

Коливання буйково-заякорених систем загородження на хвилях

Олександр Безверхий¹, Вікторія Корнієнко²

Інститут механіки імені С.П. Тимошенка НАН України
вул. П. Нестерова, 3, Київ, Україна, 03057

¹ o_bezver@ukr.net, orcid.org/0000-0002-0834-6335

² vf_kornienko@ukr.net, orcid.org/0000-0003-4763-8784

Анотація. В роботі запропоновані методика і алгоритми дослідження коливань буйково-заякореної системи загородження, що дозволяє визначити динамічні і кінематичні характеристики поведінки таких систем під дією морського хвилювання. На основі класичних підходів про коливання систем побудована система рівнянь руху буйково-заякорених конструкцій. Проведено деталізацію сил, що діють на всі елементи конструкції. З використанням апроксимацій гнучких елементів за допомогою сплайнів нелінійні диференціальні рівняння другого порядку в частинних похідних зведені до нелінійних задач Коші по часовій координаті, що розв'язуються чисельно. В роботі на прикладі конкретної буйково-заякореної системи проведено чисельний аналіз впливу параметрів морських хвиль (періоду, кута набігання хвильового фронту) на натяги в різних точках конструкції, а також на конфігурацію системи в просторі під дією хвиль.

Ключові слова: коливання, буйреп, морське хвилювання, натяг, ривки.

ВСТУП

Буйково-заякорені системи загородження використовують з метою обмеження розливів нафти, а також в якості гнучких біотехнічних споруд для вирощування морських організмів і водоростей, тощо

[9]. Вони знаходяться під дією нерівномірно розподілених у просторі навантажень (течії, хвилі) і можуть мати різну конфігурацію.

Досвід експлуатації і проектування таких систем показує, що в умовах хвилювання і течій в якірних канатах (гнучких елементах конструкцій), специфічні пружні властивості яких полягають в тому, що вони працюють на розтяг і не працюють на стиск, виникають “розслаблення” з наступним ривковим збільшенням в них натягу, який може перевершувати статичні значення в кілька разів [1, 2, 9].

Тривала дія перемінних зусиль та ривкових ефектів має негативний вплив на міцність і надійність роботи буйково-заякорених систем загородження. Тому необхідне вивчення нестационарної динамічної поведінки такої системи як в цілому, так і окремих її елементів, тому що “розслаблення” в деяких елементах призводять до появи ривків та вібрацій в усій системі.

МЕТА І МЕТОДИ

Метою дослідження є вивчення впливу дії хвиль на коливання буйково-заякорених систем загородження, а саме: визначення

кінематичних і силових характеристик системи загородження при різних векторах і періодах хвиль та виявлення гнучких елементів, в яких виникає “розслаблення”.

Розглянемо гнучкий елемент конструкції (гнучке протяжне тіло). Під гнучким тілом будемо розуміти тіло, яке при малих деформаціях має значні скінченні переміщення і працює тільки на розтяг, а під протяжним – тіло, один розмір якого значно перевищує два інші. Нехай на тіло діють масові сили $\bar{P}^\lambda(x_k, t)$, на частині поверхні тіла діють поверхневі сили $\bar{F}^\lambda(x_k, t)$ і задані переміщення $\bar{u}^\lambda(x_k, t)$. Відлік часу і переміщення ведемо від початкового незбуреного стану.

Для знаходження розподілу напружень і деформацій в тілі, обумовлених рухом тіла, запишемо принцип віртуальної роботи для такої динамічної задачі [6]

$$\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \iiint_V \sigma^{\lambda m} \delta e_{\lambda m} dV - \delta K - \iiint_V \bar{P} \delta \bar{R} dV - \iint_S \bar{F} \delta \bar{R} dS \right\} dt = 0. \quad (1)$$

Тут $\bar{R} = \bar{R}_0 + \bar{u}$, $e = \frac{1}{2} (u_{,\mu}^\lambda + u_{,\lambda}^\mu + u_{,\lambda}^\lambda u_{,\mu}^\lambda)$.

Для знаходження розв’язку задачі (1) проведемо дискретизацію системи, переміщення виразимо через дискретне число узагальнених координат $q_j (j = 1, 2, \dots, N)$ і запишемо у вигляді

$$u^\lambda = u^\lambda(x_1, x_2, x_3, q_1, q_2, q_3, t).$$

Тоді

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{R}}{dt} &= \sum_{j=1}^N \frac{\partial \bar{R}}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial \bar{R}}{\partial t}, \\ \delta \bar{R} &= \sum_{j=1}^N \frac{\partial \bar{R}}{\partial q_j} \delta q_j. \end{aligned} \quad (2)$$

Перетворимо вираз $\int_{t_1}^{t_2} \delta K dt$ в (1), використовуючи узагальнені змінні q_j

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta K dt = - \int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^N \left[\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial K}{\partial q_j} \right] \cdot \delta q_j dt, \quad (3)$$

де враховані умови $\delta q_j(t_1) = 0$, $\delta q_j(t_2) = 0$, $j = \overline{1, N}$.

Використовуючи (2), третій і четвертий члени в (1) приведемо до вигляду

$$\iiint_V \bar{P} \delta \bar{R} dV + \iint_S \bar{F} \delta \bar{R} dS = \sum_{j=1}^N Q_j^3 \delta q_j, \quad (4)$$

де $Q_j^3 = \iiint_V \bar{P} \frac{\partial \bar{R}}{\partial q_j} dV + \iint_S \bar{F} \frac{\partial \bar{R}}{\partial q_j} dS -$

узагальнені зовнішні сили.

Так як ми розглядаємо гнучкі протяжні елементи конструкції, то перший член в варіаційному принципі (1) можна звести до вигляду

$$\iiint_V \sigma \delta \varepsilon dV = \int_L T \delta \varepsilon ds, \quad \text{де } T = \iint_F \sigma dF.$$

Користуючись (2), можна записати

$$\delta \varepsilon = \sum_{j=1}^N \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_j} \delta q_j.$$

Введемо $Q_j^e = \int_L T_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial q_j} ds -$ узагальнені

внутрішні сили.

Тоді

$$\int_L T \delta \varepsilon ds = \sum_{j=1}^N Q_j^e \delta q_j. \quad (5)$$

Підставимо (3), (4), (5) в (1) і одержимо

$$\int_{t_1}^{t_2} \sum_{j=1}^W \left[\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial K}{\partial q_j} - Q_j^3 + Q_j^6 \right] \delta q_j dt = 0 \quad (6)$$

Так як варіації незалежні, то з рівняння (6) одержимо систему N рівнянь

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial K}{\partial q_j} = Q_j^3 - Q_j^6, \quad j = \overline{1, N}. \quad (7)$$

Ці рівняння є рівняннями руху Лагранжа пружних тіл, переміщення яких скінченні.

Запишемо рівняння руху гнучкого елемента в нерухомій системі координат Ox_1, x_2, x_3 . Після дискретизації системи за узагальнені координати вибираємо просторові координати точок дискретизації. Тоді радіус-вектор гнучкого елемента між точками дискретизації запишемо у вигляді

$$\vec{R}_i = \sum_{k=1}^3 R_{ki} \vec{e}_k,$$

де R_{ki} – функції, що виражають зв'язок довжини осі гнучкого елемента і координат точок дискретизації, \vec{e}_k – одиничний радіус-вектор.

Силу натягу для гнучких елементів з лінійними пружними властивостями можна записати у вигляді

$$T = C_E \varepsilon H(\varepsilon), \quad (8)$$

де C_E – коефіцієнт лінійної пружності,

$$\varepsilon = \frac{ds - dl}{dl} = \left| \frac{\partial \vec{R}}{\partial l} \right| - 1 \quad \text{– відносне видовження,}$$

$$H(\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \varepsilon > 0 \\ 0 & \varepsilon \leq 0 \end{cases},$$

тобто гнучкий елемент працює тільки на розтяг.

Кінетична енергія набуде вигляду

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} \iiint_V \rho_i \dot{\vec{R}}_i^2 dV = \frac{1}{2} \sum_{i=P}^{N-1} \int_{l_i}^{l_{i+1}} m'_i \dot{\vec{R}}_i^2 ds,$$

де $m'_i = \iint_{F_i} \rho'_i dF_i$ – погонна маса розтягнутого елемента, а згідно закону збереження маси $m_i dl = m'_i \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \right| ds$.

Надамо формулам для узагальненої внутрішньої сили Q_i^6 і узагальненої зовнішньої сили Q_i^3 вигляду

$$\begin{aligned} Q_i^6 &= \int_{l_i}^{l_{i+1}} (C_{Ei} \varepsilon_i) H(\varepsilon_i) \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial x_{kj}} ds = \\ &= \int_{l_i}^{l_{i+1}} \left(C_{Ei} \left(\left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \right| - 1 \right) \right) \times \\ &\times H \left(\left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \right| - 1 \right) \frac{\partial \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \right|}{\partial x_{kj}} \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \right| dl, \\ Q_i^3 &= \int_{l_i}^{l_{i+1}} \vec{f}_i \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial x_{kj}} ds = \\ &= \int_{l_i}^{l_{i+1}} (\vec{f}_i^p + \vec{f}_i^m) \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial x_{kj}} \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \right| dl. \end{aligned}$$

Тут $\vec{f}_i^p = \int_{P_i} \vec{F}_i dp$ – розподілена поверхнева сила,

$\vec{f}_i^m = \iint_{F_i} \vec{P}_i dF_i$ – розподілена масова сила.

сила.

З врахуванням виразів для кінетичної енергії та її похідних, а також узагальнених сил, рівняння руху гнучкого елемента (7) набуде вигляду

$$\begin{aligned} &\int_0^1 \sum_{i=0}^{N-1} L_i \left\{ m_i \ddot{\vec{R}}_i \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial \dot{x}_{kj}} - m_i \dot{\vec{R}}_i \frac{\partial \dot{\vec{R}}_i}{\partial x_{kj}} + \right. \\ &+ \left(C_{Ei} \left(\left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \right| - 1 \right) \right) H \left(\left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \right| - 1 \right) \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \frac{\partial}{\partial x_{kj}} \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \right| + \\ &\left. + (\vec{f}_i^p - \vec{f}_i^m) \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial x_{kj}} \left| \frac{\partial \vec{R}_i}{\partial l} \right| \right\} d\xi = 0, \quad (9) \end{aligned}$$

$$j = \overline{0, N}, k = 1, 2, 3, \xi = \frac{l - l_i}{L_i}, L_i = l_{i+1} - l_i.$$

При взаємодії з зовнішнім середовищем на гнучкий елемент діють: сила поверхневого гідродинамічного опору, сила інерції приєднаної маси рідини, що залучається в сумісний рух, сила ваги гнучкого елемента та сила Архімеда [10]. Будемо вважати також, що в деяких r -точках задані кінематичні крайові умови $\bar{R}_{r(i)}^0 = \bar{R}_{r(i)}^0(t)$, внаслідок чого розмірність системи рівнянь зменшиться на r рівнянь з відповідними номерами. Таким чином, рівняння руху гнучкого елемента набудуть вигляду

$$\int_0^{N-1} \sum L_i \left\{ m_i \ddot{\bar{R}}_i \frac{\partial \dot{\bar{R}}_i}{\partial \dot{x}_{kj}} - m_i \dot{\bar{R}}_i \frac{\partial \dot{\bar{R}}_i}{\partial x_{kj}} - m_{ai} (\dot{\bar{V}} - \dot{\bar{R}}_i) |\bar{\tau}_i| \frac{\partial \dot{\bar{R}}_i}{\partial x_{kj}} + (C_{Ei}(|\bar{\tau}_i| - 1)H(|\bar{\tau}_i| - 1)) \bar{\tau}_i \left| \frac{\partial}{\partial x_{kj}} (|\bar{\tau}_i|) + \left\{ (\rho_c F_i |\bar{\tau}_i| - m_i) \bar{g} - \frac{C_{ti}}{|\bar{\tau}_i|} |\bar{\tau}_i| (\bar{V} - \dot{\bar{R}}_i) \bar{\tau}_i \left[(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_i) \bar{\tau}_i \right] \frac{1}{|\bar{\tau}_i|^2} - \frac{C_{ni}}{|\bar{\tau}_i|} |\bar{\tau}_i \times (\bar{V} - \dot{\bar{R}}_i) \left[(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_i) \bar{\tau}_i \right]^2 - \bar{\tau}_i \left[(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_i) \bar{\tau}_i \right] \frac{1}{|\bar{\tau}_i|^2} \right\} \frac{\partial \dot{\bar{R}}_i}{\partial x_{kj}} \right\} d\xi = 0, \quad (10)$$

де $j = \overline{0, N} | r(i), k = 1, 2, 3, \bar{\tau}_i = \frac{\partial \bar{R}_i}{\partial l}$.

До цих рівнянь треба додати початкові умови $\bar{R}_i(t=0) = \bar{R}_T, \dot{\bar{R}}_i(t=0) = \bar{V}_T$.

Розглянемо довільну розгалужену систему закорення. Виберемо на системі послідовність точок $P_i (i = 0, 1, \dots, N)$. Координати цих точок у нерухомій системі координат будуть $x_{ki} (k = 1, 2, 3)$. Нехай точка P_i співпадає з точкою кріплення буя компактної

форми так, що його можна вважати матеріальною точкою, на яку діють сили, а точки $P_i (i = N - r, \dots, N)$ – з r точками закорення, тобто в них задані кінематичні умови, а саме – просторові координати цих точок. Рух ділянок гнучких елементів (буй репів) між точками P_i та P_j опишемо за допомогою радіусів-векторів $\bar{R}_{ij}^k = R_{ij}^k \bar{e}_k$, де R_{ij}^k – функція, що виражає зв'язок довжин дуг осей ділянок буй репа і координат точок.

На систему діють як масові, так і поверхневі (гідродинамічні) сили. Інтенсивність останніх залежить від орієнтації гнучких елементів у потоці, параметрів потоку і параметрів конструкції [10]. Враховуємо закон збереження маси і односторонність роботи гнучкого елемента [3, 4]. Використовуємо узагальнення принципу віртуальної роботи на динамічні задачі [6]. За узагальнені координати приймаємо просторові координати точок дискретизації x_{ki} . В результаті одержуємо систему рівнянь, що описують рух закореного довільною розгалуженою системою буя в рідині

$$\int_0^N \sum_{ij} \left\{ (m_{ij} \ddot{\bar{R}}_{ij} \frac{\partial \dot{\bar{R}}_{ij}}{\partial \dot{x}_{kp}} - m_{aij} (\dot{\bar{V}} - \dot{\bar{R}}_{ij}) |\bar{\tau}_{ij}| \frac{\partial \dot{\bar{R}}_{ij}}{\partial x_{kp}} + C_{Eij} (|\bar{\tau}_{ij}| - 1) H(|\bar{\tau}_{ij}| - 1) |\bar{\tau}_{ij}| \left| \frac{\partial |\bar{\tau}_{ij}|}{\partial x_{kp}} + ((\rho F_{ij} |\bar{\tau}_{ij}| - m_{ij}) \bar{g} - \frac{C_{nij}}{|\bar{\tau}_{ij}|} |\bar{\tau}_{ij} \times (\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{ij}) \left[(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{ij}) \bar{\tau}_{ij} \right] - \tau_{ij} ((\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{ij}) \bar{\tau}_{ij})) \frac{1}{|\bar{\tau}_{ij}|^2} - \frac{C_{tij}}{|\bar{\tau}_{ij}|} |\bar{\tau}_{ij} (\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{ij}) \left[(\bar{V} - \dot{\bar{R}}_{ij}) \bar{\tau}_{ij} \right] \frac{1}{|\bar{\tau}_{ij}|^2} \right\} \frac{\partial \dot{\bar{R}}_{ij}}{\partial x_{kp}} d\xi + M_b \ddot{x}_{ko} + \bar{F}_b \frac{\partial \dot{\bar{R}}_b}{\partial x_{ko}} = 0, \quad (11)$$

$$\bar{\tau}_{ij} = \frac{\partial \bar{R}_{ij}}{\partial l}, \quad \xi_s = l/L_{ij}, \quad k = 1, 2, 3, \quad p = 1, 2, \dots, N - r.$$

Тут m_{ij} і m_{aij} – маса і приєднана маса, L_{ij} – довжина, F_{ij} – площа поперечного перерізу, C_{Eij} , $C_{\tau ij}$, C_{nij} – коефіцієнти пружності й опору дотичного і нормального ij -го відрізка троса, \vec{V} – вектор швидкості потоку, ρ – щільність рідини, \vec{g} – вектор вільного падіння, M_b – маса буя, \vec{F}_b – сили, що діють на буй.

Сили, що діють на буй від морського хвилювання, будемо брати аналогічно [3, 5]. Для буя віхоподібної форми, тобто з постійною площею ватерлінії, приймаємо, що максимальний розмір буя малий у порівнянні з відрізком, на якому швидкість потоку рідини значно змінюється. Впливом буя на потік будемо нехтувати. Передбачаємо, що центр тиску і центр мас збігаються, тоді момент гідродинамічних сил відсутній. Якщо підйом вільної поверхні малий порівняно з довжиною хвилі, то і нахили її будуть малими, тоді можна вважати, що поверхня рідини коливається за законом [10], $\eta = A \cos(k\bar{x} - \omega t)$. Впливом морського хвилювання на елементи заякорення буя на глибинах, більших половини довжини хвилі, будемо нехтувати.

Додаючи до отриманих рівнянь руху початкову конфігурацію системи заякорення $x_{ki}(l, t)|_{t=0} = x_{ki}^0$ і початкові швидкості її руху $\dot{x}_{ki}(l, t)|_{t=0} = v_{ki}^0$, однозначно опишемо динаміку заякореного буя.

Для знаходження радіусів-векторів \bar{R}_{ij} використані параметричні локальні сплайни [2, 8].

Розрахункову систему рівнянь можна представити у вигляді

$$[\ddot{x}_{kp}][M] = \Phi(x_{kp}, \dot{x}_{kp}). \quad (12)$$

Для чисельного розв'язання систему диференціальних рівнянь руху (12) необхідно привести до нормального виду. Так як еле-

менти матриці M залежать від невідомих функцій, то процес нормалізації необхідно проводити на кожному кроці за часом. Але, так як матриця M є розрідженою, то при її розв'язанні методами виключення деякі елементи матриці, що до розв'язання дорівнювали нулю, перестають бути рівними нулю. Використовуючи перестановки стовпців і рядків матриці, можна скоротити кількість ненульових елементів, що знову з'являються при факторизації. Найкращі результати, з погляду мінімального числа ненульових елементів і, як наслідок, часу розв'язання перетвореної системи, виходять для перестановки, що була отримана при використанні алгоритму мінімального ступеня [7].

Так як на кожному кроці за часом необхідно розв'язувати лінійну систему рівнянь з матрицею M , то виникає питання стійкості розв'язку, що забезпечується вибором головного елемента матриці і залежить від міри її обумовленості. Для кожного рядка розглянутої матриці M величини діагональних елементів в два рази перевищують суму величин недиагональних, тобто матриця M є матрицею з діагональною перевагою. Оцінимо міру спектральної обумовленості матриці M . Для рівномірної розбивки можна знехтувати розбіжністю між коефіцієнтами. Структура ненульових елементів матриці M^0 співпадає із структурою матриці інцидентності графа, що відповідає схемі конструкції. Ненульові недиагональні елементи матриці M^0 дорівнюють одиниці. У загальному випадку, визначити міру обумовленості матриці неможливо, але для конкретної конструкції її можна визначити заздалегідь. Нормалізовану систему нелінійних диференціальних рівнянь розв'язуємо чисельно, використовуючи метод Гіра.

РЕЗУЛЬТАТИ ТА ПОЯСНЕННЯ

Використовуючи запропонований алгоритм, дослідимо коливання буйково-заякореної системи загородження в умовах розвинутого морського хвилювання. Зокрема, розглянемо заякорену по прямій лінії систе-

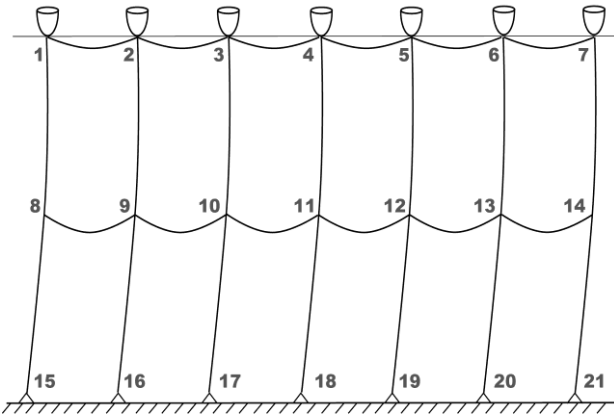


Рис. 1. Схема буйково-заякореної системи загородження

Fig. 1. Buoy-moored barrier system

му, що утримується буюми на хвилі. Дослідження коливань проведемо для конкретної конструкції, в якій кількість: точок заякорення – 7, буйків – 7, горизонтальних рядів – 3, вертикальних рядів – 7 (Рис.1).

Довжини всіх ділянок по 100м, погонна маса буйрепів 3 кг/м, площа їх поперечного перерізу $F_{ij} = 0,0003 \text{ м}^2$, коефіцієнт пружності $C_{Eij} = 10^7 \text{ Н}$. Коефіцієнти гідродинамічного опору руху в рідині прийняті такі: $C_{\tau ij} = 0,78 \text{ кг/м}^2$, $C_{n ij} = 15,6 \text{ кг/м}^2$ – дотична та нормальна складові; приєднана маса рідини, що залучається в сумісний рух $m_{aij} = 0,4 \text{ кг/м}$. Буй має циліндричну форму, маса бую 100кг, площа міделевого перерізу 1 м^2 .

Виберемо нерухому систему координат: нехай площина Ox_1x_2 збігається з незбуреною поверхнею води, а вісь Ox_3 направимо проти вектора вільного падіння.

У якості початкової обираємо рівноважну конфігурацію конструкції

$$\bar{x}_j|_{t=0} = \bar{x}_j^0, \quad \dot{\bar{x}}_j|_{t=0} = 0.$$

Дослідимо коливання буйково-заякореної системи загородження при різноманітних періодах морського хвилювання, де залежність між періодом хвиль та їхньою

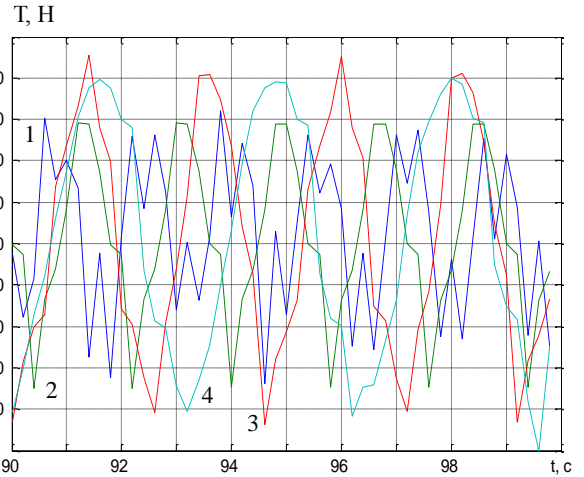


Рис. 2. Залежність натягу від часу в середньому вертикальному буйрепі при $\alpha = 90^\circ$, $T_w = 1,6c - 1$; $T_w = 1,8c - 2$; $T_w = 2,3c - 3$; $T_w = 3,2c - 4$

Fig. 2. The dependence of the tension on time in the average vertical buoy line at $\alpha = 90^\circ$, $T_w = 1,6c - 1$; $T_w = 1,8c - 2$; $T_w = 2,3c - 3$; $T_w = 3,2c - 4$

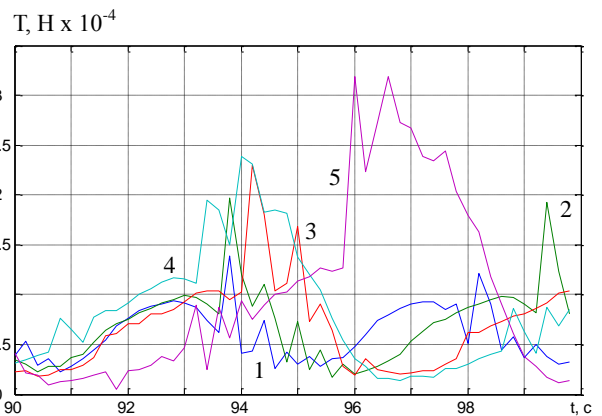


Рис. 3. Залежність натягу від часу в середньому вертикальному буйрепі при $\alpha = 90^\circ$, $T_w = 4,5c - 1$; $T_w = 5,6c - 2$; $T_w = 6,4c - 3$; $T_w = 8,0c - 4$; $T_w = 9,0c - 5$

Fig. 3. The dependence of the tension on time in the average vertical buoy line at $\alpha = 90^\circ$, $T_w = 4,5c - 1$; $T_w = 5,6c - 2$; $T_w = 6,4c - 3$; $T_w = 8,0c - 4$; $T_w = 9,0c - 5$

амплітудою виражається за законом [6]

$$A = 0,085 \exp\left(0,75 \ln\left(gT_w^2/2\pi\right)\right).$$

На Рис. 2, 3 представлені залежності натягу від часу при куті між фронтом розповсюдження хвилі та лінією заякорення

$\alpha = 90^\circ$ в середньому вертикальному буйрепі в точці кріплення буйка.

При малих періодах морського хвилювання амплітуди натягу суттєво не відрізняються. При великих періодах морського хвилювання (штормові хвилі) амплітуди натягу зі збільшенням періоду хвилі значно зростають.

На Рис. 4 представлена залежність максимальних величин натягу від періоду хвилі при куті між фронтом розповсюдження хвилі та лінією заякорення $\alpha = 30^\circ$

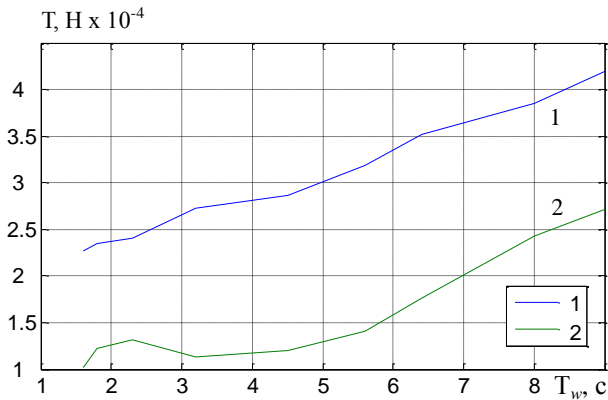


Рис.4. Залежність максимальних величин натягу від періоду хвилі при $\alpha = 30^\circ$ у крайньому – 1 і в середньому – 2 вертикальних буйрепах

Fig. 4. The dependence of the maximum values of tension on the wave period $\alpha = 30^\circ$ in the extreme – 1 and the average – 2 vertical buoy lines

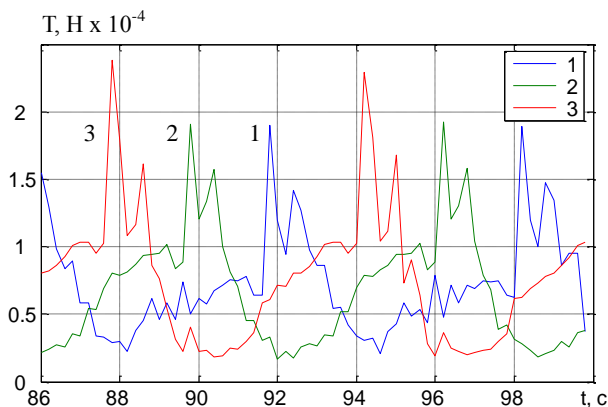


Рис. 5. Залежність натягу від часу в середньому вертикальному буйрепі при $T_w = 6,4c$, $\alpha = 0^\circ - 1$; $45^\circ - 2$; $90^\circ - 3$

Fig. 5. The dependence of the tension on time in the average vertical buoy line at $T_w = 6,4c$, $\alpha = 0^\circ - 1$; $45^\circ - 2$; $90^\circ - 3$

крайньому (крива 1) і в середньому (крива 2) вертикальних буйрепах в точках кріплення буйка.

Бачимо, що максимальні значення натягів в крайньому буйрепі практично лінійно зростають з ростом періоду хвиль. В той же час для середнього буйрепа при малих періодах хвиль максимальні значення натягу практично не зростають.

Для найбільш ймовірного морського хвилювання в умовах відкритих шельфових зон (період хвилі $T_w = 6,4c$, що відповідає 4...5 балам) на Рис. 5 представлено коливання буйково-заякореної системи загородження при різних кутах між фронтом розповсюдження хвилі та лінією заякорення в середньому вертикальному буйрепі в точці кріплення буйка.

Виявлено, що при зміні кута розповсюдження хвильового фронту до лінії заякорення (при кутах менших 75°) максимальні натяги у вертикальному буйрепі біля середнього буйка суттєво не відрізняються за своїм характером та величинами і зростають при наближенні величини кута до 90° , а максимальні натяги в вертикальному буйрепі біля крайнього буйка суттєво не відрізняються при зміні кута, хоча і значно більші ніж біля середнього буйка (Рис. 6).

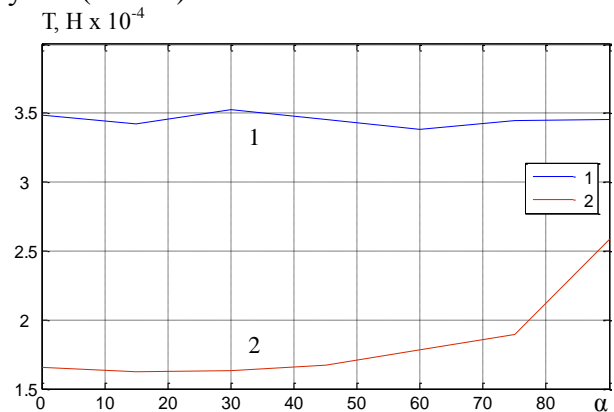


Рис. 6. Залежність максимальних величин натягу від кута при $T_w = 6,4c$ у вертикальних буйрепах (1 – біля крайнього буйка т.1; 2 – біля середнього буйка т.4)

Fig. 6. The dependence of the maximum values of tension on the angle at $T_w = 6,4c$ in the vertical buoy lines (1 – near the extreme buoy p.1; 2 –near the middle buoy p.4)

На Рис. 7 представлена залежність натягу від часу в крайньому буйрепі при $T_w = 6,4\text{с}$, $\alpha = 30^\circ$ по глибині (1 – в точці кріплення буйка, 2 – в середній точці, 3 – в точці зякорення). Бачимо, що натяг по глибині зменшується, але вібрації посилюються.

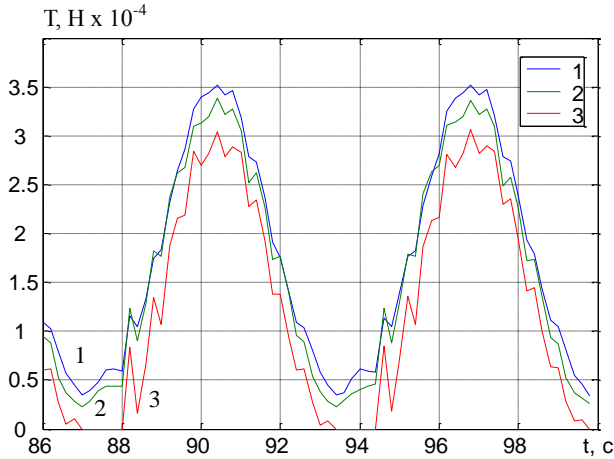


Рис. 7. Залежність натягу від часу в крайньому вертикальному буйрепі при $T_w = 6,4\text{с}$; $\alpha = 30^\circ$ (1 – біля буйка; 2 – в середній точці; 3 – в точці зякорення)

Fig. 7. The dependence of the tension on time at the extreme vertical buoy line $T_w = 6,4\text{с}$; $\alpha = 30^\circ$ (1 – near buoy; 2 – midpoint; 3 – at the point of anchoring)

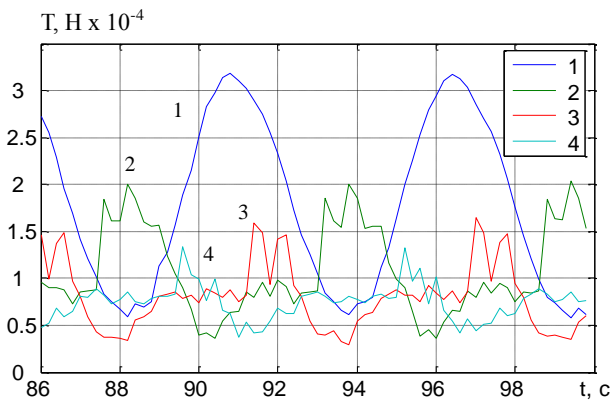


Рис. 8. Залежність натягу від часу при $\alpha = 30^\circ$, $T_w = 5,6\text{с}$, у вертикальних буйрепах (1 – біля крайнього буйка т.1, 2 – т.2; 3 – т.3; 4 – біля середнього буйка т.4)

Fig. 8. The dependence of the tension of time in the vertical buoy lines at $\alpha = 30^\circ$; $T_w = 5,6\text{с}$, (1 – near the extreme buoy p.1, 2 – p.2; 3 – p.3; 4 – near the middle buoy p.4)

На Рис. 8, 9 представлені залежності натягу від часу в вертикальних буйрепах у точках кріплення буйків при періодах хвиль $T_w = 5,6\text{с}$ (Рис. 8), $T_w = 6,4\text{с}$ (Рис. 9) і кути набігання хвилі $\alpha = 90^\circ$. Величини натягів у вертикальних буйрепах при крайніх буйках більше ніж в два рази перевищують значення величин натягів біля середніх буйків.

На Рис. 10 наведено максимальні натяги у вертикальних буйрепах біля буйків 1-7 (буйки з першого по сьомий) при $\alpha = 30^\circ$, $T_w = 3,2\text{с}$ (крива 2), $T_w = 6,4\text{с}$ (крива 1).

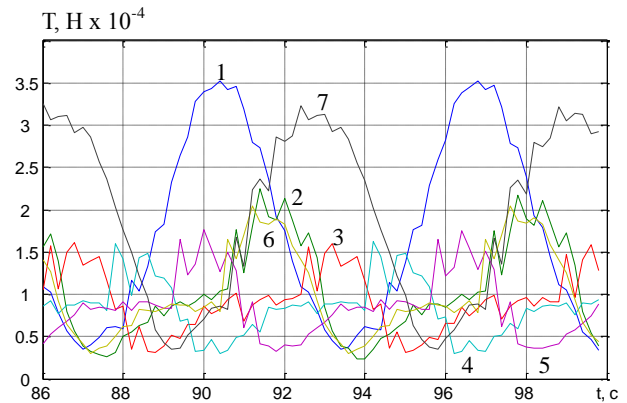


Рис. 9. Залежність натягу від часу в вертикальних буйрепах біля буйків 1-7 при $T_w = 6,4\text{с}$; $\alpha = 30^\circ$

Fig. 9. The dependence of the tension of time in the vertical buoy lines near the buoys 1-7 at $T_w = 6,4\text{с}$; $\alpha = 30^\circ$

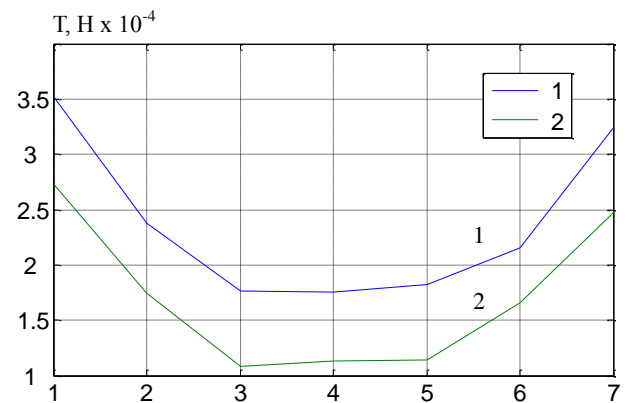


Рис. 10. Максимальні натяги у вертикальних буйрепах біля буйків 1-7 при $\alpha = 30^\circ$; $T_w = 6,4\text{с}$ – 1; $T_w = 3,2\text{с}$ – 2

Fig. 10. The maximum tension in the vertical buoy lines near the buoys 1-7 at $\alpha = 30^\circ$; $T_w = 6,4\text{с}$ – 1; $T_w = 3,2\text{с}$ – 2

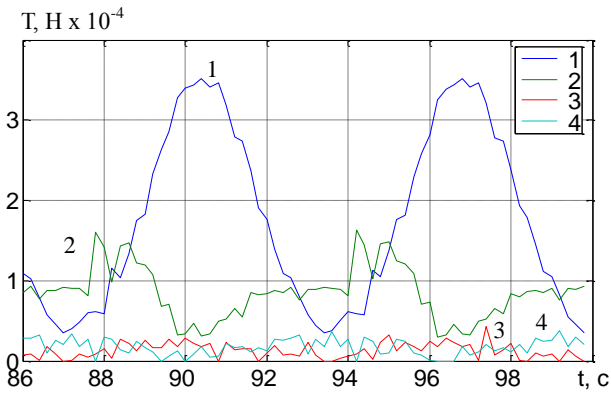


Рис. 11. Залежність натягу від часу при $\alpha=30^\circ$, $T_w = 6,4\text{с}$, біля буйків у вертикальних буйрепах: крайній – 1; середній – 2; у горизонтальних: крайній – 3; середній – 4.

Fig. 11. The dependence of the tension of time at $T_w=6,4\text{с}$, $\alpha=30^\circ$ near the buoys in vertical buoy lines: extreme – 1; medium – 2; in horizontal: extreme – 3; medium – 4

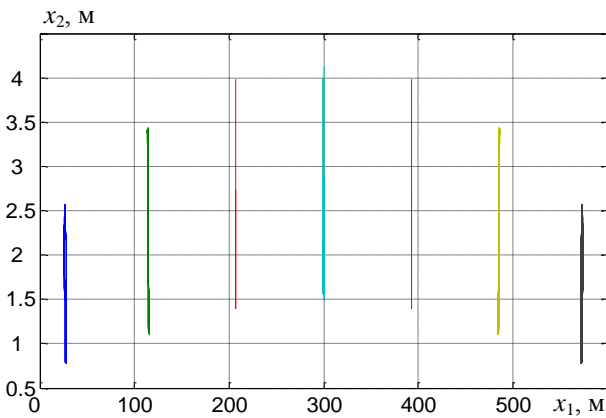


Рис. 12. Переміщення буйків в площині x_1Ox_2 при $T_w = 6,4\text{с}$; $\alpha = 90^\circ$

Fig. 12. The buoys move in a plane x_1Ox_2 at $T_w = 6,4\text{с}$; $\alpha = 90^\circ$

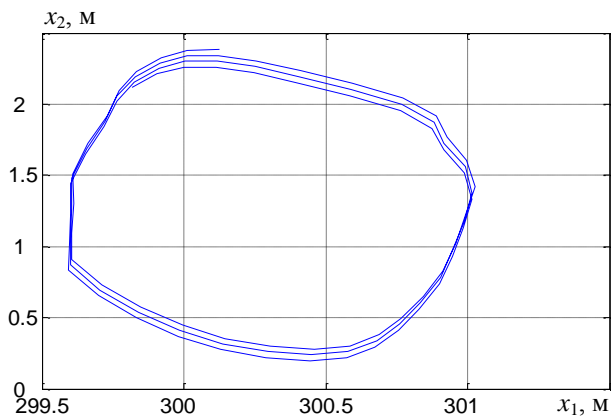


Рис. 13. Траєкторія руху середнього буйка в площині x_1Ox_2 при $T_w = 6,4\text{с}$; $\alpha = 60^\circ$

Fig. 13. The buoys move in a plane x_1Ox_2 at $T_w = 6,4\text{с}$; $\alpha = 60^\circ$

Бачимо, що зі збільшенням періоду морського хвилювання величини максимальних натягів у вертикальних буйрепах теж збільшуються.

На Рис. 11 наведено залежність натягу від часу при $T_w = 6,4\text{с}$, $\alpha = 30^\circ$ в точках кріплення буйків вертикальних буйрепів: крайнього (крива 1), середнього (крива 2); горизонтальних буйрепів: крайнього (крива 3), середнього (крива 4).

Поведінку буйково-заякореної системи загородження у просторі представлено на Рис. 12, 13.

Під дією хвиль, власної ваги, пружних характеристик система приймає стаціонарне положення, відносно якого коливається. З Рис. 12 видно, що при куті між фронтом розповсюдження хвилі та лінією заякорення $\alpha = 90^\circ$ крайні буйки значно стягуються до центру буйково-заякореної системи (більш ніж на 30 метрів), в той час як у напрямі ходу хвиль буйки зміщуються лише на декілька метрів.

Просторовий рух середнього буйка (т. 4 на Рис. 1) при періоді хвиль $T_w = 6,4\text{с}$ і куті між фронтом розповсюдження хвилі та лінією заякорення $\alpha = 30^\circ$ (Рис. 13) показує, що буйок рухається відносно динамічного стаціонарного положення по траєкторії, близькій до колової.

ВИСНОВКИ

Запропоновано методику дослідження коливань буйково-заякореної системи загородження дозволяє визначити динамічні і кінематичні характеристики поведінки таких систем під дією морського хвилювання.

В результаті проведених досліджень можна зробити такі висновки:

1) максимальні значення натягів в крайньому вертикальному буйрепі практично лінійно зростають з ростом періоду хвиль; в той же час у середньому вертикальному буйрепі при малих періодах хвиль максимальні значення натягу практично не зростають;

2) при зміні кута розповсюдження хвильового фронту до лінії заякоріння (при кутах менших 75°) максимальні натяги в вертикальному буйрепі біля середнього буйка суттєво не відрізняються за своїм характером та величинами і зростають при наближенні величини кута до 90° , а максимальні натяги в вертикальному буйрепі біля крайнього буйка суттєво не відрізняються при зміні кута, хоча і значно більші ніж біля середнього буйка;

3) величини натягів у вертикальних буйрепах при крайніх буйках більше ніж в два рази перевищують значення величин натягів біля середніх буйків;

4) величини натягів у горизонтальних буйрепах на порядок менші за натяги у вертикальних, причому «розслаблення» в горизонтальних буйрепах виникають практично при всіх періодах морського хвилювання. Такі «розслаблення» впливають на характер натягів у вертикальних буйрепах, викликаючи в них вібрації;

5) крайні буйки значно стягуються до центру системи (більше ніж на 30 метрів), в той час як в напрямі ходу хвиль буйки зміщуються лише на декілька метрів.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Баженов В.А., Гоцуляк Е.А., Кондаков Г.С., Оглобля А.И., 1989.** Устойчивость и колебания деформируемых систем с односторонними связями. Київ, Вища школа, 399.
2. **Безверхий О.И., 1993.** Про один спосіб розрахунку динаміки просторових гнучких стержневих систем. Доп. НАН України, Вип. 2, 46-49.
3. **Bezverkhii O., Kornienko V., Shul'ga M., 2001.** Forced Spatial Vibrations of Anchor Cable Systems. Int. Appl.Mech., Vol. 37, Nr 9, 1222-1229.
4. **Bezverkhii O.I., 1999.** Calculation of the Dynamic Behavior of Branched Cable Systems. Int. Appl.Mech., Vol. 35, Nr 9, 968-973.
5. **Безверхий О., 2015.** Динаміка підводних розгалужених тросових систем. Київ, Підводні технології, Вип. 01, 50-58.

6. **Васидзу К., 1987.** Вариационные методы в теории упругости и пластичности. Москва, Мир, 546.
7. **Джорж А., Лю Дж., 1984.** Численное решение больших разреженных систем уравнений. Москва, Мир, 333.
8. **Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л., 1980.** Методы сплайн-функций. Москва, Наука, 340.
9. **Кульмач П.П., 1980.** Якорные системы удержания плавучих объектов. Ленинград, Судостроение, 336.
10. **Ньюмен Дж., 1985.** Морская гидродинамика. Ленинград, Судостроение, 368.

REFERENCES

1. **Bazhenov V.A., Gotsulyak E.A., Kondakov G.S., Ogloblya A.I., 1989.** Ustoychivost i kolebaniya deformiruemyyih sistem s odnostoronnimi svyazyami. Kyiv, Vyischa shkola, 399 (in Russian).
2. **Bezverkhii O.I., 1993.** Pro odyin sposib rozrakhunku dynamiky prostorovykh hnuchkykh sterzhnevyykh system. Dop. NAN Ukrainy, Nr 2, 46-49 (in Ukrainian).
3. **Bezverkhii O., Kornienko V., Shul'ga M., 2001.** Forced Spatial Vibrations of Anchor Cable Systems. Int. Appl.Mech., Vol. 37, Nr 9, 1222-1229.
4. **Bezverkhii O.I., 1999.** Calculation of the Dynamic Behavior of Branched Cable Systems. Int. Appl.Mech., Vol. 35, Nr 9, 968-973.
5. **Bezverkhii O., 2015.** Dynamika pidvodnykh rozghaluzhenykh trosovykh system. Kyiv, Pidvodni tekhnolohii, Vol.01, 50-58 (in Ukrainian).
6. **Vasidzu K., 1987.** Variatsionnyie metodyi v teorii uprugosti i plastichnosti. Moskva, Mir, 542 (in Russian).
7. **Dzhorzh A., Lju Dzh., 1984.** Chislennoe reshenie bol'shih razrezhenykh sistem uravnenij. Moskva, Mir, 333 (in Russian).
8. **Zavyalov Yu.S., Kvasov B.I., Miroshnichenko V.L., 1980.** Metodyi splayn-funktsiy. Moskva, Nauka, 352 (in Russian).
9. **Kul'mach P.P., 1980.** Yakornye sistemy uderzhanija plavuchih ob'ektov. Leningrad, Sudostroenie, 336 (in Russian).
10. **Newmen J., 1985.** Morskaya gidrodinamika. Leningrad, Sudostroenie, 368 (in Russian).

Oscillations buoy-moored barrier systems on the waves

Oleksandr Bezverkhyi¹, Viktoriia Korniienko²

S.P. Timoshenko Institute of Mechanics National
Academy of Sciences of Ukraine
Street P. Nesterov, 3, Kyiv, Ukraine, 03057
¹o_bezver@ukr.net
orcid.org/0000-0002-0834-6335,
²vf_kornienko@ukr.net
orcid.org/0000-0003-4763-8784

Summary. In this paper we propose a methodology and algorithms to study the oscillations buoy-moored barrier systems, which allows to determine the dynamic and kinematic characteristics of the behavior of such systems under the action of sea waves.

Under the influence of unevenly distributed loads (currents, waves) buoy-moored barrier systems, which are used as a flexible biotech facilities for the cultivation of marine organisms and algae, restriction of oil spills, booms and the like, take a different configuration, and long-term effect of the variables of effort adversely affects their durability and reliability. In connection with this study the vibration of such structures is essential for designing and predicting the regularities of their behavior under the influence of various external disturbances.

Based on the classic approaches of oscillations of systems a system of equations of motion of such structures. Held detail the forces acting on the structural members. With the use of flexible elements approximations using splines is a nonlinear differential equation of second order differential equations are reduced to nonlinear Cauchy problems on the time coordinate, which are solved numerically.

In the specific example buoy-moored system, the numerical analysis of influence of parameters of sea waves (period, angle of crowding of the wave front) to the tightness at various points in the design and configuration of the system in space under the action of waves.

Key words: oscillations, buoy line, sea waves, tension, tug.