

## Динаміка підводних розгалужених тросових систем

Олександр Безверхий

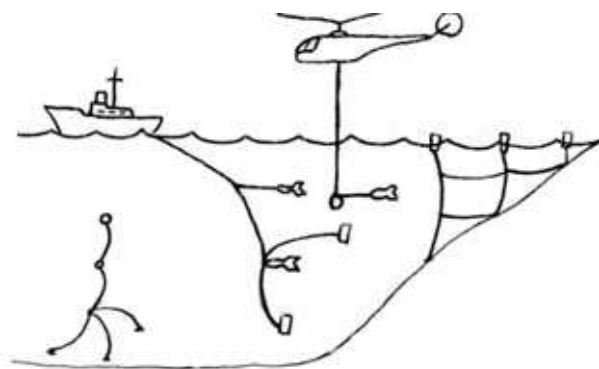
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України  
вул. П. Нестерова, 3, Київ, Україна, 03057, e-mail: o\_bezver@ukr.net

**Анотація.** Досліджено динаміку та параметри коливань тросових елементів розгалужених конструкцій з урахуванням розслаблень в окремих елементах в умовах розвинутого морського хвилювання, течій та вимушених зміщень.

**Ключові слова:** підводні розгалужені тросові системи, морське хвилювання.

### ВСТУП

Різноманітні розгалужені підводні буксирні (ПБС) та заякорені тросові системи (Рис. 1) широко застосовуються при проведенні розвідки та видобутку корисних копалин і обслуговування підводних родовищ, оглядів акваторій, дослідженні профілю та ресурсів морського дна, лову та розведення риби, при будівництві і експлуатації плавучих бурових платформ та інших гідроспоруд, а також в якості



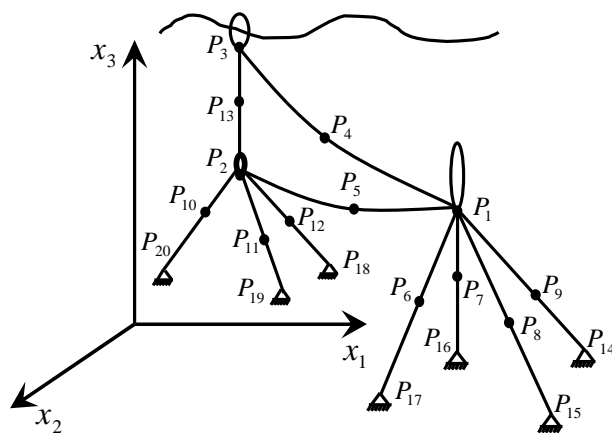
**Рис. 1.** Підводні розгалужені тросові системи  
**Fig. 1.** Submarine branched cable systems

бонових огорожень для обмеження розливів нафти тощо [4].

Такі конструкції мають специфічні пружні властивості, які полягають у тому, що вони працюють на розтягування і не працюють на стискання [1, 8], що приводить до появи ривків у гнучких елементах. Для зменшення дії ривків і вібрації в таких системах доцільне використання тросів з в'язкопружними і нелінійно-пружними характеристиками, залежність між натягом і деформацією яких можна записати у вигляді [8]

$$T = C_E \varepsilon + C_{E_1} \varepsilon^2 + C_{E_2} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, \quad (1)$$

де  $T$  – сила натягу,  $\varepsilon = \frac{ds - dl}{dl}$  – відносне видовження,  $s, l$  – поточна координата до і після деформації,  $t$  – час,  $C_E, C_{E_1}, C_{E_2}$  –



**Рис. 2.** Схема розгалуженої тросової системи  
**Fig. 2.** Driving branched cable system

пружні постійні для лінійно, нелінійно і в'язкопружних матеріалів.

### ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

1. Рух розгалужених просторових гнучких структур розглядається в нерухомій системі координат  $Ox_1x_2x_3$ . На гнучких елементах розгалуженої конструкції Рис. 2 вибирається послідовність точок  $P_i(x_{ki})$ ,  $k=1,2,3$ ,  $i=\overline{0,N}$  так, щоб деякі з них співпадали з кінцями, місцями розгалужень та прикладення зосереджених сил, кріплення тіл. З розгалуженою структурою зв'язується граф, вершини якого відповідають вибраним точкам, ребра – з відрізкам троса, що їх з'єднують. Для цього графа будується матриця інцидентності розміром  $N \times N$ , де елементам з ребрами відповідає 1, а елементам без ребер – 0.

На проміжку між точками  $P_i$  і  $P_j$  рух відрізка гнучкого елемента можна описати при допомозі радіус-вектора  $\vec{R}_{ij} = \sum_{k=1}^3 \vec{R}_{kij} \vec{e}_k$ , де  $R_{kij}$  – функції, що виражають зв'язок довжин осі троса і координат точок  $P_i$  в нерухомій системі координат. Введемо звичайну параметризацію від довжини недеформованої осі  $l$  троса. Нехай  $s$  – довжина осі троса від точки  $P_0$  до точки  $P'$ , в яку перемістилась точка  $P$  після деформації. На систему діють як масові, так і поверхневі (гідродинамічні) сили. Інтенсивність останніх залежить від орієнтації гнучких елементів у потоці, параметрів потоку і параметрів конструкції. Враховуємо закон збереження маси і те, що гнучкі елементи на стискання не працюють. Використовуючи узагальнення принципу віртуальної роботи на динамічні задачі [5], оберемо за узагальнені координати просторові координати точок дискретизації  $x_{ki}$  і одержимо систему рівнянь, що описують рух розгалуженої системи з закріпленими точками та тілами в рідині.

$$\int_0^1 \sum_{ij}^N ((m_{ij} \ddot{\vec{R}}_{ij} \frac{\partial \vec{R}_{ij}}{\partial \dot{x}_{kp}} - m_{aij} (\dot{\vec{V}} - \dot{\vec{R}}_{ij}) | \vec{\tau}_{ij} | \frac{\partial \vec{R}_{ij}}{\partial x_{kp}} + f_{ij} (|\vec{\tau}_{ij}| - 1) H(|\vec{\tau}_{ij}| - 1) | \vec{\tau}_{ij} | \frac{\partial |\vec{\tau}_{ij}|}{\partial x_{kp}} + ((\rho F_{ij} | \vec{\tau}_{ij} | - m_{ij}) \vec{g} - \frac{C_{nij}}{|\vec{\tau}_{ij}|} | \vec{\tau}_{ij} | \times (\vec{V} - \dot{\vec{R}}_{ij})) \times ((\vec{V} - \dot{\vec{R}}_{ij}) - \tau_{ij} ((\vec{V} - \dot{\vec{R}}_{ij}) \vec{\tau}_{ij})) \frac{1}{|\vec{\tau}_{ij}|^2} - \frac{C_{vij}}{|\vec{\tau}_{ij}|} | \vec{\tau}_{ij} | (\vec{V} - \dot{\vec{R}}_{ij}) | \vec{\tau}_{ij} | ((\vec{V} - \dot{\vec{R}}_{ij}) \vec{\tau}_{ij}) \frac{1}{|\vec{\tau}_{ij}|^2}) \times \frac{\partial \vec{R}_{ij}}{\partial x_{kp}}) d\xi + M_m \ddot{x}_{ko} + \vec{F}_m \frac{\partial \vec{R}_b}{\partial x_{ko}} = 0, \quad (2)$$

де  $\tau_{ij} = \frac{\partial \vec{R}_{ij}}{\partial l}$ ,  $\xi = l/L_{ij}$ ,  $k=1,2,3$ ,  $p=\overline{1,N-r}$ ,  $m_{ij}$  і  $m_{aij}$  – маса і приєднана маса,  $L_{ij}$  – довжина троса,  $F_{ij}$  – площа перерізу,  $C_n, C_\tau$  – коефіцієнти гідродинамічного опору руху (нормального і дотичного)  $ij$ -го відрізка гнучкого елемента,  $\vec{V}$  – вектор швидкості потоку,  $\rho$  – щільність рідини,  $\vec{g}$  – вектор вільного падіння,  $M_m$  – маса тіл,  $\vec{F}_m$  – сили, що діють на тіла.

Силу гідродинамічного опору руху в рідині беремо пропорційно квадрату відносної швидкості руху гнучкого елемента й рідини  $\vec{U} = \vec{V} - \vec{v}$  і записуємо у вигляді двох складових [7]:

$$\text{нормальної} \quad \vec{U}_n = \vec{U} - \vec{U}_\tau = \vec{U} - \frac{1}{|\vec{\tau}|^2} (\vec{U} \vec{\tau}) \vec{\tau}$$

$$\text{та дотичної} \quad \vec{U}_\tau = (\vec{U} \vec{\tau}) \vec{\tau} = \left( \vec{U} \frac{\vec{\tau}}{|\vec{\tau}|} \right) \frac{\vec{\tau}}{|\vec{\tau}|}$$

Сила опору при цьому буде

$$\vec{f}_c = C_n |\vec{U}_n| \vec{U}_n + C_\tau |\vec{U}_\tau| \vec{U}_\tau$$

або

$$\vec{f}_c = C_n \frac{1}{|\vec{\tau}|^3} \sqrt{\vec{U}^2 |\vec{\tau}|^2 - (\vec{U} \vec{\tau})^2} (\vec{U} |\vec{\tau}|^2 - (\vec{U} \vec{\tau}) \vec{\tau}) + C_\tau \frac{1}{|\vec{\tau}|^3} |\vec{U} \vec{\tau}| (\vec{U} \vec{\tau}) \vec{\tau}.$$

Коефіцієнти пропорційності  $C_n$  і  $C_\tau$  є функціями експериментальних коефіцієнтів опору, густини рідини, поперечних розмірів гнучкого елемента і визначаються на основі теорії подібності. Для циліндричних тіл, якими здебільшого являються троси, канати, кабелі, вони приймаються у вигляді  $C_n = \frac{1}{2} \rho_c K_n d$  і  $C_\tau = \frac{1}{2} \rho_c K_\tau P$ , де  $d$ ,  $P$  – діаметр і периметр поперечного перерізу гнучкого елемента;  $K_n$  і  $K_\tau$  – коефіцієнти опору, які є функціями числа Рейнольдса  $Re = V(d/\nu)$ . При стаціонарному обтіканні в діапазоні чисел  $Re = 10^3 \div 10^6$ ,  $K_n = 1,2$ ,  $K_\tau = 0,02 \div 0,005$ .

Силу інерції приєднаної маси рідини беремо пропорційно відносному прискоренню

$$\vec{f}_a = m'_a (\dot{\vec{V}} - \dot{\vec{v}}) = C_a \dot{\vec{U}}, \quad \vec{U} = \vec{V} - \dot{\vec{R}},$$

$$C_a = m_a \frac{\partial l}{\partial s} = m_a / |\vec{\tau}| = \lambda_a \rho_c F.$$

Проведемо деталізацію сил, що діють на тіла [7].

Сила плавучості  $m$ -го тіла буде

$$\vec{F}_m = (M_{Tm} - \rho_c V_{Tm}) \vec{g}.$$

Силу опору тіла будемо брати пропорційно квадрату відносної швидкості тіла

$$\vec{F}_{fm} = C_{Tm} |\vec{V}_m - \dot{\vec{R}}_{Tm}| (\vec{V}_m - \dot{\vec{R}}_{Tm}).$$

Коефіцієнт  $C_{Tm}$  залежить від експериментальних коефіцієнтів опору, щільнос-

ті рідини, розмірів тіла і його можна записати у вигляді  $C_{Tm} = K_{Tm} \rho_c S_{Tm}$ .

Силу інерції приєднаної маси беремо пропорційно відносному прискоренню  $\vec{F}_{am} = \lambda_{Tm} \rho_c V_{Tm} (\dot{\vec{V}} - \ddot{\vec{R}}_{Tm})$ . Коефіцієнти  $\lambda_m$  знаходяться експериментально або розраховуються по одній теорії обтікання

Якщо в деяких  $r$ - точках задані кінематичні крайові умови  $\vec{R}_{r(i)}^0 = \vec{R}_{r(i)}^0(t)$ , тоді в системі (2) кількість рівнянь зменшиться на  $r$  рівнянь з відповідними номерами.

Для дискретизованої системи початкові умови мають вигляд

$$\vec{R}_{ki}(l, t)|_{t=0} = \vec{R}_{kit}(l), \quad \vec{v}_{ki}(l, t)|_{t=0} = \vec{v}_{kit}(l).$$

Основні типи крайових умов:

– якщо задані переміщення обох країв, або один із країв не рухається, то маємо кінематичні крайові умови

$$\vec{R}_{k0}(l, t) = \vec{R}_{k0}(t), \quad \vec{R}_{kN}(l, t) = \vec{R}_{kN}(t);$$

– для автономних систем використовуються динамічні крайові умови, тобто записується баланс сил на крайові точки

$$\vec{T}_{k0}(l, t) = \vec{T}_{k0}(t), \quad \vec{T}_{kN}(l, t) = \vec{T}_{kN}(t);$$

– в задачах буксирування маємо комбіновані крайові умови, тобто на одному із країв задано переміщення, а на другому – динамічний баланс сил

$$\vec{R}_{k0}(l, t) = \vec{R}_{k0}(t), \quad \vec{T}_{kN}(l, t) = \vec{T}_{kN}(t).$$

Для визначення радіус-векторів  $\vec{R}_i(l_i, t)$  функція зв'язку довжин дуг осей відрізків зв'язків і координат точок  $P_i$  виражається за допомогою параметричних локальних сплайнів першого ступеня [6]

$$\vec{R}_i(l_i, t) = \sum_{k=1}^3 (x_{ki} + (x_{k+1} - x_{ki}) \xi) \vec{e}_k$$

або третього ступеня

$$\bar{R}_i = \sum_{k=1}^3 R_{ki} \bar{e}_k = \sum_{k=1}^3 (x_{ki}(1-\xi) + x_{ki+1}\xi - \xi(1-\xi)L_i^2((2-\xi)M_{ki} + (1+\xi)M_{ki+1})/6) \bar{e}_k,$$

де  $\xi$  – параметр сплайна.

Запропонована методика використана для зведення нелінійних початково-крайових задач динаміки гнучких розгалужених систем з тілами до розрахункових систем звичайних диференціальних рівнянь, тобто задачі Коші по часу.

В результаті підстановки виразів для радіус-векторів в рівняння руху і проведення інтегрування, одержана система  $3(N+1)-r$  звичайних нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку відносно  $x_{kj}$ , де  $r$  – кількість кінематичних крайових умов

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{N-1} (L_i(m_i + m_{ai})(\ddot{x}_{ki}\alpha_{ij} + \ddot{x}_{ki+1}\beta_{ij})) + \\ & + (M_{Tj} + \lambda_{Tj} \rho_c V_{Tj}) \ddot{x}_{kj} = \\ & = \sum_{i=0}^{N-1} \left[ -g(m_i L_i - \rho_c F_i S_i) \delta_{k3} \chi_{ij} + \right. \\ & + \frac{1}{L_i} f\left(\frac{S_i}{L_i} - 1\right) H\left(\frac{S_i}{L_i} - 1\right) (x_{ki+1} - x_{ki})(\delta_{i+1j} - \delta_{ij}) + \\ & + C_{ci} \frac{X_{ki}}{S_i^2} \text{sign}\left(\sum_{m=1}^3 X_{mi} (V_m - \dot{x}_{mi+1})\right) \times \\ & \times \sum_{m=1}^3 \sum_{p=1}^3 X_{mi} X_{pi} (V_m V_p \chi_{ij} - V_p (\dot{x}_{mi} \alpha_{ij} + \dot{x}_{mi+1} \beta_{ij}) - \\ & - V_m (\dot{x}_{pi} \alpha_{ij} + \dot{x}_{pi+1} \beta_{ij}) + \dot{x}_{mi} \dot{x}_{pi} \xi_{ij} + \\ & + (\dot{x}_{mi+1} \dot{x}_{pi} + \dot{x}_{mi} \dot{x}_{pi+1}) \theta_{ij} + \dot{x}_{mi+1} \dot{x}_{pi+1} \eta_{ij}) + \\ & + C_{ni} \int_0^1 \sqrt{(W_{li} X_{2i} - W_{2i} X_{li})^2 + (W_{2i} X_{3i} - W_{3i} X_{2i})^2} + \\ & \quad \left. + (W_{3i} X_{li} - W_{li} X_{3i})^2 \right) \times \\ & \times \left( W_{ki} - \sum_{m=1}^3 W_{mi} X_{mi} / S_i^2 \right) ((1-\xi) \delta_{ij} + \xi \delta_{i+1j}) d\xi + \\ & \quad \left. m_{ai} \dot{V}_k \chi_{ij} \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + g(M_{Tj} - \rho_c V_{Tj}) \delta_{k3} + \lambda_{Tj} \rho_c V_{Tj} \dot{V}_k + \\ & + C_{Tj} \rho_c S_{Tj} \sqrt{\sum_{m=1}^3 (V_m - \dot{x}_{mj})^2} (V_k - \dot{x}_{kj}), \end{aligned}$$

де  $k = 1, 2, 3, j = \overline{0, N}$ ,

$$W_{ki} = V_k - (1-\xi) \dot{x}_{ki} - \xi \dot{x}_{ki+1},$$

$$X_{ki} = x_{ki+1} - x_{ki}, S_i = \sqrt{X_{li}^2 + X_{2i}^2 + X_{3i}^2},$$

$$\alpha_{ij} = (2\delta_{ij} + \delta_{i+1j})/6, \beta_{ij} = (\delta_{ij} + 2\delta_{i+1j})/6,$$

$$\zeta_{ij} = (3\delta_{ij} + \delta_{i+1j})/12, \eta_{ij} = (\delta_{ij} + 3\delta_{i+1j})/12,$$

$$\theta_{ij} = (\delta_{ij} + \delta_{i+1j})/12, \chi_{ij} = 6\theta_{ij}.$$

Розрахункову систему рівнянь  $3(N+1)-r$  звичайних диференціальних рівнянь другого порядку відносно  $x_{kj}$  можна подати у вигляді

$$[\ddot{x}_{kp}] [A] = \Phi(x_{kp}, \dot{x}_{kp}).$$

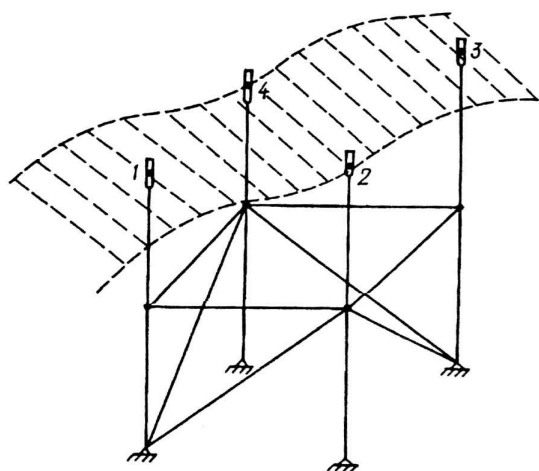
Розв'язок нормалізованої нелінійної задачі Коші знаходимо чисельно, користуючись багатокроковими методами типу предиктор-коректор.

2. Використовуючи запропонований підхід, досліджені коливання сіткових буйково-заякорених систем під дією морсько-го хвилювання.

Зокрема, для системи, що представлена на рис. 3: число точок заякорення – 4, число буйків – 4, число горизонтальних рядів – 1, число вертикальних гілок – 4, число діагональних ділянок – 4. Сили, що діють на буй, визначаються аналогічно [3]. За початкову обрано незбурену конфігурацію структури

$$\bar{x}_j \Big|_{t=0} = \bar{x}_j^0; \quad \dot{\bar{x}}_j \Big|_{t=0} = 0.$$

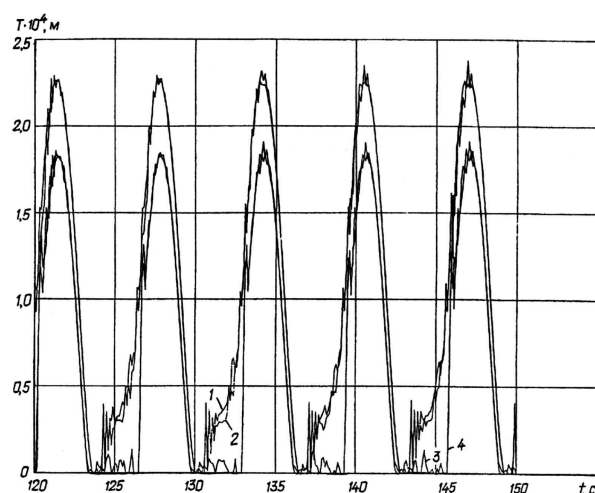
Для плоских морських хвиль, що набігають на структуру по осі головної діагоналі конструкції (буйки 1-3) з періодом  $T_w = 6,4$  с, на Рис. 4 представлені вертикальні переміщення буйків по часу, з яких випливають відмінності в амплітудах і фа-



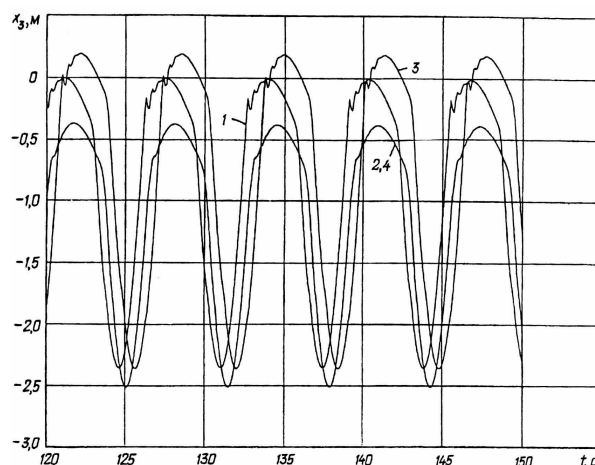
**Рис. 3.** Схема буйково-заякореної системи  
**Fig. 3.** Driving-anchored buoy system

зах коливань буйків, а також їх занурення. При цьому вертикальні коливання буйків 2 і 4 співпадають в часі. В просторі буйки 1 і 3 зносяться хвилюванням тільки у напрямі бігу хвиль, причому 1 буйок зноситься більше за інших, а буйки 2 і 4 зносяться як у напрямі бігу хвиль, так і стягуються до центру конструкції.

Розглядаючи зміну натягу у вертикальній гілці конструкції під буйком 2 в часі, що представлена на рис. 5, можна зробити



**Рис. 5.** Зміна натягу у вертикальній гілці конструкції під буйком 2 у часі  
**Fig. 5.** Changing the tension in the vertical branch structure under the buoy 2 in time



**Рис. 4.** Вертикальні переміщення буйків  
**Fig. 4.** Vertical movement of the buoys

такий висновок: на всіх ділянках вертикальної гілки (1 – під буйком, 2 – над стиком з горизонтальною гілкою, 3 – під стиком з горизонтальною гілкою, 4 – для точки заякорення) спостерігаються ривки, причому на верхній ділянці величина ривка дещо менше ніж на нижньому, що можна пояснити частковим гасінням величини ривка вагою ділянки вертикальної гілки, яка вільно висить. Аналогічна картина спостерігається у всіх вертикальних гілках (коли натяг дорівнює нулю).

3. Розглянемо буксирування системи [2], яка складається з двох гілок тралення (розтягуються в протилежні сторони при допомозі вертикальних крил відвідників, що мають постійну силу  $F_0$  відведення, направлену перпендикулярно до лінії буксирування в різні боки) та підтримуючого буя (кріпиться до точки розгалуження), на хвилюванні рис. 6.

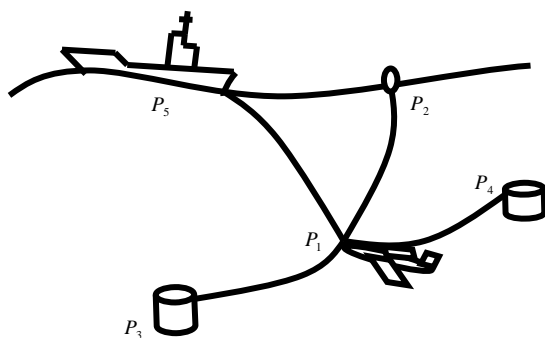
Конкретні розрахунки проводилися для таких параметрів ПБС: довжина буксирного троса до точки розгалуження 200м, довжини відвідників по 100м, підтримуюча гілка завдовжки 100м. Початок системи координат суміσιμο з точкою кріплення буксира. Задамо напрям осі  $0x_1$  проти ходу хвиль, осі  $0x_3$  – проти напрямку вектора



$\vec{g}$ , а вісь  $0x_2$  направлена так, щоб доповнювала трійку правої системи координат. Тоді закон руху буксированого кінця набуде вигляду

$$\begin{aligned} x_{15} &= V_b t_H + x_H & x_{25} &= 0 & x_{35} &= 0 \\ \dot{x}_{15} &= V_b & \dot{x}_{25} &= 0 & \dot{x}_{35} &= 0, \\ \ddot{x}_{15} &= 0 & \ddot{x}_{25} &= 0 & \ddot{x}_{35} &= 0 \end{aligned}$$

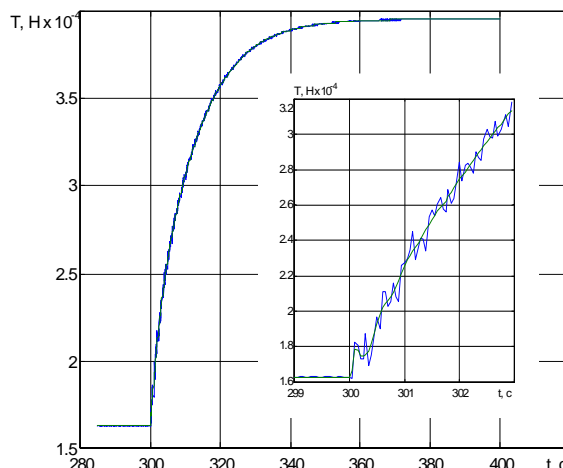
де  $x_H$  – початкове відхилення точки буксування від початку координат. В якості початкової обрана незбурена конфігурація структури: підводний апарат знаходиться на глибині 200м, буй – на поверхні води (Рис. 6). Розрахунки проводилися для таких параметрів ПБС: погонна маса троса  $F_{ij}=0,0003\text{м}^2$ , коефіцієнти пружності  $C_{Eij}=10^7\text{Н}$  і в'язкопружності  $C_{E2ij}=0,02 \cdot C_{Eij}$ , коефіцієнти опору руху  $C_{\pi ij}=0,78\text{кг/м}^2$ ,  $C_{n ij}=15,6\text{кг/м}^2$ , коефіцієнт приєднаної маси  $C_{a ij}=0,4\text{кг/м}$ . Площа мідельового перерізу циліндричного буйка  $1\text{м}^2$ , маса 100кг. Сила відведення  $F_0 = 1\text{кН}$ .



**Рис. 6.** Схема бусированої системи  
**Fig. 6.** Driving towed system

Розглянемо зміну натягу в різних точках конструкції ПБС в часі при зміні швидкості буксування, коли хвилювання відсутнє (на тихій воді). На Рис. 7 представлені зміни натягу в точці кріплення буйка при східчастій зміні швидкості буксування з  $V_b = 1\text{м/с}$  на  $V_b = 3\text{м/с}$  у момент часу рівний 300 секунд. З рис.7 можна зробити висновок, що при миттєвій зміні швидкості

натяг значно збільшується, причому в початковий момент збільшується сходинкою, а потім плавно виходить на новий стаціонарний рух. На укрупненому фрагменті видно, що в'язкопружність добре згладжує вібрації, що виникають в пружному тросі.

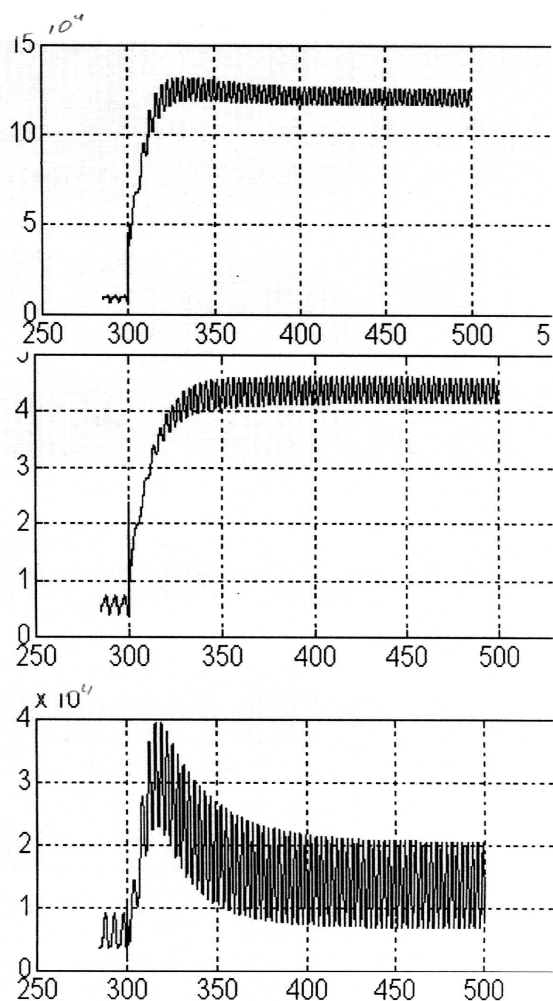


**Рис. 7.** Зміни натягу в точці кріплення буйка при східчастій зміні швидкості буксування з  $V_b = 1\text{ м/с}$  на  $V_b = 3\text{ м/с}$ , у момент  $t = 300\text{ с}$

**Fig. 7.** Changing the tension at the point of fixing of the buoy step change towing speed of  $V_b = 1\text{ m/s}$  to  $V_b = 3\text{ m/s}$  at the moment  $t = 300\text{ s}$

На Рис. 8 представлено зміну натягу при сходинковій зміні швидкості буксування з  $V_b = 1\text{м/с}$  на  $V_b = 4\text{м/с}$  у момент часу рівний 300 секунд у корінному кінці (точці буксування) (крива 1), у точці кріплення відвідника (крива 2) та у точці кріплення бую (крива 3), при хвилях з періодом  $T_w = 5,6\text{с}$ .

З малюнка можна зробити висновок, що зміна натягу носить самий різний характер. Так, в корінному кінці при зростанні швидкості буксування ростуть як самі значення натягу, так і амплітуда зміни натягу  $T_a = T_{\max} - T_{\min}$ . В точці ж кріплення відвідника характер поведінки натягу такий же самий. В точці кріплення бую середнє значення натягу спочатку сильно зростає, а потім зменшується до величин, тро-



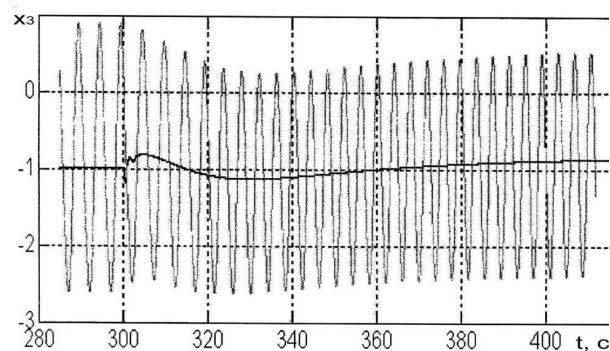
**Рис. 8.** Зміна натягу при сходинковій зміні швидкості буксирування з  $V_b = 1\text{ м/с}$  на  $V_b = 4\text{ м/с}$

**Fig. 8.** Changing the tension step change towing speed of  $V_b = 1\text{ m/s}$  to  $V_b = 4\text{ m/s}$

хи більших ніж до зміни швидкості, а амплітуда значно зростає. Причому як в корінному кінці, так і біля відвідника спостерігаються ривки. Такі ж закономірності зберігаються для середніх значень натягу і амплітуд й при інших зростаннях швидкості буксирування, тоді як для  $T_{\max}$  таких закономірностей немає.

На Рис. 9 представлені переміщення по глибині (координата  $x_3$ ) точки кріплення буя системи при хвилях з періодом  $T_w = 5,6\text{ с}$  і при зміні швидкості буксирування з  $1\text{ м/с}$  до  $2\text{ м/с}$  у момент часу рівний 300 секунд (1 – без хвилювання, 2 – на

хвилях). Бачимо, що амплітуда коливань буя при збільшенні швидкості буксирування зменшилась, також зменшилось і притоплення буя. При зміні швидкості буксирування з  $1\text{ м/с}$  до  $4\text{ м/с}$  амплітуда коливань буя теж зменшилась, але притоплення збільшилось, що слідує із Рис. 9, де представлені переміщення по глибині (координата  $x_3$ ) точки кріплення буя системи при хвилях з періодом  $T_w = 5,6\text{ с}$ .



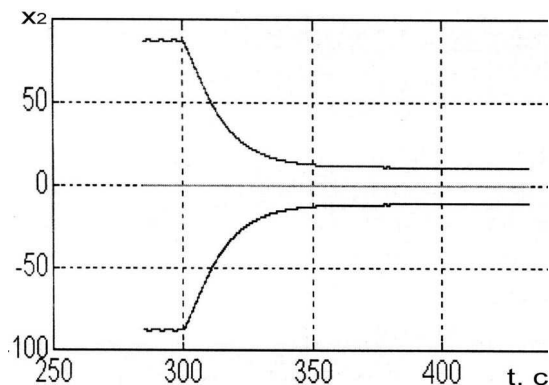
**Рис. 9.** Переміщення по глибині (координата  $x_3$ ) точки кріплення буя

**Fig. 9.** Movements in depth attachment (coordinate  $x_3$ ) points buoy

На Рис. 10 представлені переміщення відвідників (точки  $P_3$ ,  $P_4$  в площині  $x_1Ox_2$  при переході з  $V_b = 1\text{ м/с}$  на  $4\text{ м/с}$ ), які показують значне звуження зони захвату тралення. Поява ривків спостерігається як при сходинковому збільшенні швидкості буксирування, так і при її зменшенні.

Розглянуто зміну натягнення в різних точках конструкції ПБС в часі при зміні швидкості буксирування, і зроблено висновки, що при миттєвій зміні швидкості буксирування значно збільшується, причому в початковий момент збільшується сходинкою, а потім плавно виходить на новий стаціонарний рух і що в'язкопружність добре згладжує вібрації, що виникають в пружному тросі. В точці кріплення буя середнє значення натягу спочатку сильно зростає, а потім зменшується до величин, трохи більших ніж до зміни швидкості, а амплітуда значно зростає. Причому як в корінному кінці, так і біля відвідника спостерігаються ривки. Такі ж закономір-

## ЛІТЕРАТУРА



**Рис. 10.** Переміщення відвідників (точки  $P_3$ ,  $P_4$  в площині  $x_1Ox_2$  при переході з  $V_b = 1\text{ м/с}$  на  $4\text{ м/с}$ )

**Fig. 10.** Moving the wings (points  $P_3$ ,  $P_4$  in the plane  $x_1Ox_2$  during the transition from  $V_b = 1\text{ m/s}$  on  $4\text{ m/s}$ )

ності зберігаються для середніх значень натягнення і амплітуд й при інших зростаннях швидкості буксирування, тоді як для  $T_{\max}$  таких закономірностей немає.

## ВИСНОВКИ

Запропонований спосіб розрахунку динаміки просторових розгалужених структур дозволяє визначити кінематичні і силові характеристики конструкції під дією хвилювання з врахуванням розслаблення в окремих її елементах. Проведений аналіз дозволяє зробити такі висновки: в'язкопружність впливає тільки при різкій зміні швидкості буксирування і практично не впливає при буксируванні на регулярному морському хвилюванні, тобто коли немає ривків. Проаналізовано також вплив в'язкопружності на натяг в кожному елементі розгалуженої системи, а також визначено елементи, в яких виникають розслаблення і відповідно – ривки. Одержано, що в'язкопружність добре згладжує післяривкові вібрації, крім першого ривка.

## REFERENCES

1. **Баженов В.А., Гоцуляк Е.А., Кондаков Г.С., Оглобля А.И., 1989.** Устойчивость и колебания деформируемых систем с односторонними связями. Киев, Выща школа, 399.
2. **Безверхий А.И., 1999.** Динамика разветвленной подводной буксируемой системы с поддерживающим бумом на волнении. Прикладная механика, 35, № 4, 107-111.
3. **Безверхий А.И., 1999.** К расчету динамики разветвленных тросовых систем. Прикладная механика, 35, № 9, 106-110.
4. **Бреббиа К., Уокер С., 1983.** Динамика морских сооружений. Ленинград, Судостроение, 232.
5. **Васидзу К., 1987.** Вариационные методы в теории упругости и пластичности. Москва, Мир, 542.
6. **Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л., 1980.** Методы сплайн-функций. Москва, Наука, 352.
7. **Ньюмен Дж., 1985.** Морская гидромеханика. Ленинград, Судостроение, 368.
8. **Шульга М.О., Безверхий О.И., 2007.** Динамика гибких деформируемых систем в жидкости. Прикладная механика, 43, № 8. 3-29.
1. **Bazhenov V.A., Gotsulyak E.A., Kondakov G.S., Ogloblya A.I., 1989.** Ustoychivost i kolebaniya deformiruemyyih sistem s odnostoronnimi svyazyami (Stability and oscillations of deformable systems with unilateral constraints). Kyiv, Vyischa shkola Publ., 399 (in Russian).
2. **Bezverkhyi O.I., 1999.** Dinamika razvetvlennoy podvodnoy buksiruemyoy sistemyi s podderzhivayuschim buem na volnenii [Dynamics branched submarine towed system supporting the buoy in a seaway]. Int. Appl. Mech., 35, Nr. 4, 107-111 (in Russian)
3. **Bezverkhyi O.I., 1994.** K raschetu dinamiki razvetvlennyih trosovyih system [To calculation of the dynamics of the branched cable systems]. Int. Appl. Mech., 35, Nr. 9, 106-110 (in Russian).
4. **Brebbia C.A., Walker S., 1983.** Dinamika morskikh sooruzheniy [Dynamics Analysis of Offshore Structures]. Leningrad, Sudostroenie, 232 (in Russian).



5. **Vasidzu K., 1987.** Variatsionnyie metodyi v teorii uprugosti i plastichnosti [Variational methods in the theory of elasticity and plasticity]. Moscow, Mir Publ., 542 (in Russian).
6. **Zavyalov Yu.S., Kvasov B.I., Miroshnichenko V.L., 1980.** Metodyi splayn-funktsiy [Methods of spline functions]. Moscow, Nauka Publ., 352 (in Russian).
7. **Newmen J., 1985.** Morskaya gidromekhanika [Marine Hydromechanics]. Leningrad, Sudostroenie Publ., 368 (in Russian).
8. **Shulha M.O., Bezverkhyi O.I., 2007.** Dinamika gibkikh deformiruemiyh sistem v zhidkosti [Dynamics of flexible deformable fluid systems]. Int. Appl. Mech., 43, Nr. 8. 3-29 (in Russian).

THE DYNAMICS OF SUBMARINE  
BRANCHED CABLE SYSTEMS

*Oleksandr Bezverkhyi*

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics National  
Academy of Sciences of Ukraine  
P. Nesterov str, 3, Kyiv, Ukraine, 03057,  
e-mail: o\_bezver@ukr.net

**Summary.** Research of dynamics of submarine flexible distributed systems with viscoelastic and nonlinear elastic elements and lumped masses under the action of the environment.

Based on prytsypu virtual work, and using graph theory constructed discrete and continuum equations of motion by initial boundary conditions for flexible systems with regard nepotentialnoprzhnyh properties during their one-sided work. Initial-boundary value problems are reduced to the Cauchy problems by the methods of spline functions.

The obtained qualitative (viscoelasticity little impact on the first peak ryvkovyh stress and well smooths the following; nonlinear elasticity ryvkovyh lowers stress, but smoothing them) and quantitative frequency response at different parameters of forced oscillations.

The work was made possible to construct a mathematical model and software of forced oscillations submarine branched cable systems.

A study of the dynamics of submarine branched cable systems.

**Key words:** branched underwater cable systems, sea waves.