

УДК 539.413, 622.243

С.М. Худолій, канд. техн. наук

Л.В. Гловач

ПРЯМІ ТА ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ ДЕФОРМУВАННЯ ПРУЖНИХ СТЕРЖНІВ У КРИВОЛІНІЙНИХ КАНАЛАХ

Сформульована задача про визначення статичних параметрів, які впливають на сили тертя на криволінійних ділянках пружного стержня і на різних етапах його згину у криволінійних каналах. За допомогою розробленого підходу досліджено вплив обрису осьової лінії свердловини на значення параметрів деформованого стану бурильної колони при здійсненні спуску - підіймальних робіт.

Вступ. У загальному випадку криволінійні гнучкі стержні піддаються впливу довільних статичних (силових або деформаційних), а також динамічних збурень, обумовлених силовими та кінематичними збудженнями гармонічних коливань, переносними, відносними та коріолісовими силами інерції, викликаними складним рухом несучого тіла у гравітаційному полі центру тяжіння, гіроскопічними силами інерції роторів, що обертаються, силами взаємодії з зовнішніми потоками рідини та газу, неоднорідними силами інерції та силами в'язкого тертя, що виникають при русі в трубчастих конструкціях рідини.

До числа найбільш актуальних проблем будівельної механіки криволінійних стержнів відносяться питання дослідження коливань лопатей вітроенергетичних установок і пружного деформування бурільних колон в криволінійних каналах нафтових та газових свердловин. Диференціальні рівняння, що описують ці явища, мають високий порядок та містять нелінійності складного виду. В зв'язку з цим до сьогоднішнього дня ці ефекти залишаються недосить вивченими і є актуальними як з теоретичної, так і з прикладної точок зору.

Відмітимо, що загальна постановка прямих задач про деформування криволінійних стержнів представлена в роботах [1-3]. Прикладні аспекти цієї проблеми розглядалися у [4-8]. В даній роботі сформульовані обернені задачі згинання гнучких стержнів у криволінійних каналах.

Постановка задачі. Сформулюємо задачу про визначення статичних параметрів, які впливають на сили тертя на криволінійних ділянках пружного стержня і на різних етапах його згину в криволінійних каналах. Оскільки у початковому стані вісь стержня є прямою, а в кінцевому стані вона набуває форму істотно нелінійної кривої осьової лінії каналу, для опису її напружено-деформованого стану будемо застосовувати теорію гнучких криволінійних стержнів, викладену в [1]. При цьому будемо

вважати, що завдяки малому діаметру стержня в порівнянні з радіусом кривини його осьової лінії, матеріал стержня працює в пружному стані. Тому при постановці задачі згинання стержнів приймається лінійне формулювання закону Гука.

Для опису згинання стержня застосовуватимемо нерухому систему координат $Oxyz$ з ортами $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, вісь Oz якої спрямована вертикально вниз (рис. 1).

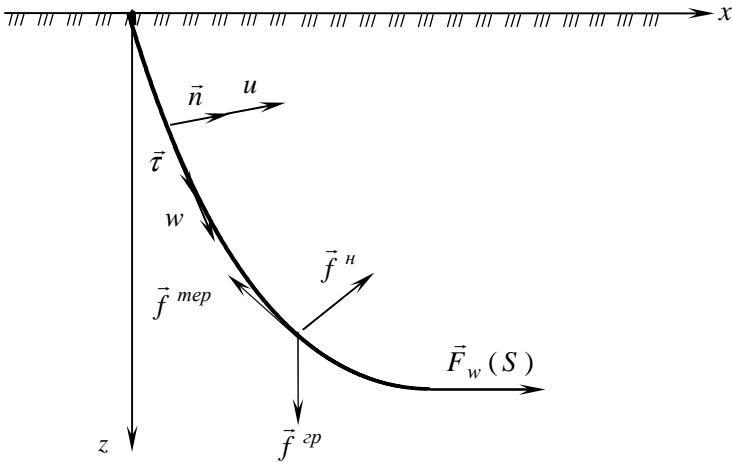


Рис. 1. Розрахункова схема згинання пружного стержня в плоскому криволінійному каналі

Випишемо рівняння рівноваги сил

$$\begin{aligned} dF_u / Dd\vartheta &= rF_v - qF_w - f_u, \\ dF_v / Dd\vartheta &= pF_w - rF_u - f_v, \\ dF_w / Dd\vartheta &= qF_u - pF_v - f_w, \end{aligned} \quad (1)$$

та моментів

$$\begin{aligned} \frac{dp}{Dd\vartheta} &= \frac{1}{A} \left(\frac{A dp_0}{Dd\vartheta} - Cqr + Cqr_0 + Brq - Brq_0 + F_v - m_u \right), \\ \frac{dq}{Dd\vartheta} &= \frac{1}{B} \left(\frac{B dq_0}{Dd\vartheta} - Arp + Arp_0 + Cpr - Cpr_0 - F_u - m_v \right), \end{aligned}$$

$$\frac{dr}{Dd\vartheta} = \frac{1}{C} \left(\frac{C dr_0}{Dd\vartheta} - Bpq + Bpq_0 + Aqp - Aqp_0 - m_w \right), \quad (2)$$

прикладених до елемента стержня [1-3].

Нехай рівняння осьової лінії такого каналу мають вигляд

$$x = x(\vartheta), \quad y = 0, \quad z = z(\vartheta), \quad (3)$$

де ϑ - деяка незалежна змінна.

Параметри кривизни та кручення цієї кривої можна представити у вигляді

$$p = \frac{1}{R} \sin \chi, \quad q = \frac{1}{R} \cos \chi, \quad r = \frac{d\chi}{Dd\vartheta}. \quad (4)$$

Рівності (3) – (4) дозволяють сформулювати обернені задачі для рівнянь (1), (2) та знайти змінні $\tau_x, \tau_y, \tau_z, n_x, n_y, n_z, b_x, b_y, b_z$. Тоді задача про пружне згинання стержня у каналі буде визначатись рівняннями рівноваги (1), (2). Прийнемо, що у вихідному стані осьова лінія стержня прямолінійна і $p_0 = 0, q_0 = 0, r_0 = 0$. Це дозволяє спростити рівняння (1), (2) і звести їх до вигляду

$$\begin{aligned} \frac{dF_u}{Dd\vartheta} &= \frac{d\chi}{Dd\vartheta} \cdot F_v - \frac{1}{R} \cos \chi \cdot F_w - f_u^{ep} - f_u^H, \\ \frac{dF_v}{Dd\vartheta} &= \frac{1}{R} \sin \chi \cdot F_w - \frac{d\chi}{Dd\vartheta} \cdot F_u - f_v^{ep} - f_v^H, \\ \frac{dF_w}{Dd\vartheta} &= \frac{1}{R} \cos \chi \cdot F_u - \frac{1}{R} \sin \chi \cdot F_v - f_w^{mep} - f_w^{ep}, \\ \frac{1}{R} \cos \chi \frac{d\chi}{Dd\vartheta} &= \frac{(A-C)}{A} \cdot \frac{1}{R} \cos \chi \frac{d\chi}{Dd\vartheta} + \frac{F_v}{A}, \\ -\frac{1}{R} \sin \chi \frac{d\chi}{Dd\vartheta} &= \frac{(C-A)}{A} \cdot \frac{1}{R} \sin \chi \frac{d\chi}{Dd\vartheta} - \frac{F_u}{A}, \\ \frac{d}{Dd\vartheta} \left(\frac{d\chi}{Dd\vartheta} \right) &= -\frac{m_w^{mep}}{C}. \end{aligned} \quad (5)$$

При виведенні рівнянь (5) враховано, що для трубчастого стержня $A = B$, а розподілені моменти m_u і m_v дорівнюють нулю. Також вважалось, що вектор \vec{f} зовнішніх розподілених сил, що діють на кожний елемент стержня, складається з вектора сили гравітації \vec{f}^{zp} , вектора нормальної сили контактної взаємодії стінок стержня з поверхнею каналу \vec{f}^H та вектора сили тертя \vec{f}^{mep} (рис. 1), тобто

$$\vec{f} = \vec{f}^{zp} + \vec{f}^H + \vec{f}^{mep}. \quad (6)$$

Компоненти цих сил отримуються шляхом проектування лівих та правих частин рівності (6) на осі u , v , w в формі співвідношень

$$f_u = f_u^{zp} + f_u^H, \quad f_v = f_v^{zp} + f_v^H, \quad f_w = f_w^{zp} + f_w^{mep}, \quad (7)$$

де гравітаційні сили підраховуються за формулами

$$f_u^{zp} = \gamma g n_z, \quad f_v^{zp} = \gamma g b_z, \quad f_w^{zp} = \gamma g \tau_z, \quad (8)$$

в той час як f_u^H , f_v^H , f_w^{mep} стають новими шуканими змінними. Тому система шести рівнянь (5) містить вісім невідомих F_u , F_v , F_w , χ , f_u^H , f_v^H , f_w^{mep} , m_w^{mep} і стає невизначеною.

Після введення позначень $\chi = h_1$, $\frac{d\chi}{d\vartheta} = \frac{dh_1}{d\vartheta} = h_2$ та виконання відповідних перетворень систему (5) приводимо до вигляду

$$\frac{dh_1}{d\vartheta} = h_2, \quad (9)$$

$$\frac{dh_2}{d\vartheta} = \frac{1}{D} \cdot \frac{dD}{d\vartheta} \cdot h_2 - \frac{D^2 m_w^{mep}}{C}, \quad (10)$$

$$F_u = \frac{C}{R} \sin h_1 \cdot \frac{h_2}{D}, \quad (11)$$

$$F_v = \frac{C}{R} \cos h_1 \cdot \frac{h_2}{D}, \quad (12)$$

$$\frac{dF_w}{Dd\vartheta} = \frac{1}{R} \cos h_1 \cdot F_u - \frac{1}{R} \sin h_1 \cdot F_v - f_w^{mep} - f_w^{ep}, \quad (13)$$

$$f_u^H = \frac{\sin h_1 \cdot m_w^{mep}}{R} + \frac{C}{R^2} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \cdot \sin h_1 \cdot \frac{h_2}{D^2} - \frac{1}{R} \cos h_1 \cdot F_w - f_u^{ep}, \quad (14)$$

$$f_v^H = \frac{\cos h_1 \cdot m_w^{mep}}{R} + \frac{C}{R^2} \cdot \frac{dR}{d\vartheta} \cdot \cos h_1 \cdot \frac{h_2}{D^2} - \frac{1}{R} \sin h_1 \cdot F_w - f_v^{ep}, \quad (15)$$

$$f_w^{mep} = \pm \mu \left[\sqrt{(f_u^H)^2 + (f_v^H)^2} \cdot \frac{\dot{w}}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d/2)^2}} \right], \quad (16)$$

$$m_w^{mep} = \pm \mu \left[\sqrt{(f_u^H)^2 + (f_v^H)^2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \frac{\omega d/2}{\sqrt{\dot{w}^2 + (\omega d/2)^2}} \right]. \quad (17)$$

Особливість системи рівнянь (9) - (17) полягає в тому, що у ній завдяки постановці обернених задач для частини змінних поряд з диференціальними рівняннями (9), (10), (13) присутні рівності (11), (12), (14), (15), (16), (17), що виконують функції перших інтегралів. Тому при чисельній реалізації розв'язку цієї системи застосовується спеціальний підхід, який полягає в тому, що побудова розв'язку здійснюється не з початку $\vartheta=0$ області інтегрування, де функції h_1 , h_2 , F_w невідомі, а з кінця ϑ_s , на якому при виконанні спуско-підймальних операцій $h_1=0$, $h_2=0$, $F_w=0$. Інтегрування диференціальних рівнянь проводиться покроково методом Рунге-Кутта.

Результати досліджень. За допомогою розробленого підходу досліджено вплив виду обрису осьової лінії свердловини на значення статичних параметрів деформованого стану бурильної колони (БК) при здійсненні спуско-підймальних операцій. Розглянуто випадок, коли координати початкової та кінцевої точок свердловини співпадають, а її осьова лінія розміщена у вертикальній площині, що проходить через ці точки. Вибрані найбільш прості закони їх геометрії (рис. 2) – в формі дуг еліпса (1), параболи (2) та гіпербол (3, 4).

Початкова і кінцева точки всіх зазначених кривих співпадають, однак, між цими точками вказані криві мають обрис, який відрізняється кривизною. Характерна особливість дуги еліпса (крива 1) полягає в тому, що дотичні до неї в точках $x=0$ та $x=S$ є відповідно вертикальними і горизонтальними, а її кривизна хоча і максимальна в точці $x=0$, але має порівняно невеликі значення на всьому інтервалі $0 \leq x \leq S$. У зв'язку з

цим можна припустити, що всі функції зовнішніх та внутрішніх сил розподіляються в такій буринній колоні більш рівномірно. Параболічна траєкторія (крива 2), розміщена вище неї, має меншу кривизну на більшій частині проміжку $0 \leq x \leq S$, однак при наближенні до точки $x=0$ її кривизна збільшується і починає значно перевищувати кривизну еліптичної кривої. Тому можна припустити, що у вказаній ділянці свердловини на БК діють сили фрикційної та контактної взаємодії з більшими значеннями.

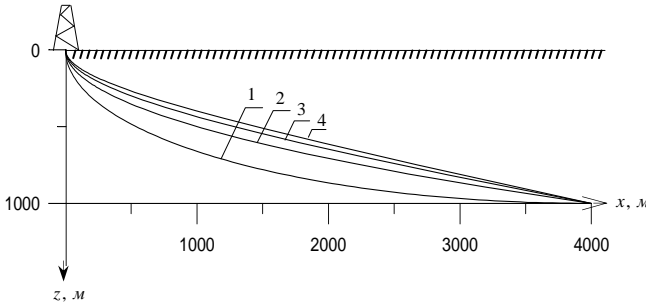


Рис. 2. Геометрична схема свердловин еліптичної (1), параболічної(2) та гіперболічної (3, $e=1,01$; 4, $e=1,015$) форм ($h=1000\text{м}$, $S=4000\text{м}$).

Відмічені для параболічної свердловини особливості у ще більшій мірі проявляються для гіперболічних траєкторій (криві 3, 4). При вибраних значеннях геометричних параметрів зі збільшенням x ці криві асимптотично наближаються до прямих, однак в околі краю $x=0$ гіперболічні криві набувають суттєвого викривлення. У зв'язку з цим цікаво виявити як впливають зазначені вище особливості траєкторій свердловин на механічну поведінку розміщених у них буринних колон при виконанні спуско-підіймальних операцій.

Нижче приведені результати досліджень осьового руху буринної колони в еліптичній свердловині при різних співвідношеннях $v = \dot{w}/(\omega d/2)$ швидкостей осьового руху \dot{w} та колового руху $(\omega d/2)$ елемента поверхні буринної колони. Вважається, що свердловини є похило-скерованими порівняно малої глибини $h=1000$ і 2000м з віддаленням по горизонталі від початкової точки буріння $S=4000, 8000, 10000, 12000\text{м}$.

Рівняння осьової лінії еліптичної свердловини мають вигляд

$$x = S(1 - \cos \vartheta), \quad y = 0, \quad z = h \cdot \sin \vartheta, \quad (18)$$

де ϑ - незалежна змінна.

Основні геометричні параметри цієї кривої відповідно набувають виду

$$D = \sqrt{S^2 \sin^2 \vartheta + h^2 \cos^2 \vartheta}, \quad R = \frac{\sqrt{(S^2 \sin^2 \vartheta + h^2 \cos^2 \vartheta)^3}}{S h},$$

$$n_z = -\frac{S \sin \vartheta}{\sqrt{S^2 \sin^2 \vartheta + h^2 \cos^2 \vartheta}}, \quad \tau_z = \frac{h \cos \vartheta}{\sqrt{S^2 \sin^2 \vartheta + h^2 \cos^2 \vartheta}}. \quad (19)$$

При цьому довжина L та сила тяжіння G всієї колони обчислювались за формулами

$$L = \int_0^{\vartheta_s} D(\vartheta) d\vartheta, \quad G = \gamma g L, \quad (21)$$

де $\gamma = \pi (d_1^2 - d_2^2) (\rho_{cm} - \rho_p) / 4$. Тут $d_1 = 0,1683$ м, $d_2 = 0,1483$ м – зовнішній та внутрішній діаметри труби БК, $\rho_{cm} = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³ – густина сталі, $\rho_p = 1,8 \cdot 10^3$ кг/м³ – густина промивальної рідини.

Аналіз результатів проведених розрахунків дозволив встановити, що при малих значеннях співвідношення ν величина сили $F_w(0)$ практично не залежить від типу операції та довжини бурильної колони. Це можна пояснити тим, що при таких значеннях ν осьова сила тертя є дуже малою і поздовжня сила $F_w(0)$ стає необхідною для утримання лише тієї частини сили тяжіння БК, що проектується на вертикаль та залишається незмінною у всіх випадках ($h = 1000$ м). Однак крутний момент у точці підвісу $M_w(0)$ виявляється приблизно пропорційним довжині L бурильної колони, оскільки розподілені моменти сил тертя m_w^{mep} діють на всій її довжині.

В той же час, збільшення співвідношення ν до величини $\nu = 1/5$ призводить до порушення цієї закономірності і поздовжня сила $F_w(0)$ починає суттєво залежати як від виду операції (підйом, спуск), так і від довжини БК. Наприклад, оскільки осьова розподілена сила тертя f_w^{mep} зростає, то при підйомі її дія додається до дії сили тяжіння і вона призводить до значного збільшення осьової сили $F_w(0)$, в той час як при спуску дії цих сил нейтралізують одна одну і осьова сила $F_w(0)$,

необхідна для утримання БК, зменшується. При значеннях $S = 8000$ і 10000 м сили тертя стають настільки великими, що $F_w(0)$ набуває від'ємних значень і спуск бурильної колони стає неможливим. У зв'язку з цим для здійснення операції спуску при даних умовах необхідно або довантажувати БК в точці $\vartheta = 0$ додатковими стискаючими силами, або збільшувати ν шляхом надання їй додаткового обертового руху.

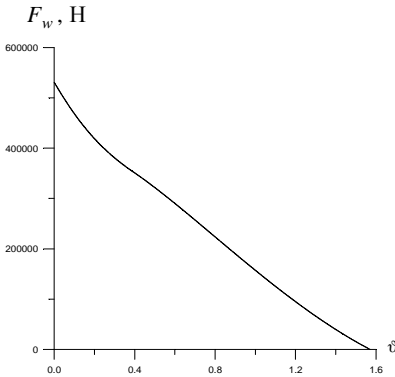


Рис. 3. Графік зміни поздовжньої сили F_w при підйомі колони з еліптичної свердловини

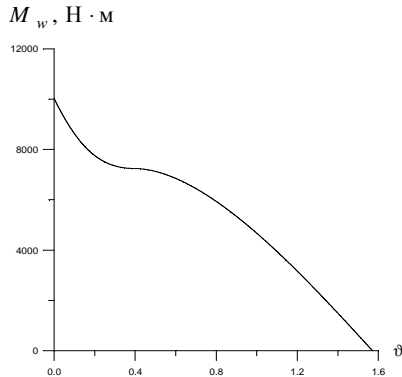


Рис. 4. Графік зміни крутного моменту M_w при підйомі колони з еліптичної свердловини

Рисунки 3 і 4 стосуються випадку підйому БК із еліптичної свердловини з параметрами $h = 1000$ м, $S = 4000$ м при $\nu = 1/0,5$. Можна бачити, що функції внутрішньої поздовжньої сили $F_w(\vartheta)$ та крутного моменту $M_w(\vartheta)$ мають вигляд гладких кривих. В околі значення $\vartheta = 0,4$ момент M_w піддається локальному викривленню. Це можна пояснити тим, що оскільки на даному проміжку набувають нульових значень контактні сили f_u^H та f_v^H , то нульових значень набувають розподілена сила тертя f_w^{mep} і розподілений крутний момент m_w^{mep} , а, отже, функція $M_w(\vartheta)$ залишається приблизно сталою. Цього не відбувається, однак, з функцією $F_w(\vartheta)$, значення якої залежать, в основному, від сил гравітації.

Якщо розглянути задачу про спуск БК у тій же еліптичній свердловині, тобто $h = 1000$ м, $S = 4000$ м, $\nu = 1/0,5$, то можна легко побачити, що суттєвих якісних змін з відповідними кривими не відбулося,

з тою лише різницею, що у зв'язку зі зміною напрямку руху БК у свердловині змінився знак розподіленої сили тертя f_w^{mep} .

Роботу виконано в рамках проекту 0109U002146 при фінансовій підтримці Міністерства освіти та науки України.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Кошкин В.Л. Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней. – Киев: Наукова думка, 1992. – 344 с.
2. Понов Е.П. Нелинейные задачи статики тонких стержней. – Москва: ОГИЗ, 1948. – 178 с.
3. Светлицкий В.А. Механика стержней. – Москва: Высшая школа; ч.1, 1987. – 320 с.; ч.2, 1987. – 304 с.
4. Gulyayev V.I., Tolbatov E.Yu. Forced and self-excited vibrations of pipes containing mobile boiling fluid clots // Journal of Sound and Vibration. – 2002. – 257. P. 425 - 437.
5. Gulyayev V.I., Tolbatov E.Yu. Dynamics of spiral tubes containing internal moving masses of boiling liquid // Journal of Sound and Vibration. – 2004. – 274. P. 233 - 248.
6. Akgun F. "A finite element model for analyzing horizontal well BHA behavior" // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2004. – V.42, №2-4. P. 121-132.
7. Jonggeun Choe, Jerome J.Schubert, Hans C. Juvkam-Wold. "Well-control analyses on extended-reach and multilateral trajectories" // SPE Drilling & Completion. – 2005. – June, P. 101-108.
8. Sawaryn, S.J., Thorogood J.L. "A compendium of directional calculations based on the minimum curvature method" // SPE Drilling & Completion, 2005, March, – P. 24-36.

Отримано 23.06.09

Сформулирована задача об определении статических параметров, которые влияют на силы трения на криволинейных участках упругого стержня и на различных этапах его изгиба в криволинейных каналах. С помощью разработанного подхода исследовано влияние очертания осевой линии скважины на значение параметров деформированного состояния буровой колонны при совершении спуско-подъемных работ.

The problem on calculation of a static parameters influencing on the friction forces in the curvilinear segments of a rod in curvilinear channel is considered. Different stages of the rod bending are analyzed. Through the use of the elaborated approach influence of the bore-hole trajectory geometry on the force parameters of the deformed state of a drill string are investigated for the rising-lowering operations.