

DOI: 10.32347/2076-815x.2020.75.379-387

УДК 66.047:536.24+531+535.39+539.3

к.т.н., доцент **Човнюк Ю. В.**,  
ychovnyuk@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0608-0203,  
Національний університет біоресурсів  
і природокористування України,  
доцент **Чередніченко П. П.**,  
petro\_che@ukr.net, ORCID: 0000-0000-0001-7161X,  
к.т.н., доцент **Остапущенко О. П.**,  
olga\_ost\_17@ukr.net, ORCID: 0000-0001-8114-349X,  
Київський національний університет  
будівництва і архітектури

## **МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗАНИХ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНОСУ ТЕПЛОТИ Й ВОЛОГИ У РОСЛИННИХ МАТЕРІАЛАХ В УМОВАХ ІМПУЛЬСНОГО ВПЛИВУ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ МІЛІМЕТРОВОГО ДІАПАЗОНУ**

*На основі теорії взаємопов'язаного тепло- й масопереносу при фазових перетвореннях, розробленої О.В. Ликовим (разом зі своїми учнями) за допомогою методів термодинаміки незворотніх процесів, була запропонована система диференціальних рівнянь у частинних похідних (для одновимірного випадку), котра у своєму складі має гіперболічне рівняння масопереносу, яке враховує скінченне значення швидкості переносу маси. При цьому перенесення теплоти у даній роботі описується рівнянням, яке адекватно моделює названий процес у межах квазістаціонарних полів температур. Такий підхід є справедливим для моделювання процесів тепломасопереносу у рослинних матеріалах при комбінованому підведенні енергії в умовах дії постійного та імпульсного електромагнітних полів міліметрового діапазону (т.з. крайньо високочастотного діапазону (КВЧ-діапазону) з несучою частотою  $f \cong 60$  ГГц) при їх обробці короткими хвильовими імпульсами. Нестационарні поля вологовмісту (переносу маси), збуджувані відеоімпульсами у цих середовищах (тілах) і матеріалах, представлені аналітично завдяки точним періодичним та нестационарним розв'язкам рівнянь тепломасообміну, отриманим безпосередньо у часовій області поза рамками фур'є-розкладів за аналогією до відомих результатів А.Б.Шварцбургга.*

*Ключові слова: моделювання; нестационарність; тепломасообмін; волога; рослинні матеріали; імпульсний вплив; електромагнітні поля; міліметровий діапазон хвиль; нефур'є-аналіз.*

### Постановка проблеми. Аналіз публікацій по темі дослідження.

Відомо [1,2], що О.В. Ликовим (разом зі своїми учнями) за допомогою методів термодинаміки незворотніх процесів була створена теорія взаємозв'язаного тепло- й масопереносу при фазових перетвореннях. Отримана система диференціальних рівнянь у одновимірному випадку має вид:

$$\left\{ \begin{aligned} c\rho_0 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \psi \rho_0 Q \frac{\partial u}{\partial t}; \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a_m \frac{\partial u}{\partial x} + a_m \delta \frac{\partial T}{\partial x} \right), \end{aligned} \right. \quad (2)$$

де:  $c$  питома теплоємність матеріалу,  $\rho_0$  щільність сухого тіла,  $T$  температура,  $t$  час,  $x$  просторова координата,  $\lambda$  коефіцієнт теплопровідності,  $\psi$  критерій фазового перетворення, котрий характеризує відношення зміни волого-вмісту за рахунок випаровування до загальної зміни вологовмісту,  $Q$  теплота випаровування,  $u$  вологовміст,  $a_m$  коефіцієнт дифузії вологи,  $\delta$  термоградієнтний коефіцієнт.

Зазначимо, що останній член у правій частині рівняння (2) описує процес термічної дифузії вологи. Система рівнянь (1), (2) зіграла і відіграє важливу роль у дослідженні процесу сушки вологих матеріалів.

Прикладом використання наведеної вище системи диференціальних рівнянь О.В.Ликова є розв'язок двовимірної задачі неізотермічного вологопереносу у деревині сумісно з рівнянням вологопружності. В результаті визначені внутрішні напруження при сушці й граничні значення міцності при припущенні ортотропної будови деревини. Дослідження показали, що ефект термовологопровідності незначно впливає на тривалість процесу сушки деревини.

Ще одним прикладом є моделювання нестационарних взаємопов'язаних процесів переносу теплоти й вологи у рослинних матеріалах при комбінованому енергопідводі в умовах постійного й імпульсного впливу електромагнітних полів НВЧ (надзвичайно високої частоти, сантиметровий діапазон хвиль) та КВЧ (крайньо високої частоти, міліметровий діапазон хвиль, несуча частота  $f = (50...60)$  ГГц). Показано, що створення імпульсних та імпульсно-ступеневих режимів НВЧ/КВЧ випромінювання дозволяє суттєво зменшити температурний вплив на оброблюваний матеріал. Встановлені кінетичні залежності із урахуванням скінченної швидкості переносу вологи.

Час релаксації теплового напруження при розповсюдженні теплоти, наприклад, у металах складає  $\sim 10^{-11}$  с, у газах  $\sim 10^{-9}$  с. При цьому швидкість розповсюдження теплоти одного порядку зі швидкістю звуку. Внаслідок малих значень часу релаксації розв'язки гіперболічного рівняння теплопровідності

практично співпадають з розв'язками класичного параболічного рівняння. Що стосується швидкості дифузії вологи у капілярно-пористих матеріалах приблизно у  $10^6 \dots 10^7$  й більше разів менше, відповідно час релаксації дифузійних процесів значно більше, тому, відповідно у рівняннях масопереносу її слід враховувати [1,2].

Для одновимірної задачі гіперболічне рівняння масопереносу із урахуванням скінченної швидкості переносу маси має вид [2]:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + \tau_p \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( a_m \frac{\partial u}{\partial x} + a_m \delta \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad (3)$$

де  $\tau_p$  час релаксації,  $\tau$  час.

Час релаксації маси пов'язаний з коефіцієнтом вологопровідності співвідношенням:

$$\tau_p = a_m / v_m^2, \quad v_m = \sqrt{\frac{a_m}{\tau_p}}, \quad (4)$$

де  $v_m$  швидкість розповсюдження маси.

У даному дослідженні припускаємо, що  $(\lambda, a_m, \delta)$  параметри матеріалу, які не залежать ні від  $T$ , ні від просторової координати  $X$ . Крім того, вважаємо, що масоперенос здійснюється у квазістаціонарному температурному полі  $\left( \frac{\partial T}{\partial t} \equiv \frac{\partial T}{\partial \tau} \approx 0 \right)$ , яке є просторово неоднорідним  $\left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \neq 0 \right)$ .

**Мета роботи** полягає у обґрунтуванні фізико-механічної та математичної моделей для аналізу нестационарних взаємозв'язаних процесів переносу теплоти й вологи у рослинних матеріалах в умовах імпульсного впливу електромагнітних полів міліметрового діапазону.

#### Виклад основного змісту дослідження.

1. Математична модель масопереносу у квазістаціонарному температурному полі.

Розв'язок гіперболічного рівняння масопереносу будемо шукати з системи наступного типу:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\psi Q}{c} \cdot \frac{\partial u}{\partial t}; \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tau_p = a_m \delta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + a_m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial t} \approx 0; \quad a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{\psi Q}{c} \cdot \frac{\partial u}{\partial t}; \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tau_p = a_m \delta \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + a_m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \end{array} \right. \quad (5)$$

де  $a = \frac{\lambda}{c\rho_0}$  коефіцієнт теплопровідності, незалежний від  $T$ .

Система (5) у наближенні квазістаціонарного температурного поля  $T(x,t)$  може бути зведена до одного рівняння для  $u(x,t)$ :

$$\left(1 + \frac{a_m \delta}{ca} \Psi Q\right) \frac{\partial u}{\partial t} + \tau_p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a_m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (6)$$

розв'язуючи котре й знаходячи  $u(x, t)$ , можна знайти  $T(x, t)$ :

$$T(x, t) = \left(-\frac{\Psi Q}{ca}\right) \cdot \int_0^x dx' \int_0^{x'} \frac{\partial u}{\partial t}(\tilde{x}, t) d\tilde{x} + C_1 x + C_2, \quad (7)$$

де константи  $C_1$  й  $C_2$  можна знайти з граничних умов для  $T(x, t)$  певного типу, наприклад:

$$T(x, t)|_{x=0} = T_1(t); \quad T(x, t)|_{x=l} = T_2(t), \quad (8)$$

де  $l$  довжина тіла вповдовж вісі  $OX$ .

Тепер розв'яжемо рівняння (6), яке після нескладних перетворень приймає наступний вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{v_m^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{2}{v_m^2 \tau_{xap.}} \cdot \frac{\partial u}{\partial t}, \quad \tau_{xap.} = \frac{2\tau_p}{\left(1 + \frac{a_m \delta \Psi Q}{ca}\right)}. \quad (9)$$

Після введення характерного часу встановлення поля вологопереносу (вологовмісту) у матеріалі, який взаємодіє з імпульсним КВЧ-полем електромагнітної природи,  $\tau_{xap.}$  (9), можна подати традиційний розв'язок рівняння (6), (9) у вигляді затухаючих синусоїдальних хвиль, котрі характеризуються комплексним хвильовим числом  $K$  ( $\sim \exp[i(\omega t - Kx)]$ ,  $i^2 = -1$ ,  $\omega$  кругова частота коливань):

$$K = \frac{\omega}{v_m} \cdot \sqrt{1 + 2i(\omega \tau_{xap.})^{-1}}. \quad (10)$$

Поряд з розв'язком (10) й розв'язком, що представлений у вигляді інтегралів по траєкторіям, рівняння (9) описує й несинусоїдальні хвилі вологовмісту у матеріалі  $u(x, t)$  у часовій області. Користуючись нормованими змінними:

$$u(x, t) = u_0 f, \quad \tau = t \tau_{xap.}^{-1}, \quad \eta = x (v_m \tau_{xap.})^{-1}, \quad f = f(\tau, \eta), \quad (11)$$

можна переписати рівняння (9) у безрозмірному вигляді:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial \tau^2} = 2 \frac{\partial f}{\partial \tau}. \quad (12)$$

Точні аналітичні розв'язки безрозмірного телеграфного рівняння (12), які описують нестационарне поле вологовмісту у матеріалі, що є неперіодичним, представляються у формі [3,4]:

$$f = \sum_q a_q \cdot \bar{f}_q, \quad (13)$$

$$\bar{f}_q = \frac{1}{2} \cdot (\theta_{q-1}^* + \theta_{q+1}^* - 2\theta_q^*) = \frac{\partial \theta_q^*}{\partial \tau}, \quad (14)$$

$$\theta_q^* = \exp(-\tau) \cdot \left( \frac{\tau - \eta}{\tau + \eta} \right)^{q/2} \cdot I_q \left( \sqrt{\tau^2 - \eta^2} \right), \quad \tau \gg \eta. \quad (15)$$

Тут, у (15),  $I_q$  модифікована функція Бесселя; індекс  $q$  визначається з граничних умов на поверхні тіла ( $\eta = 0$ ).

Характерні властивості нероздільних функцій (по  $\eta$  й  $\tau$ ) (13), які описують нестационарні поля вологовмісту у матеріалах, що взаємодіють з короткими хвильовими електромагнітними імпульсами КВЧ-діапазону, зводяться, в основному, до наступних:

$$1) \theta_q^*(\tau, \eta)|_{\tau=0} = 0 \quad (q > 0); \quad (16)$$

2) використовуючи відому асимптотику функцій:

$$I_q(u) - \{I_q(u)\}|_{u \gg 1} = \frac{\exp(-u)}{\sqrt{2\pi u}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2\pi)^n} \cdot \frac{\Gamma\left(q + \frac{1}{2} + n\right)}{\Gamma\left(q + \frac{1}{2} - n\right)}, \quad (17)$$

де  $\Gamma$  гамма-функція, можна знайти закон спадання поля вологовмісту  $\bar{f}_q(\tau)$  (14), який характеризує закон подібного типу у будь-якому перерізі при  $\tau \gg \eta$ :

$$\bar{f}_q|_{\tau \gg \eta} = -\frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot \tau^{-3}. \quad (18)$$

У табл.1 наведені значення функції  $\bar{f}_q(\tau)$  (14), що характеризує падіння поля вологовмісту у будь-якому перерізі матеріалу (зокрема, рослинних матеріалів), взаємодіючого з короткими хвильовими імпульсами електромагнітного походження КВЧ-діапазону (ММ-діапазону хвиль з несучою частотою  $f = 60$  ГГц) при його обробці (сушка якщо вказані імпульси теплової інтенсивності, енергоінформаційний вплив якщо імпульси нетеплової інтенсивності), причому  $\tau \gg \eta$ .

Таблиця 1. Залежність  $\bar{f}_q(\tau)$

$\tau$	$-\bar{f}_q$	$\tau$	$-\bar{f}_q$
0,1	200	10	$2 \cdot 10^{-4}$
0,2	25	20	$2,5 \cdot 10^{-4}$
0,3	7,4	30	$7,4 \cdot 10^{-6}$
0,5	1,6	40	$3,1 \cdot 10^{-6}$
0,8	0,4	50	$1,6 \cdot 10^{-6}$
1,0	0,2	100	$2,0 \cdot 10^{-7}$

Суттєвим є також й те, що нестационарні поля вологовмісту у рослинних матеріалах, які взаємодіють з короткими хвильовими імпульсами КВЧ-діапазону

електромагнітної природи, характеризуються природним масштабом часу  $\tau_{хар.}$  (9) (з котрим, до речі, можна зв'язати й характерний “масштаб” частот:  $\omega_{характ.} \sim \tau_{хар.}^{-1}$ ), граючи при цьому вирішальну роль у процесах імпульсного КВЧ-збудження зв'язаних полів температури й вологовмісту у рослинних матеріалах.

## ВИСНОВКИ

1. Дослідження швидкоплинних (неперіодичних) нестационарних взаємозв'язаних процесів переносу теплоти й вологи у різноманітних матеріалах (у т.ч. рослинних) в умовах імпульсного впливу електромагнітних полів міліметрового діапазону показано можливість “альтернативного” опису таких полів поза межами традиційної теорії синусоїдальних хвиль. Цей опис виявив низку характеристик вказаних середовищ (тіл) й полів, котрі властиві теорії синусоїдальних хвиль, але не використовуються при розглядуваному підході (фаза коливань, фазова швидкість, частота відсікання, декремент затухання та ін.).

2. Аналіз процесів збудження й розповсюдження неперіодичних полів різної фізичної природи (т.з. зв'язаних полів), наприклад, процесів переносу теплоти й вологи у матеріалах при їх обробці короткими хвильовими імпульсами НВЧ/КВЧ-діапазону електромагнітної природи, заснований при такому підході на неперервності полів на границях середовищ/матеріалів й нероздільних розв'язках рівнянь Клейна-Гордона і телеграфного рівняння у часовій області.

3. Знайдені “нероздільні” точні аналітичні розв'язки рівнянь зв'язаних полів отримані без додавання будь-яких нових членів, а розглянуті режими розповсюдження полів вологовмісту імпульсного типу представляють значний інтерес й для задач зондування (різноманітних матеріалів з висоти, за допомогою БПЛА) у близькій зоні імпульсного джерела (т. з. імпульсна дефектоскопія).

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лыков А.В. Теория сушки. М.: Энергия, 1968. 472 с.
2. Лыков А.В. Тепломассообмен: Справочник. М.: Энергия, 1978. 560 с.
3. Шварцбург А.Б. Видеоимпульсы и неперiodические волны в дисперсирующих средах. Успехи физических наук. 1998. Т.168. №2. С. 85-103.
4. Човнюк Ю.В. Нестационарные термоупругие поля в диспергирующих, диссипативных деформируемых средах (телах) и композиционных материалах при их лазерной обработке короткими волновыми импульсами. Вісник Черкаського інженерно-технологічного інституту. 2001. №4. С. 58-65.

к.т.н., доцент Човнюк Ю. В.,  
Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины,  
доцент Чередниченко П.П., к.т.н., доцент Остапущенко О.П.,  
Киевский национальный университет строительства и архитектуры

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ И ВЛАГИ В РАСТИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛАХ В УСЛОВИЯХ ИМПУЛЬСНОГО ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА**

На основе теории взаимосвязанного тепло- и массопереноса при фазовых преобразованиях, разработанной А.В.Лыковым (вместе со своими учениками) с помощью методов термодинамики необратимых процессов, была предложена система дифференциальных уравнений в частных производных (для одномерного случая), которая в своем составе имеет гиперболическое уравнение массопереноса, учитывающая конечное значение скорости переноса массы. При этом перенесение теплоты в данной работе описывается уравнением, которое адекватно моделирует названный процесс в пределах квазистационарных полей температур. Такой подход является справедливым для моделирования процессов тепло-массопереноса в растительных материалах при комбинированном подводе энергии в условиях действия постоянного и импульсного полей миллиметрового диапазона (т.н. крайне высокочастотного диапазона (КВЧ-диапазона) с несущей частотой  $f \cong 60$  ГГц) при их обработке короткими волновыми импульсами. Нестационарные поля влагосодержания (переноса массы), возбужденные видеоимпульсами в этих средах (телах) и материалах, представлены аналитически благодаря точным периодическим и нестационарным решениям уравнений тепло-массообмена, полученным непосредственно во временной области вне рамок фурье-раскладов по аналогии с известными результатами А.Б.Шварцбурга.

Полученные в работе результаты можно в дальнейшем использовать для совершенствования и уточнения инженерных методов расчёта параметров диагностического оборудования, которое применяется для определения характеристик растительного покрова полей сельскохозяйственного назначения, при прокладке магистралей и тепловых проводов в пересечённой местности, как на стадии проектирования, так и конструирования подобных приборов, а также в условиях реальной эксплуатации подобного оборудования.

Ключевые слова: моделирование; нестационарность; тепло-массообмен; влага; растительные материалы; импульсное влияние; электромагнитные поля; миллиметровый диапазон волн; нефурье-анализ.

Ph.D., Professor ISA Chovnyuk Yuriy,  
National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine,  
Associate Professor Cherednichenko Petro,  
Ph.D., Associate Professor Ostapushchenko Olga,  
Kyiv National University of Construction and Architecture

**NON-STATIONARY HEAT AND MOISTURE TRANSFER  
INTERCONNECTED PROCESSES IN PLANT MATERIALS MODELING IN  
CONDITION OF MILLIMETER-WAVE ELECTROMAGNETIC FIELDS  
IMPULSE INFLUENCE**

On the basis of the theory of interconnected heat and mass transfer during phase transformations, as developed by A.V. Lykov (together with his students) with the help of methods of thermodynamics of irreversible processes, a system of differential equations in partial derivatives (for one-dimensional case) was proposed, which has a hyperbolic mass transfer equation taking into account the final value of mass transfer rate. In this paper, heat transfer is described by the equation, which adequately simulates the mentioned process within the quasi-stationary temperature fields. This approach is fair for modeling the processes of heat and mass transfer in plant materials under conditions of combined supply of energy under the action of constant and pulsed fields of millimeter range (the so-called extremely high-frequency range (EHF-band) with the carrier frequency GHz), as processed by short wave pulses. The non-stationary fields of moisture content (mass transfer) excited by video pulses in these media (bodies) and materials are presented analytically due to accurate periodic and non-stationary solutions of the heat-and-mass transfer equations obtained directly in the time domain outside the Fourier series, by analogy with the known results of A.B. Schwarzburg.

The results obtained in this work can be further used to improve and refine engineering methods for calculating the parameters of diagnostic equipment, which is used to determine the characteristics of the vegetation cover of fields for agricultural purposes, when designing highways and overpasses in a rugged terrain, as well as while developing such devices and during exploitation of such equipment.

Key words: modeling; non-stationary; heat and mass transfer; moisture; plant materials; impulse influence; electromagnetic fields; millimeter-wave range; non-Fourier analysis.

**REFERENCES**

1. Lykov A.V. *Teoriya sushky*. M.: Enerhiya, 1968. 472 s. {in Russian}.



2. Lykov A.V. Teplomassoobmen: Spravochnyk. M.: Enerhyia, 1978. 560 s. {in Russian}.

3. Shvartsburh A.B. Vydeoympulsi y neperyodycheskye volny v dyspersyruuiushchykh sredakh. Uspekhy fizycheskykh nauk. 1998. T.168. №2. S. 85-103. {in Russian}.

4. Chovniuk Yu.V. Nestatsyonarnye termoupruhye polia v dysperhyruuiushchykh, dyssypatyvnykh deformatyruemukh sredakh (telakh) y kompozytsyonnykh materyalakh pry ykh lazernoi obrabotke korotkymu volnovymu ympulsamy. Visnyk Cherkaskoho inzhenerno-tekhnohichnoho instytutu. 2001. №4. S. 58-65. {in Russian}.