаємо математичну модель оцінки розподіленої величини збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування на цієї ділянці розташування стрибків ущільнення

$$\bar{M}_1(x; \dot{\delta}) \approx \Delta P_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{b_1} \left( 1 - \frac{x_{ck}}{b_k} \right) \right] \frac{x_{ck}^2 \varphi_0^3 V^3 b_1 \dot{\delta}(t)}{[\varphi_0^2 V^2 - b_1^2 \dot{\delta}^2(t)]^2}. \quad (25)$$

З аналізу рівняння (25) випливає, що розподілена величина збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування зі збільшенням переміщень стрибків ущільнення до задньої кромки профілю збільшується за квадратичним законом.

Але при збільшенні числа  $M$  незбудженого дозвукового потоку повітря або при збільшенні амплітуди коливань аеродинамічної поверхні керування переміщення стрибків ущільнення назад від початкового розташування обме-



жуються задньою кромкою профілю. Тому зменшується розподілена величина збудженої сили і розподілена величина збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування. Цю умову можна подати у вигляді

$$x_{ck} = b_k - \Delta x_n(x; \delta). \quad (26)$$

Тобто, у даному випадку, сумарне переміщення стрибків ущільнення зменшується за законом

$$\Delta l_2(x; \delta) = b_k - x_{ck} + \Delta x_n(x; \delta). \quad (27)$$

У цьому випадку розподілена величина збудженої сили аеродинамічної поверхні керування, як і вище, може бути подана наближеною залежністю

$$\bar{F}_2(x; \delta) \approx \frac{1}{2} \Delta P(x) \Delta l_2(x; \delta). \quad (28)$$

Підставляючи у залежність (28) рівняння (21) і (27) та враховуючи залежність (9), отримаємо математичну модель оцінки розподіленої величини збудженої сили аеродинамічної поверхні керування на цій ділянці хорди профілю

$$\bar{F}_2(x; \delta) \approx \frac{1}{2} \Delta P_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{b_1} \left( 1 - \frac{x_{ck}}{b_k} \right) \right] \left[ b_k - \frac{x_{ck} \Phi_0 V}{\Phi_0 V + b_1 \dot{\delta}(t)} \right]. \quad (29)$$

Розподілена величина збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування на цій ділянці хорди профілю може бути визначена, як і вище, наближеною залежністю

$$M_2(x; \delta) \approx F_2(x; \delta) l_2(x; \delta), \quad (30)$$

де  $l_2(x; \delta)$  – відстань центру тиску збудженої сили від осі обертання аеродинамічної поверхні керування.

Відстань центру тиску збудженої сили від осі обертання аеродинамічної поверхні керування у залежність (30) може бути визначена з наступної наближеної залежності

$$l_2(x; \delta) \approx b_k - \frac{1}{2} \Delta l_2(x; \delta). \quad (31)$$

Підставляючи рівняння (29) і (31) у залежність (30) та враховуючи залежності (9) і (27), отримаємо математичну модель оцінки розподіленої величини збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування на цій ділянці розташування стрибків ущільнення

$$\bar{M}_2(x; \delta) \approx \frac{1}{4} \Delta P_0 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{b_1} \left( 1 - \frac{x_{ck}}{b_k} \right) \right] \left\{ b_k^2 - \frac{x_{ck}^2 \Phi_0^2 V^2}{[\Phi_0 V + b_1 \dot{\delta}(t)]^2} \right\}. \quad (32)$$

Зауважимо, що при подальшому збільшенні числа  $M$  незбудженого потоку повітря початкове розташування стрибків ущільнення може бути умовно визначено залежністю

$$x_{ck} \geq b_k. \quad (33)$$

Тобто, згідно умови (33), стрибки ущільнення знаходяться на задній кромці профілю, але при збільшенні амплітуди коливань аеродинамічних поверхонь керування стрибки ущільнення мають можливість

переміщуватися уперед і сумарна величина їх переміщення може бути визначена залежністю, яка аналогічна залежності (27)

$$\Delta l_3(x; \dot{\delta}) = b_k - x_{ck} + \Delta x_y(b_k; \dot{\delta}). \quad (34)$$

Зауважимо, що у даному випадку, оскільки стрибки ущільнення фактично знаходяться на задній кромці профілю, величини їх переміщення уперед від початкового розташування у залежності (34) можна також визначати з рівняння (9), але, з урахуванням умови (33), тобто:

$$\Delta x_y(b_k; \dot{\delta}) \approx \frac{b_k b_1}{\varphi_0 V + b_1 \dot{\delta}(t)} \dot{\delta}(t). \quad (35)$$

Математична модель оцінки розподіленої величини збудженої сили аеродинамічної поверхні керування, у даному випадку, може бути подана, як і вище, залежністю (28), але, з урахуванням умови (33) та залежностей (34) і (35), вона приймає вигляд

$$\bar{F}_3(x; \dot{\delta}) \approx \frac{1}{2} \Delta P_0 \left[ b_k - x_{ck} + \frac{b_k b_1 \dot{\delta}(t)}{\varphi_0 V + b_1 \dot{\delta}(t)} \right]. \quad (36)$$

Розподілена величина збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування може бути визначена наближеною залежністю, яка аналогічна залежності (30), а, саме,

$$M_3(x; \dot{\delta}) \approx F_3(x; \dot{\delta}) l_3(x; \dot{\delta}), \quad (37)$$

де  $l_3(x; \dot{\delta})$  – відстань центру тиску збудженої сили від осі обертання аеродинамічної поверхні керування.

Відстань центру тиску збудженої сили від осі обертання аеродинамічної поверхні керування може бути визначена, як і вище, залежністю (31), тобто

$$l_3(x; \dot{\delta}) \approx b_k - \frac{1}{2} \Delta l_3(x; \dot{\delta}). \quad (38)$$

За умови (33) та з урахуванням рівнянь (34)–(38), математична модель оцінки розподіленої величини збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування може бути подана у вигляді

$$\bar{M}_3(x; \dot{\delta}) \approx \frac{1}{2} \Delta P_0 \left[ b_k - x_{ck} + \frac{b_k b_1 \dot{\delta}(t)}{\varphi_0 V + b_1 \dot{\delta}(t)} \right] \left[ b_k + x_{ck} - \frac{b_k b_1 \dot{\delta}(t)}{\varphi_0 V + b_1 \dot{\delta}(t)} \right]. \quad (39)$$

Насамкінець, при подальшому збільшенні числа  $M$  польоту переміщення стрибків ущільнення уперед, навіть при великих амплітудах коливань аеродинамічних поверхонь керування, неможливо, тобто,

$$\Delta l_3(x; \dot{\delta}) = b_k - x_{ck} + \Delta x_y(b_k; \dot{\delta}) = 0. \quad (40)$$

У цьому випадку, як впливає з рівняння (40), стрибки ущільнення умовно розташовані позаду задньої кромки профілю аеродинамічної поверхні керування, а, саме,

$$x_{ck} = b_k + \Delta x_y(b_k; \dot{\delta}). \quad (41)$$

За умов (40) і (41) величини збуджених сил і шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування дорівнюють нулю.

Отримані результати дозволяють провести кількісний аналіз залежності збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування від розташування стрибків ущільнення за хордою профілю та від чисел  $M$  польоту.

Але для визначення безпекових умов польоту надзвукових літаків необхідно визначити максимально можливі величини збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування.

Підставляючи умову (26) у рівняння (25) або у рівняння (32), отримаємо максимально можливу величину розподілених збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування, тобто, моментів, які обумовлені особливостями взаємодії стрибків ущільнення з кутковою швидкістю коливань аеродинамічних поверхонь керування.

$$\bar{M}_0(\dot{\delta}) \approx \Delta P_0 b_k^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{\Phi_0 V} \dot{\delta}(t) \right] \left\{ \frac{\Phi_0 V b_1 \dot{\delta}(t)}{\left[ \Phi_0 V + b_1 \dot{\delta}(t) \right]^2} \right\}. \quad (42)$$

З метою спрощення аналізу рівняння (42), уявимо його у вигляді

$$\bar{M}_0(\dot{\delta}) \approx \Delta P_0 b_k^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{b_1} \dot{Z}(t) \right] \frac{\dot{Z}(t)}{\left[ 1 + \dot{Z}(t) \right]^2}. \quad (43)$$

У рівнянні (43) уведений груповий безрозмірний параметр, який, як випливає з рівняння (42), дорівнює

$$\dot{Z}(t) = \frac{b_1 \dot{\delta}(t)}{\Phi_0 V}. \quad (44)$$

Крім того, уведемо безрозмірний параметр – коефіцієнт збудженого шарнірного моменту аеродинамічних поверхонь керування,

$$m_0(\dot{\delta}) = \frac{\bar{M}_0(\dot{\delta})}{\Delta P_0 b_k^2} \approx \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{b_k}{b_1} \dot{Z}(t) \right] \frac{\dot{Z}(t)}{\left[ 1 + \dot{Z}(t) \right]^2}. \quad (45)$$

Залежність (45) нелінійна, тому доцільно визначити максимально можливу величину коефіцієнту збудженого шарнірного моменту аеродинамічних поверхонь керування для типових аеродинамічних профілів надзвукових літаків. Максимально можливу величину коефіцієнту збудженого шарнірного моменту у рівнянні (45) можна визначити при умові

$$\frac{dm_0(\dot{\delta})}{d\dot{Z}(t)} = 0. \quad (46)$$

Після диференціювання рівняння (45), з урахуванням умови (46), отримаємо

$$\dot{Z}(t) = \frac{b_1}{b_1 + b_k}. \quad (47)$$

Підставляючи залежність (47) у рівняння (45), отримаємо максимально можливу величину коефіцієнту збудженого шарнірного моменту аеродинамічних поверхонь керування

$$m_0(\dot{\delta}) = \frac{1}{2} \frac{b_1}{(2b_1 + b_k)}. \quad (48)$$

З аналізу рівняння (48) випливає, що максимально можлива величина коефіцієнту збудженого шарнірного моменту аеродинамічних поверхонь керування залежить лише від відношення  $b_k/b_1$ .

Амплітуду коливань аеродинамічних поверхонь керування, враховуючи гармонічний характер їх коливань при виникненні трансзвукового флатеру, отримаємо з порівняння залежностей (44) і (47)

$$\delta_0 = \frac{\varphi_0 V}{\omega(b_1 + b_k)}, \quad (49)$$

де  $\delta_0$  - амплітуда коливань аеродинамічної поверхні керування;  $\omega$  - кутова частота власних коливань аеродинамічної поверхні керування.

Аналіз залежності (49) показує, що для сучасних надзвукових літаків амплітуди коливань аеродинамічної поверхні керування, при яких збуджений шарнірний момент досягає максимальної величини, знаходиться у межах  $\delta_0 = 1,2^\circ - 1,5^\circ$ .

Тобто, збуджений шарнірний момент досягає максимальної величини при відносно малих амплітудах коливань аеродинамічних поверхонь керування. Тому аналіз безпекових режимів польоту при виникненні трансзвукового флатеру доцільно виконувати при умові (46), коли коефіцієнт збудженого шарнірного моменту аеродинамічних поверхонь керування досягає максимальної величини.

Крім того, з метою кількісної оцінки безпекового діапазону чисел  $M$  польоту, уявимо залежність чисел  $M$  місцевого надзвукового потоку на поверхні аеродинамічного профілю у вигляді лінійної функції, як це було прийнято у праці [15] і, як це підтверджено результатами лабораторних досліджень [7, 12, 13]

$$M_1(x) \approx 1 + (M_{10} - 1) \frac{x_c}{b_1}. \quad (50)$$

З рівнянь (4) і (50) отримаємо залежність чисел  $M$  незбудженого потоку повітря від перетину розташування стрибків ущільнення на поверхні аеродинамічного профілю

$$M_\infty(x) \approx \frac{1}{2} \frac{x_c}{b_1} (M_{10} - 1) + M_{кр}. \quad (51)$$

З рівнянь (25) і (41) можна визначити перетини розташування стрибків ущільнення на профілю аеродинамічної поверхні керування, в яких можливо виникнення трансзвукового флатеру, а, саме

$$0 \leq x_{ck}(\delta) \leq b_k + \Delta x_y(\delta). \quad (52)$$

Отримані результати дозволяють кількісно оцінити діапазон чисел  $M$  незбудженого потоку повітря, в якому можливе виникнення збудженого шарнірного моменту аеродинамічних поверхонь керування.

Кількісну оцінку безпекових чисел  $M$  польоту визначимо для наступних типів конструкційних параметрів несучих аеродинамічних поверхонь і аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків:

- відношення  $b_k/b_1 = 0,5$ ;

- відносна товщина профілю  $\bar{\tau} = 0,05$ ;
- максимальний кут нахилу до поверхні дифузорної частини аеродинамічного профілю [10]  $\varphi_0 \approx 0,85\bar{\tau} = 0,0425$ ;
- кут стрілоподібності аеродинамічного профілю  $\chi = 45^\circ$ .

При прийнятих вхідних даних число  $M_{10}$  у рівнянні (51) визначається згідно залежності (18) і дорівнює  $M_{10} = 1,142$ .

Критичне число  $M$  аеродинамічного профілю у рівнянні (51) визначається залежністю (5), яка у даному випадку має вигляд

$$M_{кр} \approx 1 - 0,7\sqrt{\bar{\tau}} \cos \chi. \quad (53)$$

При прийнятих вхідних даних, з рівняння (53) отримаємо  $M_{кр} = 0,8684$ .

З рівняння (48) випливає, що максимально можлива величина коефіцієнту збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування, при прийнятих вхідних даних, дорівнює  $m_0(\delta) = 0,2$ . Ця величина коефіцієнту збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування спостерігається при умові (26), яку, з урахуванням залежностей (10), (20) і (47), при прийнятих вхідних даних, можна подати у вигляді  $x_c = 0,666b_1$ . Підставляючи  $x_c$  у рівняння (51), та враховуючи величини  $M_{10} = 1,142$  і  $M_{кр} = 0,8684$ , отримаємо число  $M$  польоту, при якому спостерігається максимально можлива величина коефіцієнту збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування, а саме  $M_\infty = 0,9157$ .

Оцінимо діапазон чисел  $M$  польоту, в якому можливе виникнення збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування.

Як випливає з рівняння (25), виникнення збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування можливо при умові  $x_{ck} \geq 0$ , яку, з урахуванням залежності (20) і прийнятих вхідних даних, можна подати у вигляді  $x_c = 0,5b_1$ .

Підставляючи отриману величину у рівняння (51), визначимо мінімальну величину числа  $M$  польоту, при якому можливе виникнення збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування

$$M_{\infty 1} = 0,9039.$$

Максимальну величину числа  $M$  польоту, при якому можливе виникнення збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування, можна визначити при умові (52), яку, з урахуванням залежностей (20), (35), (40) і прийнятих вхідних даних, уявимо у вигляді

$$x_c = 1,2b_1.$$

Підставляючи отриману величину у рівняння (51), визначимо максимальне число  $M$  польоту, при якому можливе виникнення збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування

$$M_{\infty 2} = 0,9536.$$

З отриманих результатів випливає, що виникнення збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування можливе у діапазоні чисел  $M$  польоту, який дорівнює:

$$\Delta M_{\infty} = M_{\infty 2} - M_{\infty 1} = 0,9536 - 0,9039 = 0,0497.$$

Тобто, виникнення збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування можливе в узькому діапазоні чисел  $M$  польоту.

Як вказано вище, максимально можлива величина коефіцієнту збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування спостерігається при  $M_{\infty} = 0,9157$

і дорівнює  $m_0(\delta) = 0,2$ .

При  $M_{\infty} \leq 0,9157$  або при  $M_{\infty} \geq 0,9157$  коефіцієнт збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування починає зменшуватися. Характер залежності коефіцієнту збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування від чисел  $M$  польоту поданий на рис. 2.

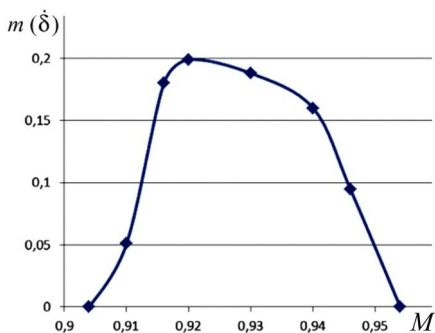


Рис. 2. Безпечний діапазон чисел  $M$  польоту

З отриманих результатів кількісної оцінки та з рис. 2 можна бачити, що при збільшенні швидкості польоту з дозвукової до надзвуковою літаки знаходяться на ділянці збільшення збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування у діапазоні чисел  $M$  польоту, який дорівнює:

$$\Delta M_{\infty 1} = M_{\infty} - M_{\infty 1} = 0,9157 - 0,9039 = 0,0118.$$

При зменшенні швидкості польоту з надзвукової до дозвуковою літаки знаходяться на ділянці збільшення збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування у діапазоні чисел  $M$  польоту, який дорівнює

$$\Delta M_{\infty 2} = M_{\infty 2} - M_{\infty} = 0,9536 - 0,9157 = 0,0379.$$

Тобто, діапазон чисел  $M$  польоту, в якому надзвукові літаки перебувають на етапі зменшення швидкості польоту з надзвукової до дозвуковою, більш, ніж у три рази перевищує діапазон чисел  $M$  польоту, в якому літаки перебувають на етапі збільшення швидкості польоту з дозвукової до надзвуковою.

Цей результат пояснює одну з можливих причин того, що більша частина льотних подій, які пов'язані з виникненням трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування, спостерігалися саме на етапі зменшення швидкості польоту літаків з надзвукової до дозвуковою.

Причиною цього явища також може бути і те, що величини аеродинамічних шарнірних моментів демпфірування поверхонь керування на етапі зменшення швидкості польоту літаків зменшуються, а на етапі збільшення швидкості польоту літаків – збільшуються.

**Висновки.** У статті, на підставі аналізу рівнянь Бернуллі для стислого газу, зміни характеристик надзвукового потоку у течії Прандтля-Майєра та гіпотези динамічного скривлення аеродинамічного профілю отримані математичні моделі оцінки розподілених величин збуджених сил і збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування.

На підставі кількісного аналізу отриманих математичних моделей доведено, що виникнення збудженого шарнірного моменту аеродинамічної поверхні керування спостерігається в узькому діапазоні чисел  $M$  польоту, в якому, за результатами льотних та лабораторних досліджень, виникає трансзвуковий флатер аеродинамічних поверхонь керування. Тобто, визначений безпековий діапазон чисел  $M$  польоту надзвукових літаків та аерокосмічних систем.

Отримані результати також пояснюють причину того, чому більша частина льотних подій, які пов'язані з виникненням трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків, спостерігається на етапі зменшення швидкості польоту з надзвукової до дозвукової.

Отримані результати можуть бути використані для попередньої наближеної оцінки характеристик трансзвукового флатеру аеродинамічних поверхонь керування надзвукових літаків і аерокосмічних систем та при підготовки рекомендацій льотному складу щодо особливостей керування надзвуковими літаками у трансзвуковому діапазоні чисел  $M$  польоту.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Аэродинамическое исследование колеблющейся поверхности управления при трансзвуковых скоростях. - М.: ЦАГИ. Обзор № 456, 1975. - 105 с.
2. Кузьмина С.И. Расчетные исследования трансзвукового флаттера самолета / Кузьмина С.И. - М.: Ученые записки ЦАГИ, том XX, № 6, 1989. - С. 110 - 115.
3. Семон Б.И. Трансзвуковий флатер: від МіГ-25 до Space Ship Two/ Семон Б.І., Сафронов О.В., Неділько О.М.// Наука і оборона-К. 2016. №3. - С. 32-35.
4. Сафронов А.В. Аэродинамическое воздействие скачков уплотнения на колеблющейся в околозвуковом потоке элерон / Сафронов А.В. – М.: Ученые записки ЦАГИ, том XX11, № 3, 1991. - С. 110 - 117.
5. Сафронов А.В. Условия возникновения автоколебаний аэродинамических поверхностей управления при безотрывном обтекании околозвуковым потоком газа / Сафронов А.В. – К.: Проблемы прочности. №2, 1990. - С. 50-55.
6. Сафронов О.В. Математична модель оцінки максимально можливих величин збуджених шарнірних моментів аеродинамічних поверхонь керування літаків при виникненні трансзвукового флатеру / Сафронов О.В., Неділько О.М.// Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України Харків, 2016. №4(25), с. 19-23.
7. Левкин В.Ф. Экспериментальные исследования нестационарных аэродинамических характеристик поверхностей управления при трансзвуковых скоростях / Левкин В.Ф. – М.: Труды ЦАГИ, выпуск 2132, 1982. – 16 с.
8. Исогаи К. О механизме резкого снижения границы флаттера крыла прямой стреловидности на режиме трансзвукового полета. Часть II / Исогаи К. – М.: Ракетная техника и космонавтика, том 19, № 10, 1981. - С. 169-171.
9. Гошек И. Аэродинамика больших скоростей / Гошек И. – М.: ИЛ, 1954. – 547 с.
10. Свищев Г. П. – М.: Труды ЦАГИ, выпуск 1722, 1975. – 10 с.
11. Келдыш М. В. Избранные труды. Механика. / Келдыш М.В. – М.: Наука, 1985. – 568 с.
12. Аэродинамика летательных аппаратов при трансзвуковых скоростях. Часть I – М.: Обзоры. Переводы. Рефераты. ЦАГИ, № 441, 1974. – 140 с.
13. Аэродинамика летательных аппаратов при трансзвуковых скоростях. Часть II. – М.: Обзоры. Переводы. Рефераты. ЦАГИ, № 442, 1974. – 161 с.

14. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика / Абрамович Г. Н. – М.: Наука, 1976. - 888 с.
15. *Вильямс М.Х.* Теория неустойчившегося движения тонкого профиля в трансзвуковом потоке с внутренними скачками уплотнения / Вильямс М.Х.-М.: Ракетная техника и космонавтика, том 18, №7, 1980. – С. 11-23.

## REFERENCES

1. Aerodinamicheskoe issledovanie koleblucheisja poverchnosti upravlenija pri transzvukovuch skorostjach. (1975). [Aerodynamic study of an oscillating control surface at transonic velocities], Moscow: TsAGI, No. 456, 105 p.
2. *Kuzmina S.I.* Raschetnie issledovanija transzvukovogo flatera samoleta [Kuzmina S.I. The calculated analysis of aircraft transonic flutter / Kuzmina S.I. – M.: Central Institute of Aerohydrodynamics materials, Volume XX, No.6, 1989. p.110 – 115].
3. *Semon B. I., Safronov A.V., Nedilko A.N.* (2016). «Transzvukovjy flutter: vid MiG – 25 do Space Ship Two» [Transonic Flutter: from MiG-25 to Space Ship Two], Science and Defense, No. 3, pp. 32-35.
4. *Safronov A.V.* Aerodinamicheskoe vozdejstvie skashkov uplotnenija na koleblucheisja v okolozvukovom potoke eleron. [Safronov A. Aerodynamic impact of shock waves on aileron oscillating in a transonic flow on aileron / A. Safronov - Moscow: CAHI Notes, Vol. 21, No. 3, 1991, p. 110 - 117].
5. *Safronov A.V.* Usloviya vznikoveniya avtokolebanij aerodinamicheskix poverhnostej upravlenija pri bezotrivnom obtekanii okolozvukovim potokom gaza [Safronov A.V. The self-oscillations conditions of the aerodynamic surfaces control with the attached flow of near-transonic flowing gas / Safronov A. V. – K.: Strength of materials. No.2, 1990, p.50-55].
6. *Safronov A.V., Nedilko A.N.* (2016). Matematichna model ozinki maksimalno moglivih velichin sbudgenih charnirnih momentiv aerodinamichnich verchon keruvanna pri viniknenni transzvukovogo flateru [Mathematical model of estimation of maximum possible values of excited hinge moments of aerodynamic surfaces of control in the occurrence of transonic flutter], Science and Technology of the Air Force of Ukraine, No. 4(25), pp. 19-23.
7. *Levkin V.F.* (1982). Eksperimentalnue issledovanija hestazionarnuch aerodinamicheskix charakteristik poverchnostej upravlenija pri transzvukovuch skorostjach [Experimental studies of non-stationary aerodynamic characteristics of control surfaces at transonic speeds], Papers of TsAGI, issue 2132, 16 p.
8. *Isogai K.* O mechanizme rezkogo snigenija granicu flatera krula prjamoj strelovidnosti na regime transzvukovogo poleta. [Isogai K. On the mechanism of a sharp decrease in the flutter boundary of a straight sweep in a transonic flight mode. Part II / Isogai K. - M. : RTK, Vol. 19, No. 10, 1981. Pp. 169-171].
9. *Goschek I.* (1954). Aerodinamika bolshix skorostej. [Aerodynamics of high speeds], Moscow: IL, 547 p.
10. *Svichev G.P.* Effektivnost rylya I sharnirnie momrnti ego pri bolshix skorostyx [Svyshchev G.P. Efficiency of the steering wheel and its hinge moments at high speeds / Svyshchev G. P. - M. : Works of CAHI, issue 1722, 1975.– 10 p.].
11. *Keldisch M.V.* (1985). Izbrannie trudi. Mechanika. [Selected works. Mechanics], Moscow: Science, 568 p.
12. *Aerodinamika letatelnych apparatov pri transzvukovuch skorostjach.* [Aerodynamics of aircraft at transonic speeds. Part I. - M. : Reviews. Translations. Abstracts. CAHI, No. 441, 1974. - 140 p.].
13. *Aerodinamika letatelnych apparatov pri transzvukovuch skorostjach.* [Aerodynamics of aircraft at transonic speeds. Part II. - M. : Reviews. Translations. Abstracts. CAHI, No. 442, 1974. – 161 p.].
14. *Abramovich G.N.* Prikladnaja gazovaja dinamika [Abramovich G. N. Applied gas dynamics / G. Abramovich N. - M. : Science, 1976. - 888 p.].
15. *Vilyams M.H.* Teoriya neustanovivshjegocu lvigeniya tonkogo profilya v transzvukovom potoke s vnutrennimi skakkami uplotnenija [Williams M. H. The unstable motion theory of the thin profile in the transonic flow with internal shock waves / Williams M.H. – M.: Rocket Engineering and Space Technology, Volume 18, No. 7, 1980. – p. 11-23].



*Safronov A.V., Semon B.I., Nedilko A.N., Gorina A.O.*

#### **OSCILLATIONS OF AERODYNAMIC CONSTRUCTIONS: SAFE SPEED BAND**

The article deals with the shock waves regularities interaction with the flutter angular speed of the aerodynamic surfaces control are established basing on the analysis of Bernoulli's equation for compressible gas, the evaluation of changes of the supersonic flow characteristics in the Prandtl-Meyer expansion fan and the aerodynamic profile "dynamic curvature" hypothesis. The established regularities explain the cause of the disturbing forces and hinge moments of the supersonic aircraft aerodynamic surfaces control and aerospace systems at transonic flight speeds.

The mathematical models of estimation of the disturbing forces and the disturbing hinges magnitudes of the aerodynamic surfaces control are obtained basing on the established regularities of shock waves with interaction the flutter angular velocity of the aerodynamic surfaces control.

The dangerous range of Mach number flight is determined basing on a quantitative analysis of the obtained mathematical models and it is shown that the genesis of transonic flutter of supersonic aircraft and aerospace systems is possible in a narrow range of the Mach numbers flight.

Moreover, the range of the Mach numbers flight, in which there is an increase in the disturbing hinge moments of the aerodynamic surfaces control and in which the planes stay in the phase of flight speed reducing from supersonic to subsonic, is more than three times the range of the Mach numbers flight, in which the planes stay in the phase of the flight speed increasing from subsonic to supersonic. This result permits to explain one of the possible reasons why the transonic flutter occurrence of the supersonic aircraft is more often observed in the phase of flight speed reducing from supersonic to subsonic.

The obtained results can be used for a preliminary assessment of the transonic flutter characteristics of the supersonic aircraft aerodynamic surfaces control and aerospace systems, as well as the recommendations developing for flight personnel on the piloting features of supersonic aircraft at transonic flight speeds.

**Keywords:** mathematical model, transonic flutter, aerodynamic profile, aerodynamic surface control, shock waves, transonic flow, Mach number flight, pressure of local supersonic flow, disturbing hinge moment.

*Сафронов А.В., Семон Б.И., Недилько А.Н., Горина А.А.*

#### **КОЛЕБАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ: БЕЗОПАСНЫЙ ДИАПАЗОН СКОРОСТЕЙ**

В статье, на базе анализа уравнения Бернулли для сжимаемого газа, оценки изменения характеристик сверхзвукового потока в течении Прандтля-Майера и гипотезы «динамического искривления» аэродинамического профиля, установлены закономерности взаимодействия скачков уплотнения с угловой скоростью колебаний аэродинамических поверхностей управления. Установленные закономерности объясняют причину возникновения возбуждающих сил и шарнирных моментов аэродинамических поверхностей управления сверхзвуковых самолетов и аэрокосмических систем на трансзвуковых скоростях полета

На базе установленных закономерностей взаимодействия скачков уплотнения с угловой скоростью колебаний аэродинамических поверхностей управления получены математические модели оценки величин возмущающих сил и возмущающих шарнирных моментов аэродинамических поверхностей управления.

**Ключевые слова:** математическая модель, трансзвуковой флаттер, аэродинамический профиль, аэродинамическая поверхность управления, скачки уплотнения, трансзвуковой поток, число  $M$  полета, давление местного сверхзвукового потока, возмущающий шарнирный момент.

УДК 629.735.33.015.4:533.6.013.422:629.7.025.1

Сафронов О.В., Семон Б.І., Неділько О.М., Горіна А.О. **Коливання аеродинамічних конструкцій: безпечний діапазон швидкостей** // Опір матеріалів і теорія споруд: наук.-тех. збірн. – К.: КНУБА, 2019. – Вип. 102.– С. 121-138.

*На основі рівняння Бернуллі для стислого газу, оцінки зміни характеристик надзвукового потоку в течії Прандтля-Майєра та гіпотези “динамічного скривлення” аеродинамічного профілю, встановлені закономірності взаємодії стрибків ущільнення з кутковою швидкістю коливань аеродинамічних поверхонь управління.*

Іл. 2. Бібліог. 15 назв.

UDC 629.735.33.015.4:533.6.013.422:629.7.025.1

Safronov A.V., Semon B.I., Nedilko O.M., Gorina A.O. **Oscillations of aerodynamic constructions: safe speed band** // Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles – Kyiv: KNUBA, 2019. – Issue 102. – P. 121-138.

*The article deals with the shock waves regularities interaction with the flutter angular speed of the aerodynamic surfaces control are established basing on the analysis of Bernoulli's equation for compressible gas, the evaluation of changes of the supersonic flow characteristics in the Prandtl-Meyer expansion fan and the aerodynamic profile “dynamic curvature” hypothesis.*

Fig. 2. Ref. 15.

УДК 629.735.33.015.4:533.6.013.422:629.7.025.1

Сафронов А.В., Семон Б.И., Недилько А.Н., Горина А.А. **Колебания аэродинамических конструкций: безопасный диапазон скоростей** // Сопrotивление материалов и теория сооружений: науч.-тех. сборн. – К.: КНУСА, 2019. - Вип. 102. – С. 121-138.

*На базе анализа уравнения Бернулли для сжимаемого газа, оценки изменения характеристик сверхзвукового потока в течении Прандтля-Майєра и гипотезы «динамического искривления» аэродинамического профиля, установлены закономерности взаимодействия скачков уплотнения с угловой скоростью колебаний аэродинамических поверхностей управления.*

Ил. 2. Библиог. 15 назв.

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, старший науковий співробітник Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського (м. Київ) САФРОНОВ Олександр Васильович

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0001-7420-0062>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** доктор технічних наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України, професор Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського (м. Київ) СЕМОН Богдан Йосипович

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0002-7449-8214>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат технічних наук, доцент, провідний науковий співробітник Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського (м. Київ) НЕДІЛКО Олександр Миколайович

**Мобільний тел.:** +38(093) 2564934

**E-mail:** Nedilko1962@gmail.com

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0001-8080-0486>

**Автор (науковий ступінь, вчене звання, посада):** кандидат архітектури, старший викладач кафедри основ архітектури та архітектурного проектування Київського національного університету будівництва і архітектури (м. Київ) ГОРИНА Анна Олександрівна

**ORCID ID:** <http://orcid.org/0000-0001-9498-3869>