

О.В. Кучер, канд. техн. наук,
І. С. Куриляк, канд. техн. наук,
НДІ геодезії і картографії
В. С. Староверов, канд. техн. наук,
професор кафедри інженерної геодезії
Н. К. Кошелюк, студентка кафедри інженерної геодезії
Київський національний університет будівництва і архітектури

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДИКИ ТРАНСФОРМУВАННЯ ГЕОДЕЗИЧНИХ, ТОПОГРАФО-КАРТОГРАФІЧНИХ ТА КАДАСТРОВИХ МАТЕРІАЛІВ У СИСТЕМУ КООРДИНАТ УСК-2000

Розглянуто основні вимоги до трансформування координат, методи трансформування координат та фактори, які впливають на якість трансформування.

Детально досліджено трансформування координат за методом скінченних елементів, а саме створення трансформаційного поля у вигляді TIN-моделі та GRID-моделі. Визначено властивості цих моделей та встановлено їх відповідність основним вимогам створення трансформаційного поля.

Як приклад наведено алгоритм створення трансформаційного поля м. Одеса для переходу від координат, визначених в місцевій системі координат, утвореної від СК-42, до системи координат УСК-2000.

Ключові слова: система координат, трансформування, трансформаційне поле.

Вступ. Відповідно до Постанови Кабінету Міністрів України «Деякі питання застосування геодезичної референцної системи координат» виконання топографо-геодезичних та картографічних робіт, починаючи з 1 січня 2007 р., здійснюється із застосуванням Державної геодезичної референцної системи координат УСК-2000, яка є похідною від Міжнародної земної референцної системи ITRS/ITRF2000.

Для впровадження та застосування УСК-2000 в топографо-геодезичній галузі однією з основних задач є встановлення зв'язків з місцевими системами координат та переведення картографічних матеріалів до сучасної координатної основи. Вирішити поставлене завдання можна разом з реконструкцією міських і місцевих геодезичних мереж.

Останніми роками завдяки використанню ГНСС-технологій можливою є фактична заміна класичних геодезичних систем типу СК-42 на однорідні і точніші реалізації Міжнародної земної референцної системи ITRS. Крім того, у зв'язку з побудовою комбінованих геодезичних мереж на базі сумісної обробки ГНСС та класичних наземних даних триангуляцій розв'язання такої задачі, як перехід від планових координат локальної системи (LRS) до геоцентричної (WGS84/ITRF) системи координат, стало одним з нагальних завдань геодезії [2].

Одним з основних завдань для координатної основи України є перетворення координат та переведення наявних картографічних матеріалів в

місцевій системі координат, утвореній від СК-42, у Державну геодезичну референцну систему координат УСК-2000, що є похідною від Міжнародної земної референцної системи ITRS/ITRF2000, або навпаки.

Аналіз досліджень і публікацій. Питанням дослідження у цій сфері займається Науково-дослідний інститут геодезії і картографії. Автори публікацій [1; 2; 4; 5] досліджують методи переходу від однієї системи координат до іншої та їх точність. В роботах [1; 2] описано метод трансформування координат за методом скінченних елементів, котрий застосовується у багатьох країнах та дає найточніші результати. Досвід інших країн у цьому питанні розглянуто в джерелах [7; 8].

Постановка завдання. Метою статті є дослідження методики трансформування координат точок землевпорядних, топографо-геодезичних, містобудівних та інших картографічних матеріалів з місцевої системи координат, утвореної від СК-42, до системи координат УСК-2000.

Основна частина. Одним з принципів використання Державної геодезичної референцної системи координат УСК-2000 є застосування строгих математичних методів забезпечення координатних операцій з перетворення та трансформування координат від малоточних систем координат до високоточних.

Координатна операція – це зміна координат з дотриманням принципів типу «один до одного», «від однієї референцної системи координат до іншої». Операція охоплює процеси координатного перетворення і координатного трансформування. Координатне перетворення (англ. «coordinate conversion») виконують у випадках, коли відомі теоретичні (точні) значення вихідних параметрів. Трансформування координат (англ. «coordinate transformation») виконують, коли теоретичні (точні) значення параметрів перетворення координат є невідомими і їх потрібно знайти інтерполяванням або апроксимацією таблично заданих функцій за опорними точками.

На основі досліджень вітчизняних учених виявлено неоднозначність спотворень під час переходу від системи координат СК-42 та її похідних до системи координат УСК-2000, що вирішується через трансформаційне поле, оскільки інформація про деформації в процесі зміни координат погано піддається математичному опису.

Параметри трансформування координат із системи в систему визначають за суміщеними точками, координати яких визначені в обох системах координат. Якість такого трансформування залежить від кількох факторів, таких як

- щільність суміщених точок;
- точність визначення координат точок;
- просторове розміщення точок;
- метод трансформування.

Вибір методів трансформування залежить від властивостей отриманих результатів. Він має сприяти досягненню мети, з якою виконують трансформування координат.

Характерною ознакою трансформування є те, що точність визначення координат суміщених точок у різних системах координат може значно відрізнятись.

З урахуванням різної точності визначення координат точок в різних системах координат можна висунути такі вимоги до трансформування координат:

- негомогенність трансформування полягає в тому, що добирають такі параметри трансформування, в яких коефіцієнти зміни масштабу по кожній осі координат є різними, що визначає неоднорідність систем координат. При цьому в результаті перетворення перерахованим координатам опорних точок вхідної системи точно встановлюються значення координат точок вихідної системи;

- неперервність (континуальність) трансформування полягає в тому, що точка, яка лежить на межі областей в одній системі координат, трансформується в точку, яка так само лежатиме на межі тих самих областей, причому її положення буде однаковим у використанні параметрів трансформування тієї чи іншої області;

- незалежність локального трансформування забезпечує послідовне локальне уточнення параметрів трансформування в областях, де щільність суміщених точок зростає, при цьому параметри трансформування в інших областях залишаються незмінними [1].

Для вирішення поставленої задачі застосовують два підходи: інтерполяцію і апроксимацію функцій. У разі використання інтерполяції треба відновити функцію F , тобто знайти таку інтерполяційну функцію f трансформування координат, яка б наближала F на її області визначення, причому її значення у вузлах інтерполяції точно збігалося б із заданими значеннями функції F :

$$f(XY) = UV. \quad (1)$$

За допомогою апроксимації досягають визначення такої аналітичної функції f трансформування координат, яка згладжує особливості табличної функції і також наближає F на її області визначення, причому її значення у вузлах інтерполяції не збігаються із заданими значеннями функції F :

$$f(XY) \neq UV. \quad (2)$$

У поставленій задачі функція F задана таблично, що визначає точкову апроксимацію, причому використовується апроксимація за методом найменших квадратів:

$$v^2 = v^T p v = (\varphi(XY) - UV)^T (p) (\varphi(XY) - UV) = \min, \quad (3)$$

де $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)^T$ – вектор поправок у трансформовані координати; $v_i = v'_i - v_i$, v'_i – вирівняні координати; v_i – вихідні координати [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**].

Існує багато функцій трансформування координат з однієї системи в іншу. Серед найбільш відомих є такі:

- поліноміальне трансформування;
- трансформування за методом Гельмерта;
- афінне трансформування;
- трансформування за методом скінченних елементів [4].

Поліноміальне трансформування. Найчастіше застосовують поліноміальне трансформування за методом полінома другого ступеня.

Перетворення координат за методом полінома другого ступеня виконують за формулами:

$$\begin{aligned} u &= a_5x^2 + a_4y^2 + a_3xy + a_2x + a_1y + a_0; \\ v &= b_5x^2 + b_4y^2 + b_3xy + b_2x + b_1y + b_0, \end{aligned} \quad (4)$$

де u, v – трансформовані координати точки; x, y – вихідні координати точки; a_i, b_i – коефіцієнти полінома.

Метод перетворення поліномом другого ступеня потребує визначення дванадцяти невідомих параметрів:

$$F = f(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ b_0 \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4 \ b_5). \quad (5)$$

Для побудови інтерполяційного полінома другого ступеня необхідно і достатньо визначити параметри проєктивного трансформування за шістьма опорними точками. Для побудови апроксимаційного полінома другого ступеня кількість опорних точок повинна бути більшою, ніж шість, при цьому кількість надлишкових вимірів дорівнюватиме $2n - 12$.

Перетворення координат за методом третього ступеня перетворення відбувається за формулами:

$$\begin{aligned} u &= a_9x^3 + a_8y^3 + a_7x^3y^3 + a_6x^2 + a_5y^2 + a_4x^2y^2 + a_3x + a_2y + a_1xy + a_0 \\ v &= b_9x^3 + b_8y^3 + b_7x^3y^3 + b_6x^2 + b_5y^2 + b_4x^2y^2 + b_3x + b_2y + b_1xy + b_0, \end{aligned} \quad (6)$$

де u, v – трансформовані координати точки; x, y – вихідні координати точки; a_i, b_i – коефіцієнти полінома.

Метод перетворення поліномом третього ступеня потребує визначення двадцяти невідомих параметрів:

$$F = f(a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8 \ a_9 \ b_0 \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4 \ b_5 \ b_6 \ b_7 \ b_8 \ b_9). \quad (7)$$

Для побудови інтерполяційного полінома третього ступеня необхідно і достатньо визначити параметри проєктивного трансформування за десятьма опорними точками. Для побудови апроксимаційного полінома третього ступеня кількість опорних точок має бути більшою, ніж 10, при цьому кількість надлишкових вимірів дорівнюватиме $2n - 20$.

Трансформування за методами побудови поліномів другого чи третього ступеня виконують за наявності значних нелінійних спотворень та великої кількості опорних точок, оскільки побудова інтерполяційного полінома, як правило, не забезпечує достатньої точності трансформування, оскільки спотворення виправляються найкраще поблизу опорних точок, залишаючись значними за величиною на ділянках, де густина опорних точок є низькою.

Трансформування за методом Гельмерта. Перетворення координат з системи координат xu до uv за методом Гельмерта виконують за формулою:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

де u, v – трансформовані координати точки; m – масштабний коефіцієнт; θ – кут повороту системи координат u, v відносно x, y ; x, y – вихідні координати точки; x_0, y_0 – координати початку системи координат x, y в системі координат u, v .

Таким чином, застосування методу Гельмерта потребує визначення чотирьох невідомих параметрів $F = f(x_0 \ y_0 \ \theta \ m)$. Для трансформування за інтерполяційним методом необхідно і достатньо визначити параметри Гельмерта за двома опорними точками. Для трансформування апроксимацією кількість опорних точок повинна бути більшою, ніж дві, при цьому кількість надлишкових вимірів дорівнюватиме $2n - 4$.

Трансформування за методом Гельмерта зазвичай виконують у разі невеликої кількості суміщених точок, проте воно не дає змоги досягти високої точності трансформування.

Афінне трансформування. Трансформування координат з системи координат xu до uv за методом афінного перетворення відбувається за формулою:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_x \cos \theta_x & m_y \sin \theta_y \\ m_x \sin \theta_x & m_y \cos \theta_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

де u, v – трансформовані координати точки; m_x, m_y – масштабні коефіцієнти; θ_x, θ_y – кути повороту системи координат u, v відносно x, y ; x, y – вихідні координати точки; x_0, y_0 – координати початку системи координат x, y в системі координат u, v .

За методом афінного перетворення потрібно визначити шість невідомих параметрів $F = f(x_0 \ y_0 \ m_x \ m_y \ \theta_x \ \theta_y)$. Для трансформування за інтерполяційним методом необхідно і достатньо визначити параметри афінного трансформування за трьома опорними точками. Для трансформування за апроксимаційним методом афінного перетворення кількість опорних точок повинна бути більшою ніж три, при цьому кількість надлишкових вимірів дорівнюватиме $2n - 6$.

За афінного перетворення лінії, які були паралельними в системі координат xu , перетворюються у паралельні лінії в системі координат uv . Трансформування за методом афінного перетворення зазвичай виконують за достатньої кількості суміщених точок.

Трансформування за методом скінченних елементів. З метою перетворення координат з однієї системи в іншу як вихідні дані розглядають різниці Δx , Δy планових координат Гаусса – Крюгера геодезичних пунктів для певної території, відомих у двох системах. Отже, можливими є два підходи:

- використання трикутних скінченних елементів на основі різниць геодезичних координат у вершинах трикутників, що дає можливість застосування методу тріангуляції;
- використання прямокутних скінченних елементів, розділених на рівномірному ґраті, що зумовлює додаткову задачу – прогнозування вихідних різниць геодезичних координат з вершин трикутників у вершини прямокутників та побудову такого скінченного елемента, який забезпечує необхідну точність інтерполяції в межах кожного прямокутника.

Загальний алгоритм трансформування координат точок координат від СК-42 до УСК-2000 складається з таких етапів:

- створення інтерполяційної моделі трансформаційного поля на задану територію;
- трансформування координат за інтерполяційною моделлю трансформаційного поля.

Створення трансформаційного поля у вигляді TIN-моделі. Згідно з методом скінчених елементів трансформаційне поле розчленовують на трикутники і для кожного трикутника визначають інтерполяційні функції у спосіб афінного перетворення (рис.1).

Для поділу на трикутники (побудова TIN-моделі) обрано метод триангуляції Делоне, тобто з усіх можливих триангуляцій на наборі суміщених геодезичних пунктів обирають той варіант, де трикутники найбільш близькі до рівносторонніх, що підвищує стійкість обчислення та точність моделі.

Алгоритм створення інтерполяційної TIN-моделі трансформаційного поля охоплює:

- підготовку вихідних даних суміщених пунктів для побудови трансформаційного поля, координати яких визначені в СК-42 та УСК-2000;
- побудову TIN-моделі суміщених пунктів на задану територію;
- створення інтерполяційної TIN-моделі трансформаційного поля;
- контроль за побудовою інтерполяційної TIN-моделі трансформаційного поля.

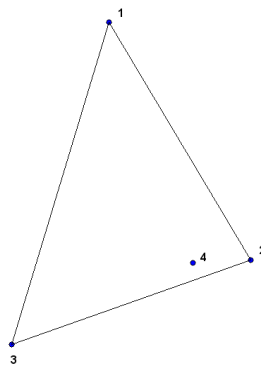


Рис. 1. Скінчений елемент інтерполяційної TIN-моделі

Для побудови інтерполяційної TIN-моделі трансформаційного поля для кожного трикутника моделі (скінченого елемента) складають і розв'язують систему із шістьох рівнянь, описуючи кожену вершину трикутника в матричному вигляді рівняннями виду:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_x \cos \theta_x & m_y \sin \theta_y \\ m_x \sin \theta_x & m_y \cos \theta_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

або

$$\begin{aligned} xm_x \cos \theta_x + ym_y \sin \theta_y + x_0 &= u; \\ xm_x \sin \theta_x + ym_y \cos \theta_y + y_0 &= v, \end{aligned} \quad (11)$$

де $x_0, y_0, \theta_x, \theta_y, m_x, m_y$ – інтерполяційні коефіцієнти трикутника; u, v – плоскі прямокутні координати геодезичного пункту (вершини трикутника) в системі координат УСК-2000; x, y – плоскі прямокутні координати геодезичного пункту (вершини трикутника) в системі координат СК-42.

Позначивши:

$$a_0 = x_0; a_1 = m_x \cos \theta_x; a_2 = m_y \sin \theta_y;$$

$$b_0 = y_0; b_1 = m_y \cos \theta_x; b_2 = m_y \sin \theta_y,$$

отримаємо для трикутника систему із шістьох рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} x_1 a_1 + y_1 a_2 + a_0 &= u_1 \\ x_1 b_1 + y_1 b_2 + b_0 &= v_1 \\ x_2 a_1 + y_2 a_2 + a_0 &= u_2 \\ x_2 b_1 + y_2 b_2 + b_0 &= v_2 \\ x_3 a_1 + y_3 a_2 + a_0 &= u_3 \\ x_3 b_1 + y_3 b_2 + b_0 &= v_3 \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

або, перегрупувавши їх по x та y , отримаємо дві незалежні системи рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} x_1 a_1 + y_1 a_2 + a_0 &= u_1 \\ x_2 a_1 + y_2 a_2 + a_0 &= u_2 \\ x_3 a_1 + y_3 a_2 + a_0 &= u_3 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 b_1 + y_1 b_2 + b_0 &= v_1 \\ x_2 b_1 + y_2 b_2 + b_0 &= v_2 \\ x_3 b_1 + y_3 b_2 + b_0 &= v_3 \end{aligned} \right\}. \quad (14)$$

Розв'язок цих систем рівнянь можна отримати з виразів:

$$\begin{aligned} a_2 &= G_1 / G_2 \\ a_1 &= D_2 - a_2 D_1 \end{aligned} \quad (15)$$

$$a_0 = u_1 - a_1 x_1 - a_2 y_1;$$

$$\begin{aligned} b_2 &= G_3 / G_2 \\ b_1 &= D_3 - b_2 D_1 \end{aligned} \quad (16)$$

$$b_0 = v_1 - b_1 x_1 - b_2 y_1,$$

де a_0, a_1, a_2 – інтерполяційні коефіцієнти для трансформування координати x з СК-42 в УСК-2000 в межах трикутника; b_0, b_1, b_2 – інтерполяційні коефіцієнти для трансформування координати y з СК-42 в УСК-2000 в межах трикутника; $D_1, D_2, D_3, G_1, G_2, G_3$ – допоміжні величини:

$$D_1 = (y_1 - y_2) / (x_1 - x_2);$$

$$D_2 = (u_1 - u_2) / (x_1 - x_2);$$

$$D_3 = (v_1 - v_2) / (x_1 - x_2);$$

$$G_1 = D_2(x_1 - x_3) - (u_1 - u_3);$$

$$G_2 = D_1(x_1 - x_3) - (y_1 - y_3);$$

$$G_3 = D_3(x_1 - x_3) - (v_1 - v_3).$$

Якщо $x_1 = x_2$, то $x_1 - x_2 = 0$ – у формулах це ділення на 0. Для обчислення величин D_1, D_2, D_3 це слід врахувати.

Для контролю побудови інтерполяційної TIN-моделі трансформаційного поля за знайденими коефіцієнтами за формулою (17) визначають координати вершин трикутників в УСК-2000 і порівнюють із заданими:

$$\Delta = u_0 - u_3, \quad (17)$$

$$\Delta = v_0 - v_3, \quad (18)$$

де u_0, v_0 – обчислені координати вершини трикутника в УСК-2000; u_3, v_3 – задані координати вершини трикутника в УСК-2000.

Для афінного трансформування за методом скінченних елементів характерні такі властивості:

- визначення параметрів трансформування для кожного трикутника залежить тільки від координат вершин трикутника;
- у процесі трансформування координат кожна точка (вершина трикутника) в одній системі координат точно «переходить» в ідентичну точку (вершину трикутника) в іншій системі координат;
- трансформування є неперервним, оскільки точки, які лежать на ребрах трикутників в одній системі координат, трансформуються в точки, які лежать на ребрах перетворених трикутників в іншій системі координат, незалежно від того, які при цьому використано параметри трансформування суміжних трикутників;
- збільшення кількості та щільності суміщених точок у деяких областях викликає тільки локальне уточнення параметрів трансформування, причому параметри трансформування в інших областях залишаються незмінними.

Створення трансформаційного поля у вигляді GRID-моделі. У наш час у багатьох країнах вдаються до практики переходу від однієї системи координат до іншої за допомогою методу, який ґрунтується на ґріді, – методу національного перетворення, версія 2 (National Transformation version 2 – NTv2). Набір бінарних файлів містить різниці між двома системами координат. Для обчислення точних значень для кожної точки застосовують метод білінійної інтерполяції [7].

NTv2 – це файл з описом бінарної сітки з розширенням .gsb. Цей формат описує двовимірне (2D) трансформування, в якому не використовується третя координата – висота [8].

Отже, з огляду на світову практику доцільним є створення трансформаційного поля у вигляді GRID-моделі.

У такому разі згідно з методом скінченних елементів трансформаційне поле поділяють на чотирикутні скінченні елементи.

Задачу з побудови трансформаційного поля у вигляді GRID-моделі розв'язують шляхом побудови регулярного масиву значень $\Delta x, \Delta y$ вузлових точок по нерегулярному масиву (x, y) -координат, а потім визначають інтерполяційні коефіцієнти для трансформування координат для кожного скінченного елемента.

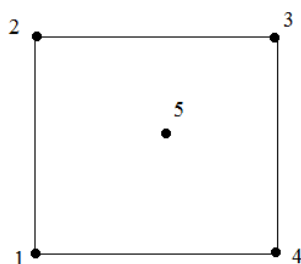


Рис. 2. Скінчений елемент
інтерполяційної GRID-моделі

Термін «нерегулярний масив координат» означає, що x , y – координати точок, розподілені по області карти нерівномірно. Для створення трансформаційного поля потрібен регулярний масив вузлових точок. Такий обов'язковий поділ прямокутних елементів на рівномірному ґраті призводить до додаткової задачі прогнозу вихідних різниць геодезичних координат заданих хаотично у вершини прямокутників (рис. 3) для можливості використання базисної функції, яка б забезпечила необхідну точність інтерполяції в межах кожного прямокутника.

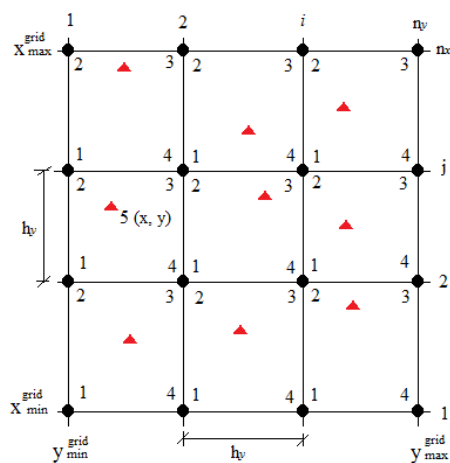


Рис. 3. Регулярна сітка

Алгоритм створення інтерполяційної GRID-моделі трансформаційного поля:

- підготовка вихідних даних суміщених пунктів для побудови трансформаційного поля, координати яких визначені в СК-42 та УСК-2000;
- побудова регулярного масиву вузлових точок – GRID;
- створення інтерполяційної GRID-моделі трансформаційного поля;
- контроль за побудовою інтерполяційної GRID-моделі трансформаційного поля.

У потужних ГІС-продуктах побудувати регулярний масив вузлових точок можна за допомогою алгоритмів, кожному з яких властива певна процедура інтерполяції даних:

- крігінг (Kriging);
- обернено зважена відстань (Inverse Distance to a Power);
- сплайн (Spline)
- найближчий сусід (Natural Neighbor) тощо.

Найкращий лінійний прогноз проміжних значень дає метод крігінгу.

Крігінг належить до геостатистичних методів, оснований на статистичних моделях, що містять аналіз автокореляції (статистичні залежності між вимірюваними точками). За допомогою геостатистичних методів можна не тільки створювати поверхню прогнозованих значень, а й отримувати деякі виміри достовірності (точності) прогнозованих значень.

Використання крігінгу передбачає, що відстань (напрямок) між опорними точками відображає просторову кореляцію, яка може бути використана для пояснення змін на поверхні. У цьому методі використано математичну функцію для певної кількості точок або всіх точок в межах заданого радіуса, для того щоб визначити вихідне значення для всіх напрямків. Крігінг – покроковий процес; він охоплює пошуковий статистичний аналіз даних, моделювання варіограм, створення поверхні та (додатково) вивчення поверхні дисперсії. Застосування крігінгу є доцільним, коли відомо, що є просторово корельована відстань або спрямована зміна в даних.

За методом крігінгу виконують дві групи завдань:

- кількісне визначення просторової структури даних;
- створення прогнозу.

Кількісне визначення просторової структури даних, відоме як побудова варіограм, дає можливість дібрати до даних модель просторової залежності. Для розрахунку (прогнозу) невідомого значення змінної в заданому місці крігінг буде використовувати відповідну (дібрану) модель варіограми, конфігурацію просторових даних і значення в точках вимірювання навколо заданого місця.

Крігінг зважає наколишні вимірювані значення, щоб отримати прогноз для невимірюваного місцеположення. Оцінка значення просторової змінної Z в деякій точці, в якій не виконано вимірювання, визначають за формулою:

$$\hat{z}(S_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(S_i), \quad (19)$$

де $Z(s_i)$ – вимірюване значення місцеположення i ; λ_i – невідома вага для вимірюваного значення в місцеположенні i ; s_0 – місцеположення прогнозу; n – кількість вимірюваних значень.

Отже, n ваг λ_i є рішенням системи крігінгу.

Після створення регулярної сітки створюють інтерполяційну модель трансформаційного поля шляхом інтерполювання значень у найближчих вузлах відносно клітинки сітки, в яку потрапляє точка з невідомим значенням функції.

Завдання побудови інтерполяційної GRID-моделі трансформаційного поля зводиться до використання обраного методу інтерполювання функції двох змінних. Для визначення точних значень для кожної точки в межах скінченного елемента застосовують метод білінійної інтерполяції – лінійну інтерполяцію функції двох змінних, тобто інтерполяцію за чотирма точками.

Основна ідея полягає в тому, щоб виконати лінійну інтерполяцію спочатку в одному напрямку, а потім – в іншому. Потрібно знайти значення невідомої функції f у точці $(x, y) = Z$. Передбачається, що відомими є значення f у чотирьох точках $T1(x_1, y_1)$, $T2(x_2, y_1)$, $T3(x_2, y_2)$ і $T4(x_1, y_2) = Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ відповідно.

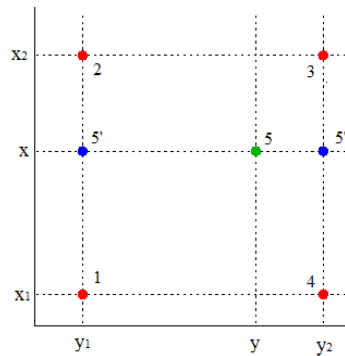


Рис. 4. Схема білінійної інтерполяції значень поправок з вершин скінченного елемента в задану точку

Спочатку виконують лінійну інтерполяцію в x -напрямку:

$$f(x, y_1) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Z_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Z_2); \quad (20)$$

$$f(x, y_2) \approx \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Z_4) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Z_3). \quad (21)$$

Потім виконують інтерполяцію у напрямку y :

$$\begin{aligned} Z \approx f(x, y) &\approx \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} f(x, y_1) + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} f(x, y_2) = \\ &= \frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} \left(\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Z_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Z_2) \right) + \\ &\quad + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \left(\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} f(Z_4) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} f(Z_3) \right) = \\ &= \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} (f(Z_1)(x_2 - x)(y_2 - y) + f(Z_2)(x - x_1)(y_2 - y) + \\ &\quad + f(Z_4)(x_2 - x)(y - y_1) + f(Z_3)(x - x_1)(y - y_1)); \end{aligned} \quad (22)$$

$$Z \approx f(x, y) \approx \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} [x_2 - x \quad x - x_1] \begin{bmatrix} Z_1 & Z_4 \\ Z_2 & Z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2 - y_1 \\ y - y_1 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Якщо виконувати інтерполяцію спершу по напрямку y , а потім по напрямку x , результат буде такий самий.

Також можна записати:

$$Z \approx f(x, y) \approx a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy. \quad (24)$$

Рівняння розв'язують, знаходячи інтерполяційні коефіцієнти.

Коефіцієнти визначають, розв'язавши лінійну систему:

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1 y_1 \\ 1 & x_2 & y_1 & x_2 y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2 y_2 \\ 1 & x_1 & y_2 & x_1 y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

де a_0, a_1, a_2, a_3 – інтерполяційні коефіцієнти для визначення поправки Z для переходу від координат, визначених в СК-42, до координат в УСК-2000 для точки в межах скінченного елемента:

$$a_0 = \frac{Z_1}{(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)} + \frac{Z_4 x_2 y_1}{(x_1 - x_2)(y_2 - y_1)} + \frac{Z_2 x_1 y_2}{(x_1 - x_2)(y_2 - y_1)} + \frac{Z_3 x_1 y_1}{(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)}; \quad (26)$$

$$a_1 = \frac{Z_1 x_2}{(x_1 - x_2)(y_2 - y_1)} + \frac{Z_2 x_2}{(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)} + \frac{Z_2 x_1}{(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)} + \frac{Z_3 x_1}{(x_1 - x_2)(y_2 - y_1)}; \quad (27)$$

$$a_2 = \frac{Z_1}{(x_1-x_2)(y_1-y_2)} + \frac{Z_4}{(x_1-x_2)(y_2-y_1)} + \frac{Z_4}{(x_1-x_2)(y_2-y_1)} + \frac{Z_3}{(x_1-x_2)(y_1-y_2)}; \quad (28)$$

$$a_3 = \frac{Z_1 y_2}{(x_1-x_2)(y_2-y_1)} + \frac{Z_4 y_1}{(x_1-x_2)(y_1-y_2)} + \frac{Z_2 y_2}{(x_1-x_2)(y_1-y_2)} + \frac{Z_3 y_1}{(x_1-x_2)(y_2-y_1)}. \quad (29)$$

Якщо представити допоміжні величини D_1 , D_2 у вигляді:

$$D_1 = (x_1 - x_2)(y_1 - y_2);$$

$$D_2 = (x_1 - x_2)(y_2 - y_1),$$

то формули (26)-(29) набудуть такого вигляду:

$$a_0 = \frac{Z_1}{D_1} + \frac{Z_4 x_2 y_1}{D_2} + \frac{Z_2 x_1 y_2}{D_2} + \frac{Z_3 x_1 y_1}{D_1}; \quad (30)$$

$$a_1 = \frac{Z_1 x_2}{D_2} + \frac{Z_4 x_2}{D_1} + \frac{Z_2 x_1}{D_1} + \frac{Z_3 x_1}{D_2}; \quad (31)$$

$$a_2 = \frac{Z_1}{D_1} + \frac{Z_4}{D_2} + \frac{Z_2}{D_2} + \frac{Z_3}{D_1}; \quad (32)$$

$$a_3 = \frac{Z_1 y_2}{D_2} + \frac{Z_4 y_1}{D_1} + \frac{Z_2 y_2}{D_1} + \frac{Z_3 y_1}{D_2}. \quad (33)$$

Для контролю побудови інтерполяційної GRID-моделі трансформаційного поля за знайденими коефіцієнтами за формулами (30)-(33) визначають поправки у вершинах чотирикутника і порівнюють із заданими:

$$\Delta = Z_0 - Z_3, \quad (34)$$

Для трансформування за допомогою GRID-моделі характерні такі властивості:

- функція (24) – лінійна вздовж всіх сторін прямокутника, завдяки цьому можливим є неперервний перехід від одного прямокутника до наступного.
- визначення параметрів трансформування для кожного скінченного елемента залежить тільки від значень у вершинах чотирикутника;
- у процесі трансформування координат кожна точка (вершина чотирикутника) в одній системі координат точно «переходить» в ідентичну точку в іншій системі координат;
- трансформування за допомогою GRID-моделі є відповідним міжнародним стандартам.

Для прикладу наведемо технологічну схему побудови трансформаційного поля м. Одеса:

- підготовка вихідних даних для побудови трансформаційного поля, координати яких визначено в місцевій системі координат, утвореній від СК-42, та в системі координат УСК-2000;
- визначення відхилень в координатах суміщених точок в СК-42 та УСК-2000;
- відбракування пунктів;
- побудова інтерполяційної моделі.

Як вихідні дані використовують координати суміщених пунктів міської мережі, які наведено в офіційних каталогах координат пунктів:

- у місцевій системі координат, утвореній від СК-42;
- у системі координат СК-42;
- у референційній системі координат УСК-2000;
- у місцевій системі координат, утвореній від УСК-2000.

Визначення відхилень в координатах суміщених точок в СК-42 та УСК-2000 виконується за формулами:

$$\Delta_x = x_{\text{УСК-2000}} - x_{\text{СК-42}}; \quad (35)$$

$$\Delta_y = y_{\text{УСК-2000}} - y_{\text{СК-42}}. \quad (36)$$

Далі виконують послідовне відбракування пунктів зі списку суміщених пунктів шляхом аналізу відхилень координат по осях абсцис Δ_x й ординат Δ_y відповідно до умови забезпечення рівномірного покриття (щільності) території пунктами за критерієм, де Δx (Δy) перевищують 3δ .

З метою отримання однорідного трансформаційного поля для відбракування додатково застосовують побудову картографічної моделі відхилень координат у вигляді ізоліній.

На рисунках 5; 6 наведено TIN-модель та GRID-модель суміщених пунктів на територію Одеської області. У програмних комплексах у сфері ГІС частіше представлено інструмент побудови трансформаційного поля у вигляді GRID-моделі. Крім того, міжнародна практика свідчить, що поширеним є використання наборів бінарних файлів з різницями між двома системами координат, тобто регулярних сіток з поправками у вершинах.

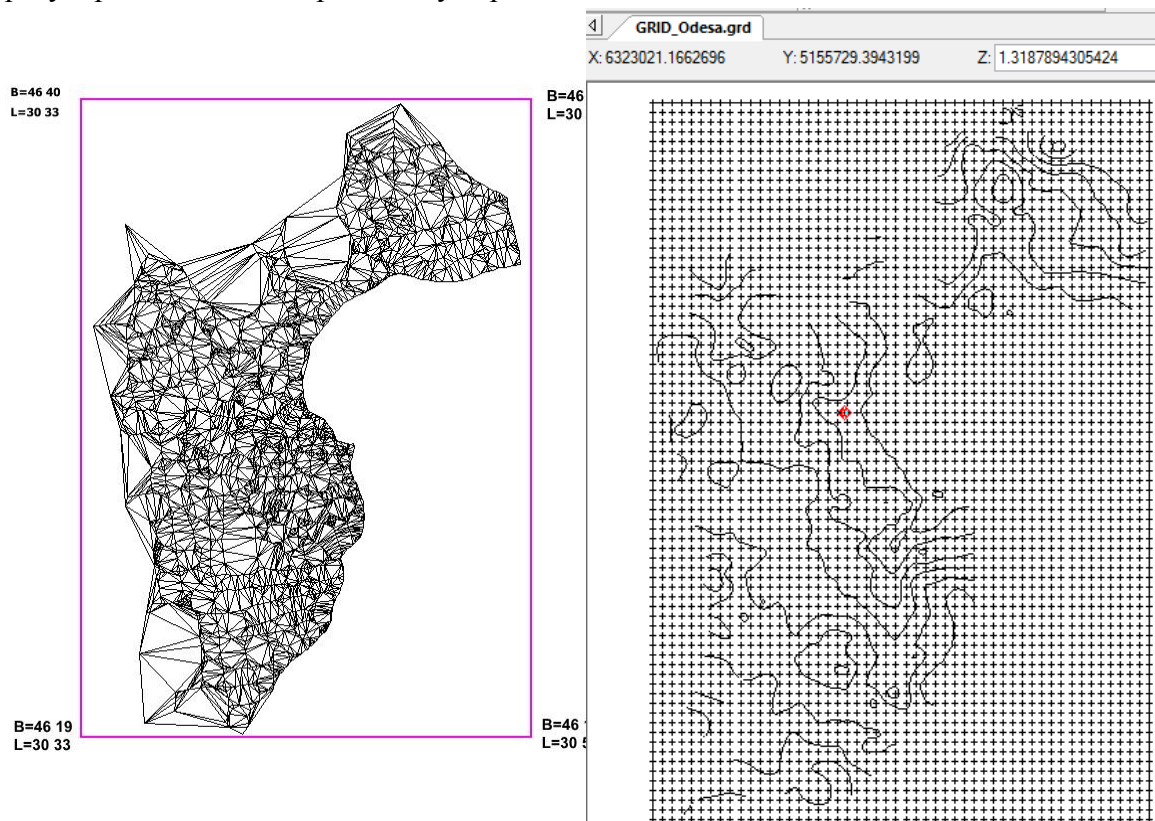


Рис. 5. TIN-модель

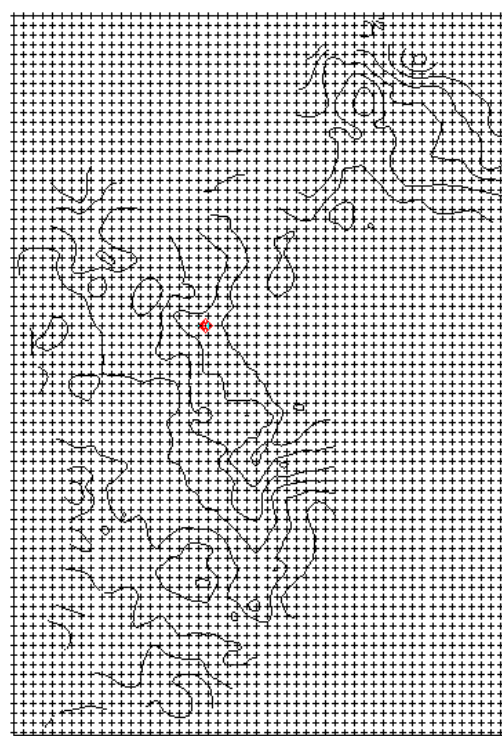
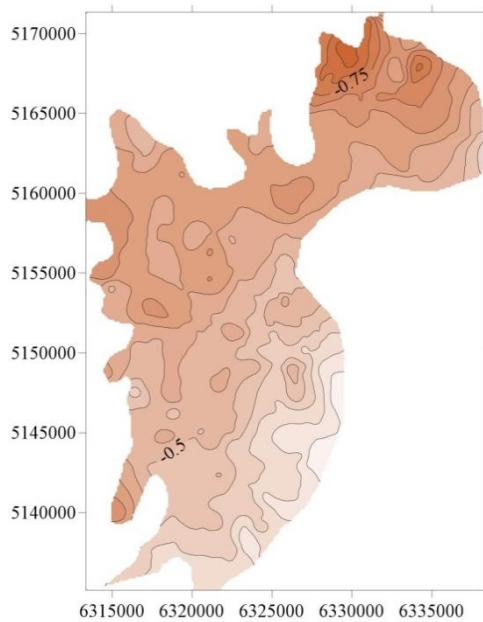
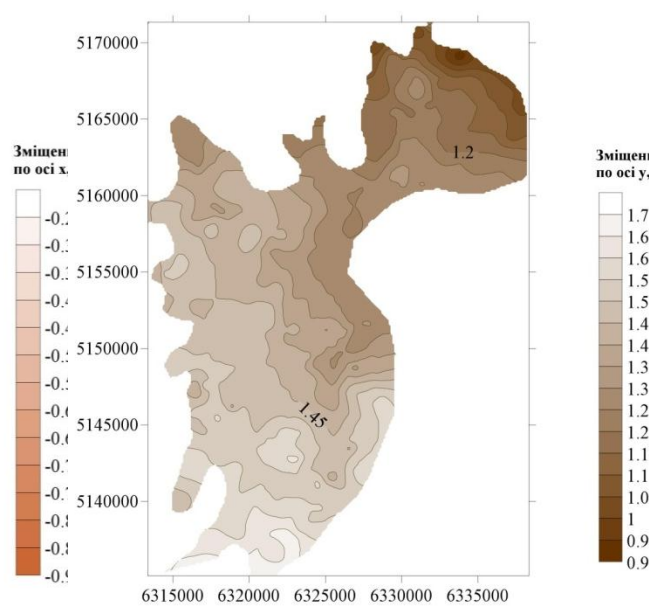


Рис. 6. GRID-модель

Для використання створеного трансформаційного поля – регулярної сітки з поправками в кожному вузлі – файл створюють у форматі NTV2 з розширенням .gsb, в якому виконано опис створеної бінарної сітки.

Аналізуючи каталоги координат м. Одеса, отримано відхилення між двома системами координат, які представлено на рис. 7; 8.

Рис. 7. Розподіл відхилень Δ_x Рис. 8. Розподіл відхилень Δ_y

Аналіз відхилень на всій території є неоднозначним, але певну закономірність можна зауважити: по осі x відхилення менші на південному сході; по осі y – на північному сході.

Висновки. З викладеного випливає, що для переходу від координат опорних точок в місцевій системі координат, утвореній від СК-42, до координат цих точок в УСК-2000 потрібно створити локальне трансформаційне поле.

Трансформаційне поле доречно створювати за методом скінченних елементів.

Для побудови трансформаційного поля вихідними даними є набір даних у вигляді координат опорних точок в місцевій системі координат, утвореній від СК-42, координат цих точок в УСК-2000, значення зміщень по x та y .

Трансформаційне поле створюють у вигляді TIN- або GRID-моделі. Відзначимо, що у програмних комплексах у сфері ГІС найчастіше представлено інструмент побудови трансформаційного поля у вигляді GRID-сітки.

Для виконання трансформації картографічних матеріалів певної території створюють файл NTv2, в якому задано параметри трансформаційного поля.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Карпінський Ю. О. Скінченноелементні моделі геодезичних вимірів: автореф. 41ефе. на здобуття наук. ступеня д-ра 41ефер. наук: спец. 05.24.01 «Геодезія» / Ю.О. Карпінський. – Київ: КНУБА, 2003. – 40 с.
2. Карпінський Ю.О. Обґрунтування методу та побудова трансформаційного поля перетворення координат між системами СК-42 та УСК-2000 / Ю.О. Карпінський, О.В. Кучер, І.М. Заєць // Геодезія, картографія і аерофотознімання. – 2013. – Вип. 78 – С. 169-172.
3. Постельняк А.А. Методи трансформування координат в різних геоінформаційних системах / А.А. Постельняк // Містобудування та територіальне планування. – 2013. – Вип. 47 – С. 496-505.

4. *Розроблення* програмно-методичного комплексу трансформування координат з існуючої місцевої системи координат м. Києва, утвореної від СК-42, до нової місцевої системи координат м. Києва (МСК – 80), утвореної від УСК-2000: технічний звіт на виконання робіт. – Київ: НДІ «Геодезії і картографії», 2015.

5. *Розроблення* цифрової моделі та програмно-методичного комплексу трансформування координат з СК-42 до УСК-2000: звіт про науково-дослідну роботу. – Київ: НДІ «Геодезії і картографії», 2008 р.

6. *Практичне застосування* новітньої 42еферентної системи координат УСК-2000 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://agrometeo.od.ua/news.php?readmore=137>.

7. *Картографические проекции* [Электронный ресурс]. –К.: КИГЛИ 2002-2005 – 22 с. – Режим доступа: http://geomod.map.ua/doc/concept/map_projections.pdf.

8. *Information and technology Standards «NTv2 (National Transformation Version 2)»*: Government of Ontario IT Standards (GO-ITS). Document No. 45.2. – [Last Review Date: June 14, 2005]. – С: OCCIO/OCCTO MANAGEMENT BOARD SECRETARIAT CORPORATE ARCHITECTURE BRANCH TECHNICAL STANDARDS SECTION, 2005. – 16 р.

REFERENCES

1. Karpins'kyu Yu.O. (2003). *Скінченноеlementні моделі геодезичних вимірів* [The Finite Element Models of the Geodetic Measurements]. *Extended abstract of Doctor's thesis*. Kyiv: KNUCA [in Ukrainian].

2. Karpins'kyu Yu.O., Kucher O.V., Zayets' I.M. (2013). *Обґрунтування методу та побудова трансформативного поля перетворення координат між системими СК-42 та УСК-2000* [Substantiation of the method and construction of the transformation field of the transformation of coordinates between systems SK-42 and USK-2000]. *Геодезія, картографія і аерофотознімання – Geodesy, cartography and aerial photography*, 78, 169-172 [in Ukrainian].

3. Postel'nyak A.A. (2013). *Методи трансформування координат в різних геоінформаційних системах* [Methods of coordinate transformation in various information systems]. *Містобудування та територіальне планування – Urban planning and territorial planning*, 47, 496-505 [in Ukrainian].

4. (2015) *Розроблення програмно-методичного комплексу трансформування координат з існуючої місцевої системи координат м. Києва, утвореної від СК-42, до нової місцевої системи координат м. Києва (МСК – 80), утвореної від УСК-2000: технічний звіт на виконання робіт* [Development of the programmatic and methodical complex for the transformation of coordinates from the existing local coordinate system of Kyiv, formed from SK-42, to the new local coordinate system of the city of Kyiv (MSK-80), formed from USK-2000: *technical report for the execution of works*]. Kyiv: Research Institute of Geodesy and Cartography [in Ukrainian].

5. (2008) *Розроблення цифрової моделі та програмно-методичного комплексу трансформування координат з СК-42 до УСК-2000: звіт про науково-дослідну роботу* [Development of the digital model and programmatic and methodical complex of

transformation of coordinates from SC-42 to USK-2000: *report on research work*]. Kyiv: Research Institute of Geodesy and Cartography [in Ukrainian].

6. Sayt kafedry ahrometeorolohiyi ta ahrometprohnoziv ODEkU: Praktychne zastosuvannya novitn'oyi referentsnoyi systemy koordynat USK-2000 [Practical application of the newest reference system of coordinates USK-2000]. *agrometeo.od.ua*. Retrieved from <http://agrometeo.od.ua/news.php?readmore=137> [in Ukrainian].

7. (2002-2005) Kartohrafycheskye proektsyy [Cartographic projections]. Kyiv: OOO «KYHLY». Retrieved from http://geomod.map.ua/doc/concept/map_projections.pdf [in russian].

8. Information and technology Standards «NTv2 (National Transformation Version 2)»: Government of Ontario IT Standards (GO-ITS). Document No. 45.2. – [Last Review Date: June 14, 2005]. – С: OCCIO/OCCTO MANAGEMENT BOARD SECRETARIAT CORPORATE ARCHITECTURE BRANCH TECHNICAL STANDARDS SECTION, 2005. – 16 p. [in English].

**О.В. Кучер,
И. С. Курыляк,
В.С. Староверов,
Н.И. Кошелюк**

**ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДИКИ ТРАНСФОРМИРОВАНИЯ
СУЩЕСТВУЮЩИХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ, ТОПОГРАФО-
КАРТОГРАФИЧЕСКИХ И КАДАСТРОВЫХ МАТЕРИАЛОВ В СИСТЕМУ
КООРДИНАТ УСК-2000**

Рассмотрены основные требования к трансформированию координат, методы трансформирования координат и факторы, влияющие на качество трансформирования.

Подробно исследовано трансформирование координат методом конечных элементов, а именно создание трансформационного поля в виде TIN-модели и GRID-модели. Определены свойства данных моделей и установлено их соответствие основным требованиям создания трансформационного поля.

Как пример приведен алгоритм создания трансформационного поля г. Одесса для перехода от координат, определенных в местной системе координат, образованной от СК-42, в систему координат УСК-2000.

Ключевые слова: *система координат, трансформации, трансформационное поле.*

**O.V. Kucher,
I.S. Kurylyak,
V.S. Staroverov,
N.I. Koshelyuk**

STUDY OF THE METHOD TRANSFORMING EXISTING GEODESIC, TOPOGRAPHIC-CARTOGRAPHIC AND CADASTRE MATERIALS TO THE USK-2000 COORDINATE SYSTEM

The basic requirements for the transformation of coordinates, methods of transformation of coordinates and factors influencing the quality of transformation are considered. The necessary set of output data for constructing a transformation field is determined.

The transformation of coordinates by the finite element method, namely the creation of a transformation field in the form of a TIN-model and a GRID-model, has been studied in details. The algorithm of creating interpolation TIN-model and GRID-model of transformation field is considered. The properties of these models are determined, and their conformity with the basic requirements of creating a transformation field is established.

As an example, an algorithm for creating a transformation field of Odessa for the transition from the coordinates defined in the local coordinate system, formed from the reference system of coordinates SK-42, to the reference system of coordinates USK-2000 is given. The analysis of distribution of deviations between coordinates in two systems in the city of Odessa is carried out.

Keywords: *coordinate system, transformation, transformation field.*

Надійшла до редакції

04.09.2017

УДК 528.48

О. М. Самойленко, *д-р техн. наук, професор,
директор науково-виробничого інституту геометричних,
механічних та віброакустичних вимірювань
ДП «Укрметртестстандарт»*

С.А. Сикал, *асп. кафедри інженерної геодезії
Київський національний університет будівництва і архітектури,
викладач Політехнічного технікуму
Конотопський інститут Сумського державного університету*

ОСНОВНІ ПРИНЦИПИ СТВОРЕННЯ ТА ВИКОРИСТАННЯ КОЛІЙНОЇ СИСТЕМИ КООРДИНАТ УКРЗАЛІЗНИЦІ КСКУ-20XX

У статті наведено умовну систему координат Укрзалізниці УСКУ-20XX як проміжну між Міжнародною референційною системою відліку ITRF20XX та запропонованою авторами Колійною системою координат Укрзалізниці