Моделювання технологічних процесів

УДК 621.875.322-82

В.І. Лесько, доцент КНУБА

ІМОВІРНІСНІ МОДЕЛІ РОБОТОЗДАТНОСТІ ГІДРОПРИВОДІВ ОДНОКІВШОВИХ ЕКСКАВАТОРІВ

АНОТАЦІЯ. *В роботі розроблені імовірнісні моделі роботоздатності і надійності гідроприводів одноківшових екскаваторів з урахуванням специфіки їх функціонування та формування параметричних відмов гідропривода.*

SUMMARY. *The developed probabilistic models of elements reliability hydrodrives of building machines, taking into account the particularities of their functioning and formation of parametric hydraulic failures.*

Актуальність проблеми. Гідроприводи сучасних будівельних машин, зокрема, одноківшових екскаваторів, кранів, представляють собою складну технічну систему із складною та мінливою під час її роботи структурою, взаємозв'язками та специфічними механізмами формування відмов. А тому проблеми оцінки та забезпечення рівня їх роботоздатності і надійності на всіх етапах: проектування, виробництва та експлуатації залишаються актуальними і досить складними. Важливе значення при цьому відіграють моделі роботоздатності і безвідмовності, на основі яких проводиться оцінка показників надійності гідроприводів цих

Мета і постановка задачі. Мета роботи полягає в розробці імовірнісних моделей роботоздатності та параметричної надійності гідроприводів одноківшових екскаваторів та інших БДМ, які змогли би враховувати специфіку структурного устрою і функціонування гідроприводів а також механізми втрати їх роботоздатності і формування параметричних відмов.

Виникнення параметричних відмов гідроелементів гідроприводу БДМ при їх експлуатації є наслідком порушення певних умов, які характеризують здатність гідроприводу зберігати роботоздатність у відповідності до певних (або заданих) вимог. Для основних елементів, які лімітують надійність гідроприводу ОЕ, умови роботоздатності характеризуються невиходом об'ємного ККД η_j за певний встановлений граничний рівень $\eta_{j\ \text{гран.}}$

Порушення умови $\{\varphi_j = \eta_j - \eta_{j\,\text{ГРАН}} > 0\}$ трактується як параметрична відмова окремо взятого $j-$го елементу, імовірність виникнення якої при заданому граничному значенні об'ємного ККД $\eta_{j\ \text{гран.}}$ визначається за виразом:

$$P\{\varphi_j = \eta_j - \eta_{j_{\text{ГРАН.}}} < 0\} = \int_0^{\eta_{j\text{ГРАН}}} f(\eta_j)d\eta, \qquad (1)$$

де: $f(\eta_j)$ - щільність імовірності розподілу об'ємного ККД (ОККД) елементу.

Специфічними в плані задання умов роботоздатності та формування параметричних відмов гідроприводів виступають такі послідовно з'єднані між собою з точки зору конструкції та компонування гідроелементи, як робочі секції гідророзподільників та гідроциліндри, які входять до підсистем: приводу стріли, приводу рукояті та приводу ковша і утворюють так звані функціональні дільниці (ФД) за схемами під'єднання елементів, приведених на рис.1. В гідроприводах кранів, навантажувачів, бульдозерів та інших машин подібні схеми з'єднань мають місце в підсистемах: підйому та висунення стріли, виносних опор (аутригерів), навісного обладнання і т.п.

Розглянемо можливість отримання моделей роботоздатності ФД, яка скомпонована за схемою *а* (рис.1).

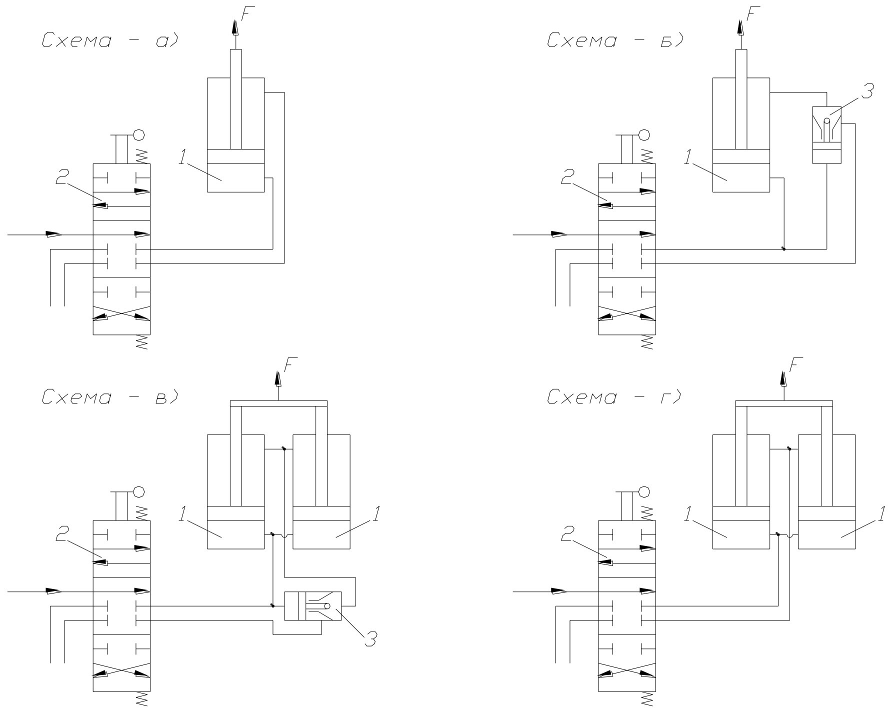

Рисунок 1. Гідравлічні схеми під'єднання гідроциліндрів в функціональних дільницях: 1–гідроциліндр; 2–гідророзподільник, 3–гідрозамок або клапан керований зворотній.

Так як гідроелементи за гідросхемою ФД з'єднані послідовно, то можна усвідомити, що їх зношення і збільшення внутрішніх витоків в кожному із них в однаковій мірі впливає на її ОККД і роботоздатність та на формування вказаної відмови. Таким чином, досягнення граничного стану функціональної дільниці є загальним результатом об'єднаного стохастичного процесу зміни технічного стану обох елементів, граничний стан яких виражається через загальний граничний об'ємний ККД $\eta_{ФД_{ГРАН}}$. Технічний стан ФД при цьому буде оцінюватися узагальненим ОККД:

$$\eta_{ФД} = \eta_{гр} \cdot \eta_{гц}, \tag{2}$$

де: $\eta_{гр}$ - ОККД секції гідророзподільника;

$\eta_{гц}$ - ОККД гідроциліндра.

В такому випадку умовою роботоздатності функціональної дільниці буде невихід значення добутку ОККД секції розподільника та гідроциліндра за граничну область:

$$\varphi_{ФД} = \eta_{гр} \cdot \eta_{гц} - \eta_{ФД_{гран}} > 0, \tag{3}$$

а імовірність збереження роботоздатності ФД запишеться так:

$$P = P\{\varphi(\eta_{гр} \cdot \eta_{гц}) - \eta_{ФДгран} > 0\}. \tag{4}$$

Для визначення показників безвідмовності функціональної дільниці представимо її як систему двох безперервних випадкових величин ($\eta_{гр}, \eta_{гц}$) із сумісною щільністю розподілу $f(\eta_{гр}, \eta_{гц})$. Загальний технічний стан ФД запишемо як функцію двох випадкових аргументів:

$$\eta_{ФД} = \varphi(\eta_{гр}, \eta_{гц}). \tag{5}$$

Функцію розподілу випадкової величини $\eta_{ФД}$ запишемо таким чином:

$$F_{\eta_{ФД}}(y) = P\{\eta_{ФД} = \varphi(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) < y\}, \tag{6}$$

де: y - деяка задана величина ОККД.

Застосовуючи інтегральну формулу повної імовірності, отримаємо:

$$F_{\eta_{ФД}}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{[\varphi(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) < y]} f(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) d\eta_{\text{гр}} \right\} d\eta_{\text{гц}}, \tag{7}$$

або:

$$F_{\eta_{ФД}}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{[\varphi(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) < y]} f(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) d\eta_{\text{гц}} \right\} d\eta_{\text{гр}}, \tag{8}$$

Об'єднуючи обидві формули (7) та (8) запишемо:

$$F_{\eta_{ФД}}(y) = \iint_{[\varphi(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) < y]} f(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) d\eta_{\text{гр}} d\eta_{\text{гц}}, \tag{9}$$

де область інтегрування визначається із умови $\varphi(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) < \eta_{ФД}$.

Диференціюючи (9) за величиною $\eta_{ФД}$ знайдемо щільність розподілу випадкової величини $\eta_{ФД}$:

$$f_{\eta_{ФД}}(y) = \frac{dF(y)}{d(y)}. \tag{10}$$

Оскільки об'ємні ККД гідророзподільників та гідроциліндрів є незалежними, то їх сумісна щільність розподілу рівна:

$$f(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) = f_{\eta_{\text{гр}}}(\eta_{\text{гр}}) \cdot f_{\text{гц}}(\eta_{\text{гц}}). \tag{11}$$

При цьому формули (7 – 9) мають вигляд:

$$F_{\eta_{ФД}}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{[\varphi(\eta_{\text{гр}}, \eta) < y]} f_{\eta_{\text{гр}}}(\eta_{\text{гр}}) d\eta_{\text{гр}} \right\} f_{\eta_{\text{гц}}}(\eta_{\text{гц}}) d\eta_{\text{гц}} = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{[\varphi(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) < y]} f_{\eta_{\text{гц}}}(\eta_{\text{гц}}) d\eta_{\text{гц}} \right\} f_{\eta_{\text{гр}}}(\eta_{\text{гр}}) d\eta_{\text{гр}} \tag{12}$$

Загальний об'ємний ККД функціональної дільниці $\eta_{ФД}$ визначається як добуток двох випадкових аргументів $\eta_{\text{гр}}$ та $\eta_{\text{гц}}$. Тоді за формулою (9) знаходимо функцію розподілу випадкової величини $\eta_{ФД} = \eta_{\text{гр}} \cdot \eta_{\text{гц}}$:

$$F_{\eta_{ФД}}(y) = P(\eta_{\text{гр}} \cdot \eta_{\text{гц}} < y) = \iint_{(\eta_{\text{гр}} \cdot \eta_{\text{гц}} < y)} f(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) d\eta_{\text{гр}} \cdot d\eta_{\text{гц}} = \int_{-\infty}^{0} \left\{ \int_{y/\eta_{\text{гр}}}^{\infty} f(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) d\eta_{\text{гц}} \right\} d\eta_{\text{гр}} +$$
$$+ \int_{0}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{y/\eta_{\text{гр}}} f(\eta_{\text{гр}}, \eta_{\text{гц}}) d\eta_{\text{гц}} \right\} d\eta_{\text{гр}}. \tag{13}$$

Або в іншому вигляді:

$$F_{\eta_{ФД}}(y) = \iint_{\eta_{\text{гр}} \cdot \eta_{\text{гц}} < y} dF_{\eta_{\text{гр}}}(\eta_{\text{гр}}) \cdot dF_{\eta_{\text{гц}}}(\eta_{\text{гц}}) = \int_{-\infty}^{0} dF_{\text{гц}}(\eta_{\text{гц}}) \cdot \int_{y/\eta_{\text{гц}}}^{\infty} dF_{\eta_{\text{гр}}}(\eta_{\text{гр}}) + \int_{0}^{\infty} dF_{\eta_{\text{гц}}}(\eta_{\text{гц}}) \cdot \int_{-\infty}^{y/\eta_{\text{гц}}} dF_{\eta_{\text{гр}}}(\eta_{\text{гр}}) =$$
$$= \int_{-\infty}^{0} \left[1 - F_{\eta_{\text{гр}}}\left(\frac{y}{\eta_{\text{гц}}}\right) \right] dF_{\eta_{\text{гц}}}(\eta_{\text{гц}}) + \int_{0}^{\infty} F_{\eta_{\text{гр}}}\left(\frac{y}{\eta_{\text{гц}}}\right) dF_{\eta_{\text{гц}}}(\eta_{\text{гц}}). \tag{14}$$

Диференціюючи вирази (13) або (14) по y отримаємо щільність розподілу випадкової величини $\eta_{ФД}$:

$$f_{\eta_{ФД}}(y) = -\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\eta_{гр}} f\left(\eta_{гр}, \frac{y}{\eta_{гр}}\right) d\eta_{гр} + \int_{0}^{\infty} \frac{1}{\eta_{гр}} f\left(\eta_{гр}, \frac{y}{\eta_{гр}}\right) d\eta_{гр}. \quad (15)$$

Оскільки випадкові величини $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$ є незалежними, то вираз (15) можна записати в такому вигляді:

$$f_{\eta_{ФД}}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|\eta_{гц}|} f_{\eta_{гр}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right) \cdot f_{\eta_{гц}}(\eta_{гц}) d\eta_{гц}. \quad (16)$$

Випадкові величини об'ємних ККД $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$ можуть бути розподілені за різними законами. Обробка статистичних матеріалів, отриманих при діагностуванні ГП в умовах експлуатації машин, підтверджує, що частіше всього ці діагностичні параметри можуть бути розподілені за нормальним законом, логарифмічно-нормальним, законом Вейбула, Релея, гамма-розподілом, бета-розподілом, експонентним, рівномірним або дифузійними законами розподілу.

1. Розглянемо можливість визначення функції та щільності розподілу узагальненого об'ємного ККД функціональної дільниці $\eta_{ФД}$, як функцію добутку випадкових аргументів $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$ розподілених за деякими із згаданих законів.

Розглянемо випадок, коли діагностичні параметри секції гідророзподільника та гідроциліндра розподілені за гамма-розподілом зі щільностями:

$$f_{\eta_{гр}}(y) = \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} y^{\alpha_1 - 1} e^{-\beta_1 y} \qquad (y > 0) \quad (17)$$

та

$$f_{гц}(y) = \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} y^{\alpha_2 - 1} e^{-\beta_2 y} \qquad (y > 0) \quad (18)$$

де α_1, β_1 та α_2, β_2 - параметри закону розподілу об'ємного ККД гідророзподільника $\eta_{гр}$ та гідроциліндра $\eta_{гц}$ відповідно.

За формулою (16) визначимо щільність розподілу загального об'ємного ККД функціональної дільниці як системи двох безперервних випадкових величин:

$$f_{\eta_{ФД}}(y) = \int_{0}^{\infty} \frac{1}{\eta_{гц}} f_{\eta_{гр}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right) f_{\eta_{гц}}(\eta_{гц}) d\eta_{гц} = \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} \int_{0}^{+\infty} \frac{1}{\eta_{гц}} \left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right) \exp\left\{-\frac{\beta_1 y}{\eta_{гц}}\right\} \eta_{гц}^{\alpha_2 - 1} e^{-\beta_2 \cdot \eta_{гц}} d\eta_{ц} =$$

$$= \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} y^{\alpha_1 - 1} \cdot \int_{0}^{+\infty} \frac{1}{y} \frac{1}{y^{\alpha_1 - 1}} \cdot y^{\alpha_2 - 1} \exp\left\{-\frac{\beta_1 y}{\eta_{гц}} - \beta_2 \eta_{ц}\right\} d\eta_{гц} = \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} y^{\alpha_1 - 1} \int_{0}^{+\infty} \eta^{\alpha_2 - \alpha_1 - 1} \times$$

$$\times \exp\left\{-\frac{\beta_1 y}{\eta_{гц}} - \beta_2 \eta_{гц}\right\} d\eta_{гц} = \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} y^{\alpha_1 - 1} \cdot 2 \cdot \left(\frac{\beta_1 y}{\beta_2}\right)^{\frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}} K_{\alpha_2 - \alpha_1}\left(2\sqrt{\beta_1 \beta_2 y}\right) = 2 \times$$

$$\times \frac{(\beta_1 \beta_2)^{\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}} y^{\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} - 1}}{\Gamma(\alpha_1) \Gamma(\alpha_2)} K_{\alpha_2 - \alpha_1}(2\sqrt{\beta_1 \beta_2 y}), \quad (19)$$

де: $K_{\alpha_2 - \alpha_1}(\cdot)$ - модифікована функція Бесселя 2-го роду порядку (α_2-α_1), яку запозичуємо із теорії спеціальних функцій [3]:

$$\int_{0}^{+\infty} x^{\nu - 1} \exp\left[-\frac{\beta}{x} - \gamma x\right] dx = 2\left(\frac{\beta}{\gamma}\right)^{\frac{\nu}{2}} K_\nu\left(2\sqrt{\beta\nu}\right),$$

$$\left(\operatorname{Re}\beta > 0, \operatorname{Re}\gamma > 0\right).$$

Інтегруючи вираз (19) отримаємо імовірність збереження роботоздатності функціональної дільниці при заданому граничному значенні $y = \eta_{ФДгран}$:

$$P_{\eta_{ФД}}(y) = P\left(\eta_{гр} \cdot \eta_{гц} > y = \eta_{ФДгран}\right) = \int_{y=\eta_{ФДгран}}^{1} 2\frac{\left(\beta_1\beta_2\right)^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}} y^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}-1}}{\Gamma(\alpha_1)\Gamma(\alpha_2)} K_{\alpha_2-\alpha_1}\left(2\sqrt{\beta_1\beta_2 y}\right)dy, \quad (20)$$

де: $\eta_{ФДгран}$ - граничне значення узагальненого об’ємного ККД ФД.

При запровадженні в формулу (20) параметрів зміщення $\eta_{гр_{зм}}$ та $\eta_{гц_{зм}}$ ($\eta_{гр} > \eta_{гр_{зм}}$, $\eta_{гц} > \eta_{гц_{зм}}$) одержимо:

$$P_{\eta_{ФД}}(y) = \frac{2(\beta_1 \cdot \beta_2)^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}}}{\Gamma(\alpha_1)\cdot\Gamma(\alpha_2)} \int_{\eta_{ФД_{гран}}}^{1} (y - \eta_{гр_{зм}} \cdot \eta_{гц_{зм}})^{\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}-1} \times K_{\alpha_2-\alpha_1}(2\sqrt{\beta_1\beta_2(y - \eta_{гр_{зм}} \cdot \eta_{гц_{зм}})}dy \quad (21)$$

Нехай діагностичні параметри $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$ мають експоненціальний розподіл з параметрами λ_1 та λ_2 відповідно.

Знайдемо щільність розподілу $f_{\eta_{ФД}}(y)$ за формулою (16):

$$f_{\eta_{ФД}}(y) = \int_0^\infty \frac{1}{\eta_{гц}} f_{\eta_{гр}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right) f_{\eta_{гц}}\left(\eta_{гц}\right)d\eta_{гц} = \int_0^\infty \frac{1}{\eta_{гц}} \lambda_1 e^{-\lambda_1 \frac{y}{\eta_{гц}}} \cdot \lambda_2 e^{-\lambda_2\eta_{гц}} d\eta_{гц} =$$

$$= \lambda_1\lambda_2 \times \int_0^\infty \frac{1}{\eta_{гц}} \exp\left\{\frac{-\lambda_1 y}{\eta_{гц}} - \lambda_2\eta_{гц}\right\}d\eta_{гц} = 2\lambda_1\lambda_2 \cdot K_0\left(2\sqrt{\lambda_1\lambda_2 \cdot y}\right), \quad (22)$$

де: $K_0(\cdot)$- модифікована функція Бесселя, 2-го роду нульового порядку.

Формула щільності імовірності розподілу (22) буде тотожною отриманій раніше формулі (19) при умові, якщо параметри гама–розподілу будуть такими: $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, а $\beta_1 = \lambda_1, \beta_2 = \lambda_2$, що є характерним для гама – розподілу.

Знайдемо функцію розподілу величини $\eta_{ФД} = \eta_{гр} \cdot \eta_{гц}$. На основі (14) маємо:

$$F_{\eta_{ФД}}(y) = P\left\{\eta_{гр} \cdot \eta_{гц} < y\right\} = \int_0^\infty F_{\eta_{гр}}\left(\frac{y}{\eta_{гц}}\right) dF_{\eta_{гц}}\left(\eta_{гц}\right) = \int_0^{+\infty}\left[1 - e^{-\lambda_1\frac{y}{\eta_{гц}}}\right] \cdot \lambda_2 \cdot e^{-\lambda_2\eta_{гц}} d\eta_{гц} = \int_0^{+\infty} \lambda_2 e^{-\lambda_2\eta_{гц}} d\eta_{гц} -$$

$$- \int_0^{+\infty} \lambda_2 \exp\left\{-\left(\frac{\lambda_1 y}{\eta_{гц}} + \lambda_2\eta_{гц}\right)\right\} = 1 - \lambda_2 \int_0^{+\infty} exp\left\{-\left(\frac{\lambda_1 y}{\eta_{гц}} + \lambda_2\eta_{гц}\right)\right\}d\eta_{гц} = 1 - 2\lambda_2\left(\frac{\lambda_1 y}{\lambda_2}\right)^{\frac{1}{2}} \times$$

$$\times K_1\left(2 \cdot \sqrt{\lambda_1\lambda_2 y}\right) = 1 - 2\sqrt{\lambda_1\lambda_2 y} \cdot K_1\left(2 \cdot \sqrt{\lambda_1\lambda_2 y}\right); \quad (23)$$

В окремому випадку, коли $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$:

$$F_{\eta_{ФД}}\left(y\right) = 1 - 2\lambda\sqrt{y}K_1\left(2 \cdot \lambda\sqrt{y}\right) \quad (23,a)$$

Виходячи з виразу (23) імовірність роботоздатності ФД гідроприводу при заданому граничному значенні ОККД $y = \eta_{ФДгран}$ визначаємо за формулою:

$$P_{\eta_{ФД}}\left(y\right) = P_{\eta_{ФД}}\left\{\eta_{гр} \cdot \eta_{гц} > y = \eta_{ФДгран}\right\} = 2\sqrt{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot y} \cdot K_1\left(2\sqrt{\lambda_1\lambda_2 \cdot y}\right) =$$

$$2\sqrt{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \eta_{ФДгран}} \cdot K_1\left(\sqrt{\lambda_1\lambda_2 \cdot \eta_{ФД_{ГРАН}}}\right). \quad (24)$$

З урахуванням параметрів зміщення отримаємо:

$$P_{\eta_{ФД}}(y) = 2\sqrt{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (y - \eta_{гр_{зм}} \cdot \eta_{гц_{зм}})} \cdot K_1\left(2\sqrt{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot (y - \eta_{гр_{зм}} \cdot \eta_{гц_{зм}})}\right) \tag{25}$$

Розглянемо випадок, коли випадкові значення об'ємних ККД секції гідророзподільника та гідроциліндра підпорядковуються логарифмічно нормальному закону розподілу із щільностями:

$$f(\eta) = \frac{1}{\eta\sigma_\eta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln\eta - \mu_\eta)^2}{2\sigma_\eta}\right] \tag{26}$$

де μ_η та σ_η - параметри логарифмічно-нормального закону.

Показовим результатом є те, що отриманий закон розподілу при цьому не змінюється і також залишається логарифмічно-нормальним:

$$f_{ФД}(y) = \frac{1}{y\sqrt{2\pi(\sigma_{гр}^2 + \sigma_{гц}^2)}} \exp\left\{-\frac{1}{2(\sigma_{гр}^2 + \sigma_{гц}^2)}\left(\ln\frac{y}{\mu_{гр} \cdot \mu_{гц}}\right)^2\right\}. \tag{27}$$

Звідси:

$$P_{ФД}(\eta_{гр} \cdot \eta_{гц} > y) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln\dfrac{y}{\mu_{гр} \cdot \mu_{гц}}}{\sqrt{(\sigma_{гр}^2 + \sigma_{гц}^2)}}\right). \tag{28}$$

Запишемо вирази функції та щільності розподілу ОККД ФД для випадку, коли випадкові величини $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$ розподіляються за нормальними законами з параметрами $m_{\eta_{гр}}$, $m_{\eta_{гц}}$ та $\sigma_{\eta_{гр}}$, $\sigma_{\eta_{гц}}$:

$$F_{ФД}(y) = \int_{-\infty}^{0}\left(\int_{\frac{y}{\eta_{гр}}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{гц}} e^{-\frac{(\eta_{гц} - m_{\eta_{гц}})^2}{2\sigma_{гц}^2}} d\eta_{гц}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{гр}} \cdot \exp\left[-\frac{(\eta_{гр} - m_{\eta_{гр}})^2}{2\sigma_{гр}^2}\right] d\eta_{гр} +$$

$$+\int_{0}^{\infty}\left(\int_{\infty}^{\frac{y}{\eta_{гр}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{гц}} \exp\left[-\frac{(\eta_{гц} - m_{\eta_{гц}})^2}{2\sigma_{гц}^2}\right] d\eta_{гц}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{гр}} \cdot \exp\left[-\frac{(\eta_{гр} - m_{\eta_{гр}})^2}{2\sigma_{гр}^2}\right] d\eta_{гр}. \tag{29}$$

$$f_{ФД}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|\eta_{гр}|} \cdot \frac{1}{2\pi\sigma_{гр}\sigma_{гц}} \exp\left[-\frac{\left(\frac{y}{\eta_{гр}} - m_{гц}\right)^2}{2\sigma_{гц}^2} - \frac{(\eta_{гр} - m_{гр})^2}{2\sigma_{гр}^2}\right] d\eta_{гр} \tag{30}$$

При нормальному законі розподілу випадкових величин $\eta_{гр}$, $\eta_{гц}$ отримати в аналітичному вигляді закон розподілу $F(\eta_{гр} \cdot \eta_{гц} < y)$ доволі складно, тому ця задача вирішена автором методами статистичного моделювання. В разі необхідності для отримання аналітичного виразу використовуємо спрощений варіант розрахунку функції двох випадкових аргументів в припущенні, що при цьому зберігається нормальний закон розподілу результуючої величини $\eta_{ФД}$. Параметри шуканого закону розподілу ОККД ФД можна отримати, використовуючи теорему про властивості числових характеристик добутку випадкових величин:

$$M[\eta_{гр} \cdot \eta_{гц}] = m_{\eta_{гр}} \cdot m_{\eta_{гц}} = m_{\eta_{ФД}} \tag{31}$$

$$D\left[\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}\right]=D_{\eta_{гр}}\cdot D_{\eta_{гц}}+D_{\eta_{гр}}\cdot m_{\eta_{гц}}^{2}+D_{\eta_{гц}}\cdot m_{\eta_{гр}}^{2}=\sigma_{\eta_{ФД}}^{2} \tag{32}$$

де $M[\cdot]$ та $D[\cdot]$ - відповідно математичне сподівання та дисперсія добутку випадкових величин.

Звідси щільність розподілу $f(\eta_{гр},\eta_{гц})$:

$$f(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\left(D_{\eta_{гр}}\cdot D_{\eta_{гц}}+D_{\eta_{гр}}\cdot m_{\eta_{гц}}^{2}+D_{\eta_{гц}}\cdot m_{\eta_{гр}}^{2}\right)}}\times$$

$$\times\exp\left[-\frac{y-m_{\eta_{гр}}\cdot m_{\eta_{гц}}}{2\left(D_{\eta_{гр}}\cdot D_{\eta_{гц}}+D_{\eta_{гр}}\cdot m_{\eta_{гц}}^{2}+D_{\eta_{гц}}\cdot m_{\eta_{гр}}^{2}\right)}\right] \tag{33}$$

Імовірність збереження роботоздатності при заданому граничному значенні ОККД ФД запишемо так:

$$P\left\{\varphi\left(\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}\right)>\eta_{ФД_{гран}}\right\}=0,5-\Phi\left[\frac{\eta_{ФД_{гран}}-m_{\eta_{гр}}\cdot m_{\eta_{гц}}}{\sqrt{D_{\eta_{гр}}\cdot D_{\eta_{гц}}+D_{\eta_{гр}}\cdot m_{\eta_{гц}}^{2}+D_{\eta_{гц}}\cdot m_{\eta_{гр}}^{2}}}\right] \tag{34}$$

При зрізаному нормальному законі розподілу ОККД секцій гідророзподільника та гідроциліндрів імовірність невиходу ОККД функціональної дільниці за граничне значення за умови раніше прийнятих допущень буде такою:

$$P\left\{\varphi\left(\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}\right)>\eta_{ФД_{гран}}\right\}=\left[\Phi\left(\frac{1-m_{гр}\cdot m_{гц}}{\sqrt{\sigma_{\eta_{гр}}^{2}+\sigma_{\eta_{гц}}^{2}}}\right)+\Phi\left(\frac{m_{гр}\cdot m_{гц}}{\sqrt{\sigma_{\eta_{гр}}^{2}+\sigma_{\eta_{гц}}^{2}}}\right)\right]^{-1}\times$$

$$\times\left\{0,5-\Phi\left[\frac{\eta_{ФД_{гран}}-m_{гр}\cdot m_{гц}}{\sqrt{D_{\eta_{гр}}\cdot D_{\eta_{гц}}+D_{\eta_{гр}}\cdot m_{\eta_{гц}}^{2}+D_{\eta_{гц}}\cdot m_{\eta_{гр}}^{2}}}\right]\right\} \tag{35}$$

При розподілі ОККД гідророзподільника та гідроциліндра за **законом Вейбула** з параметрами відповідно a_1, a_2 та b_1, b_2 щільність розподілу та імовірність збереження роботоздатності ФД визначаються за виразами:

$$f_{ФД}(y)=\frac{b_1\cdot y^{b_1-1}}{(a_1\cdot a_2)^{b_1}}\int_0^{\infty}t^{-\frac{b_1}{b_2}}\exp\left\{-\left(\frac{y}{a_1\cdot a_2}\right)^{b_1}\cdot t^{-\frac{b_1}{b_2}}-t\right\}dt; \tag{36}$$

$$P_{ФД}\left\{\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}>y\right\}=\int_0^{\infty}\exp\left\{-\left[\left(\frac{y}{a_1\cdot a_2}\right)^{b_1}\cdot t^{-\frac{b_1}{b_2}}+t\right]\right\}dt. \tag{37}$$

В області високих значень ОККД, що характерно для малозношених гідроелементів, параметри b_1 та b_2 можна прийняти як близькі за значеннями (тобто: $b_1=b_2$). Тоді для цього випадку пропонуються наступні моделі:

$$f_{ФД}(y)=2\frac{b\cdot y^{b-1}}{(a_1\cdot a_2)^{b}}K_0\left[2\left(\frac{y}{a_1\cdot a_2}\right)^{\frac{b}{2}}\right]; \tag{38}$$

$$P_{ФД}\left\{\eta_{гр}\cdot\eta_{гц}>y\right\}=2\left(\frac{y}{a_1\cdot a_2}\right)^{\frac{b}{2}}K_1\left[2\left(\frac{z}{a_1\cdot a_2}\right)^{\frac{b}{2}}\right]. \tag{39}$$

Якщо має місце розподіл Релея, то отримаємо:

$$f_{ФД}(y) = \frac{y}{\sigma_{гр}^2 \cdot \sigma_{гц}^2} K_0 \left(\frac{y}{\sigma_{гр} \cdot \sigma_{гц}} \right); \quad (40)$$

$$P_{ФД}\{\eta_{гр} \cdot \eta_{гц} > y\} = \frac{y}{\sigma_{гр} \cdot \sigma_{гц}} K_1 \left(\frac{y}{\sigma_{гр} \cdot \sigma_{гц}} \right). \quad (41)$$

Для рівномірного закону розподілу ОККД $\eta_{гр}$ та $\eta_{гц}$ з відповідними параметрами $a, b \quad (0 \le a < b < 1)$ та $c, d \quad (0 \le c < d < 1)$ шукані функції виглядають таким чином:

$$f_{ФД}(y) = \frac{1}{(b-a)(d-c)} \left[\ln \min\left\{ \frac{y}{c}, b \right\} - \ln \max\left\{ \frac{y}{d}, a \right\} \right], \text{ для } ac < y < bd. \quad (42)$$

$$P_{ФД}\{\eta_{гр} \cdot \eta_{гц} > y\} = \begin{cases} 0 & y \le a \cdot c \\ \dfrac{\ln \frac{b}{a}(y - a \cdot c)}{(b-a)(d-c)}, & b \cdot c < y < a \cdot d \\ \dfrac{\ln \frac{d}{c}(y - a \cdot c)}{(b-a)(d-c)}, & a \cdot d < y < b \cdot c \\ [(b-a)(d-c)]^{-1} \left[y \cdot \ln \dfrac{y}{a \cdot c} - y + a \cdot c \right], & y \le \min[a \cdot d, b \cdot c] \\ [(b-a)(d-c)]^{-1} \left[y \cdot \ln \dfrac{b \cdot d}{y} + y - a \cdot c\left(1 + \ln \dfrac{b \cdot d}{a \cdot c}\right) \right], & y \ge \max[d \cdot a, b \cdot c] \\ 1 & y \ge b \cdot d. \end{cases} \quad (43)$$

Розглянемо можливі в експлуатації гідроприводів випадки, коли процеси деградації технічного стану гідроциліндра та гідророзподільника відносяться до дифузійних процесів із постійною середньою швидкістю a_η та постійним коефіцієнтом варіації швидкості зміни ОККД - ν_η, які описуються DN- та DM-розподілами.

Запишемо формулу для визначення імовірності збереження роботоздатності (або імовірності безвідмовної роботи) функціональної дільниці для DN-розподілу:

$$P(\eta_{гр} \cdot \eta_{гц} > \eta_{ФД_{гран}}; t) = \Phi\left[\frac{[\eta_{огц} \cdot \eta_{огр} - \eta_{ФД_{гран}} - (a_{гр} + a_{гц})t](a_{гр} + a_{гц})}{\sqrt{(\nu_{гр}^2 \cdot a_{гр}^2 + \nu_{гц}^2 \cdot a_{гц}^2)(a_{гр} + a_{гц})(\eta_{огц} \cdot \eta_{огр} - \eta_{ФД_{гран}})t}} \right] -$$

$$- \exp\left[\frac{2(a_{гр} + a_{гц})^2}{\nu_{гр}^2 \cdot a_{гр}^2 + \nu_{гц}^2 \cdot a_{гц}^2} \right] \times \Phi\left[- \frac{[\eta_{огц} \cdot \eta_{огр} - \eta_{ФД_{гран}} + (a_{гр} + a_{гц})t](a_{гр} + a_{гц})}{\sqrt{(\nu_{гр}^2 \cdot a_{гр}^2 + \nu_{гц}^2 \cdot a_{гц}^2)(a_{гр} + a_{гц})(\eta_{огц} \cdot \eta_{огр} - \eta_{ФД_{гран}})t}} \right] \quad (44)$$

Для DM-розподілу параметрів отримаємо:

$$P(\eta_{гр} \cdot \eta_{гц} > \eta_{ФД_{гран}}; t) = P(t) = \Phi\left[\frac{\eta_{огц} \cdot \eta_{огр} - \eta_{ФД_{гран}} - (a_{гр} + a_{гц})t}{\dfrac{\sqrt{\nu_{гр}^2 \cdot a_{гр}^2 + \nu_{гц}^2 \cdot a_{гц}^2}}{a_{гр} + a_{гц}} \sqrt{(a_{гр} + a_{гц})(\eta_{огц} \cdot \eta_{огр} - \eta_{ФД_{гран}})t}} \right] =$$

$$= \Phi\left[\frac{[\eta_{огц} \cdot \eta_{огр} - \eta_{ФД_{гран}} - (a_{гр} + a_{гц})](a_{гр} + a_{гц})}{\sqrt{(\nu_{гр}^2 \cdot a_{гр}^2 + \nu_{гц}^2 \cdot a_{гц}^2)(a_{гр} + a_{гц})(\eta_{огц} \cdot \eta_{огр} - \eta_{ФД_{гран}})t}} \right] \quad (45)$$

Для решти схем під'єднання гідроелементів приведених на рис.1 (*б, в, г*) моделі надійності ФД гідроприводу отримуємо аналогічно, виходячи із умов збереження роботоздатності функціональної дільниці відповідної підсистеми. При цьому оцінку показників безвідмовності можна отримувати як за аналітичними виразами так і за високоефективним в таких випадках методом статистичного (імітаційного) моделювання Монте-Карло, використаним для подібних задач та запропонованим автором в публікації [3].

Висновок. Отримані в роботі імовірнісні моделі роботоздатності і надійності гідроприводів мають суттєву відмінність від усіх існуючих на даний час та відомих за літературними джерелами моделей надійності, що вказує на їх пріоритетність. Вони є більш адекватними, ніж моделі, які досі пропонувались і використовувались на практиці, так як, на відміну від них, враховують специфіку функціонування елементів гідроприводу, їх взаємозв’язок та особливості формування параметричної відмови гідроприводу і можуть використовуватися для більш реальних оцінок показників безвідмовності гідроприводу одноківшових екскаваторів та інших гідрофікованих машин (кранів, навантажувачів, бульдозерів та ін.). Але в той же час вони не вичерпують всіх можливих варіантів моделей, які можуть мати місце при аналізі функціонування гідроприводів БДМ. Вони тільки значно розширюють та уточнюють коло відомих моделей надійності гідроприводів, що дасть можливість отримувати набагато реальніші та точніші результати оцінки їх показників надійності.

Література

1. Лесько В.І. Імовірнісні моделі роботоздатності функціональних дільниць гідроприводів одноківшових екскаваторів. // Техніка будівництва. вип. 5, 1999, ст. 14 – 19.
2. Лесько В.І. Умови роботоздатності та моделі надійності дільниці „гідророзподільник-гідроциліндр ” гідроприводів будівельних машин. //Гірничі, будівельні, дорожні, та меліоративні машини. Випуск №60. Республіканський. міжвідомчий науково-технічний збірник, м. Київ, КНУБА, 2002р.
3. Лесько В.І. Моделювання параметричних відмов гідравлічних екскаваторів з урахуванням ефективності їх функціонування при прогнозуван ні та оцінці показників надійності. // Техніка будівництва. вип. 9, 2001.
4. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука. – 1971. –1108 с.