УДК 539.375

С.О. Пискунов, канд. техн. наук
О.І. Гуляр, д-р техн. наук
С.В. Мицюк

ВИЗНАЧЕННЯ РЕСУРСУ З ВИКОРИСТАННЯМ ПАРАМЕТРА ПОШКОДЖУВАНОСТІ ПРИ БАГАТОЦИКЛОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

На основі НМСЕ реалізована методика визначення ресурсу з використанням континуальної механіки руйнування. Наведені дослідження достовірності отриманих результатів.

Вступ. Забезпечення і підвищення працездатності машин і конструкцій в значній мірі залежать від правильної оцінки довговічності їх окремих деталей і елементів, які працюють, зокрема, під дією повторно-змінюваних (циклічних) навантажень. Величина ресурсу в цих умовах визначається величиною втомної довговічності N. У випадку багатоциклового навантаження розглядаються бази навантаження $N > 2\cdot 10^5$.

Експериментально встановлено, що одним з основних факторів, що призводить до вичерпання ресурсу, є накопичення в матеріалі незворотних пошкоджень [2]. На першій стадії процес накопичення пошкоджуваності відбувається до утворення макроскопічного дефекту, після чого відбувається розвиток зони континуального руйнування.

Визначення пошкоджуваності відповідальних елементів конструкцій при циклічному навантаженні потребує визначення просторового напружено-деформованого стану. Розв’язання таких задач із використанням тривимірної постанови методу скінчених елементів (МСЕ) призводить до великих обчислювальних витрат, які можуть бути неприйнятними. Ефективним засобом скорочення обчислювальних витрат при розгляді просторових тіл канонічної форми, зокрема тіл обертання, є напіваналітичний метод скінчених елементів (НМСЕ).

Метою даної роботи є створення методики визначення ресурсу просторових тіл обертання при багатоцикловому навантаженні на основі НМСЕ із використанням підходів континуальної механіки руйнування його апробація і визначення на цій основі ресурсу до початку руйнування просторового елемента конструкції. На сьогоднішній день розв’язання подібних задач виконано лише для незначної кількості тестових задач [2,4,7].

Розв'язання поставленої задачі потребує вибору співвідношень для опису процесу континуального руйнування при циклічному навантаженні, створення алгоритму визначення параметрів континуальної механіки руйнування і проведення розв'язання тестових прикладів для перевірки еквівалентності отримуваних розрахункових результатів відомим експериментальним даним.

1. Фізичні співвідношення механіки континуального руйнування при циклічному навантаженні. Першим і найбільш розповсюдженим поданням параметрів континуального руйнування є гіпотеза лінійного додавання пошкоджень запропонована А.Пальмгреном [13]. Умова руйнування для дискретного і неперервного законів зміни амплітуди навантаження має вигляд:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{N_i}{N_{Ri}} = 1 \quad \text{або} \quad \sum_{0}^{N_R} \frac{dN}{N_R(\sigma_a)} = 1\,, \tag{1.1}$$

де N_i – число циклів дії навантаження постійної амплітуди; N_{Ri} – число циклів до руйнування при цьому навантаженні; n – число ступенів зміни навантаження; $N_R(\sigma_a)$ – число циклів до руйнування, що відповідає миттєвому значенню напруження σ_a .

В подальшому ця гіпотеза була розвинута М.А. Майнером [11]. Величина $\sum_{i=1}^{n} \frac{N_i}{N_{Ri}} = D_i$ в цьому випадку є мірою пошкодження матеріалу, викликаного за N_i циклів навантаженням з рівнем напруження σ_a . Тоді умова руйнування запишеться наступним чином:

$$\sum_{i=1}^{n} D_i = 1 \tag{1.2}$$

На теперішній час гіпотеза, котра визначається рівняннями (1.1)-(1.2), відома під назвою закону Пальмгрена-Майнера-Робінсона або закону лінійного накопичення пошкоджень при змінному навантаженні. Як видно із структури цих рівнянь, точна умова руйнування виконується тільки при постійному навантаженні. В усіх інших випадках варто очікувати відхилення від (1.2), причому чим сильніше змінюється навантаження, тим відхилення повинні бути більшими.

В залежності від послідовності прикладання навантаження відхилення може відбуватись як в безпечну, так і в небезпечну сторону.

При цьому лінійна гіпотеза к передісторії навантаження не чуттєва. Відомі різні спроби уточнення (1.1) - (1.2) з метою забезпечення кращого співставлення з експериментом. Проте в практичних розрахунках лінійна гіпотеза зберігає своє значення дякуючи, перш за все, концептуальній і математичній простоті [13].

Більш перспективним є інтерпретація пошкодженості як кінетичного процесу утворення і розвитку внутрішніх несуцільностей. В ряді робіт закономірності втомного руйнування досліджуються шляхом введення феноменологічної міри руйнування D і відповідних кінетичних рівнянь при циклічному навантаженні.

На сьогоднішній день в механіці пошкоджуваності для опису руйнування при циклічному навантаженні в якості внутрішньої змінної частіше всього застосовується параметр пошкоджуваності D в формі:

$$\frac{dD}{dN} = F(D, \sigma), \tag{1.3}$$

Значення $D(0) = D_0$ відповідає початковому стану матеріалу (зокрема, наявності початкових пошкоджень, у випадку відсутності яких D_0=0), а значення $D(N^*) = 1$ – критичне значення пошкодженості, що відповідає повністю пошкодженому стану, в якому несуча здатність є вичерпаною.

Вигляд функції $F(D, \sigma)$ і значення фізико-механічних констант матеріалу, що входять до цього співвідношення визначаються на основі експериментальних досліджень. Розглянемо деякі відомі форми цього рівняння.

В роботі [12] В.В. Болотіним був запропонований вираз наступного вигляду:

$$F(D, \sigma) = \frac{\eta(\sigma)}{B} \sigma^b D^{1-\frac{1}{\eta(\sigma)}}, \tag{1.4}$$

де B і b – параметри рівняння кривої втоми, $\eta(\sigma)$ - незростаюча функція σ, що визначається по результатам програмних досліджень з урахуванням граничних умов

$$D(0) = 0, \quad D^* = 1. \tag{1.5}$$

Зазначений вираз дозволяє врахувати вплив послідовності прикладання програмного навантаження на довговічність.

Відомі також інші подання функції $F(D,\sigma)$. Зокрема, для опису монотонної зміни інтенсивності накопичення пошкодженості із збільшенням кількості циклів в роботі [7] був запропонований вираз вигляду:

$$\frac{dD}{dN} = k(\sigma) m(\sigma) N^{m(\sigma)-1}, \tag{1.6}$$

де $k(\sigma)$ і $m(\sigma)$ – залежні від напруження σ коефіцієнти; пошкодженість в даному випадку залежить як від рівня напружень, так і від накопиченої кількості циклів навантаження, монотонно зростаючи при $m(\sigma) > 1$ і монотонно зменшуючись при $m(\sigma) < 1$.

В роботі [8] із посиланням на [10] зазначено, що оскільки для певного класу конструкційних матеріалів процес накопичення пошкодженості при циклічному навантаження характеризується уповільненням із зростанням кількості циклів. Урахування цього ефекту запропоновано здійснювати введенням в вираз для $\frac{dD}{dN}$ спадаючої функції $\psi(\sigma, N)$ [8]:

$$\frac{dD}{dN} = e^{A\sigma + B} \psi(\sigma, N), \tag{1.7}$$

де $\psi(\sigma, N) = e^{-m\sigma(N-1)}$, σ – амплітудне значення напруження; A і B експериментальні константи, що визначаються по кривій втоми, рівняння якої подано у вигляді $\frac{1}{N} = e^{A\sigma + B}$.

В роботі [2] вигляд рівняння накопичення пошкодженості передбачає урахування зменшення ефективного перерізу елемента конструкції за рахунок накопичення пошкодженості, що відповідає первісному фізичному трактуванню пошкодженості, запропонованому Ю.Н. Работновим [6]. Для урахування циклічного навантаження вираз для пошкодженості містить номінальне значення напруження σ_1^0:

$$\frac{dD}{dN} = \begin{cases} B\left(\dfrac{\sigma_1^0}{1-D}\right)^m & (\sigma_1^0 > 0); \\ 0 & (\sigma_1^0 < 0), \end{cases} \tag{1.8}$$

де $\sigma_1^0 = \sigma_{m0} + \sigma_{a0}\sin(2\pi ft)$ – номінальне напруження, f – частота прикладання навантаження. При конкретизації величини σ_1^0 для окремих випадків вираз (1.8) отримаємо у вигляді:
- для симетричного навантаження ($\sigma_m = 0$, $\sigma_a \neq const$):

$$\frac{dD}{dN} = C\frac{(\sigma_{a0}\sin 2\pi N)^m}{2^m(1-D)^m}, \qquad (1.9)$$

- для асиметричного навантаження ($\sigma_m = const$, $\sigma_a = const$):

$$\frac{dD}{dN} = C\frac{(\sigma_{m0} + \sigma_{a0}\sin 2\pi N)^m}{2^m(1-D)^m}, \qquad (1.10)$$

де m і C константи матеріалу, σ_a, σ_{m0}, σ_{a0} – номінальні значення статичної та циклічної компонент відповідно.

Вираз, що ґрунтується на концепції пошкодженості Ю.Н.Работнова [6], запропонований також в роботі [9]:

$$\frac{dD}{dN} = A\left(\frac{\sigma}{\sigma_B(1-D)}\right)^n, \qquad (1.11)$$

де A та n – експериментально визначені константи; σ_B – межа міцності матеріалу.

В роботі [9] вище наведене рівняння (1.11) було розв’язане в замкненому вигляді, що дозволило отримати вираз для величини пошкодженості у вигляді:

$$D = 1 - \sqrt[(n+1)]{1 - \frac{A}{(n+1)\,\sigma_B^n}\int_0^{N^*}\sigma^n dN} \qquad (1.12)$$

де N^* - кількість циклів навантаження в даний момент часу ($0 \le N^* \le N$).

При відомій історії навантаження $\sigma(N)$ цей вираз дозволяє обчислити пошкоджуваність D в будь-який момент часу. У випадку коли $\sigma = \sigma_a = const$, вираз (1.12) матиме вигляд [9]:

$$D = 1 - \sqrt[(n+1)]{1 - \frac{A}{(n+1)\sigma_B^n}\sigma^n N}\ , \qquad (1.13)$$

звідки може бути знайдена кількість циклів для початку руйнування :

$$N^* = \frac{(n+1)\sigma_B^n(1-(1-D)^{n+1})}{A\sigma^n}\ , \qquad (1.14)$$

У випадку коли $D = 1$ число циклів навантаження дорівнює числу циклів до руйнування. Використовуючи відоме рівняння кривої втоми вигляду $N = C\sigma^{-m}$ і підставляючи його в рівняння можна визначити константи рівняння (1.13) у вигляді:

$$n = m\ ,\ A = ((n+1)\sigma_B^n)/C\ . \qquad (1.15)$$

Такий підхід не потребує додаткових експериментальних випробувань для визначення рівнянь накопичення пшкодженості при циклічному навантаженні.

Таким чином, при наявності визначених параметрів напружено-деформованого стану використання вищенаведених рівнянь і визначених за викладеним підходом констант рівнянь дозволяє визначати величину пошкодженості при циклічному навантаженні.

2. Алгоритм розв'язання задач континуального руйнування при багатоцикловому навантаженні на основі НМСЕ. В загальному випадку процес циклічного навантаження може здійснюватись із змінними параметрами циклу (середнім значенням напруження і амплітуди). Для моделювання процесу деформування і континуального руйнування процес навантаження необхідно розділити на певну кількість етапів – кроків розв'язання задачі – S^*, при цьому в межах кожного етапу s навантаження відбувається із сталим середнім напруженням σ_{0S} і сталою амплітудою σ_{as} протягом N_s циклів. При визначених таким чином параметрах навантаження на кожному кроці виконується визначення напружено-деформованого стану. Величина пошкодженості D_s, за всю попередню історію наватаження (кількість циклів навантаження $N_S = \sum_{s=1}^{S} N_s$) визначається за формулою (1.12), поданою із урахуванням покрокової дискретизації процесу навантаження:

$$D_s = 1 - \sqrt[(n+1)]{1 - \frac{A}{(n+1)\sigma_B^n} \sum_{s=1}^{S} (\sigma_{as})^n N_s} \quad . \tag{2.1}$$

У випадку циклічного навантаження із сталими параметрами циклу визначення напружено-деформованого стану достатньо виконати лише один раз, а визначення кількості циклів до початку руйнування $N*$ виконується за формулою (1.14) при $D = D^* = 1$:

$$N^* = \frac{(n+1)\sigma_B^n}{A\sigma^n}\,, \tag{2.2}$$

При необхідності моделювання перебігу процесу накопичення пошкодженості здійснюється послідовним використанням формули (2.1) при значеннях *N*: $0 \le N \le N^*$.

Для апроксимації просторових тіл обертання із на основі НМСЕ використовуються просторові кругові неоднорідні скінчені елементи [1]. Визначення напружено-деформованого стану потребує розв’язання систем рівнянь НМСЕ із використанням блочно-ітераційних алгоритмів.

На кожній ітерації *k* кроку розв’язання задачі (етапу навантаження) *s* вектор невідомих амплітудних переміщень системи рівнянь НМСЕ може бути поданий у вигляді:

$$\{u\}_k^s = \{u\}_{k-1}^s + \{\Delta u\}_k^s = \{u\}_{k-1}^s + [K]_{\lambda\lambda}^{-1}\left(\{P\}^s - \{R\}_k^s\right), \tag{2.3}$$

де $\{P\}^s$ – вектор вузлових навантажень на кроці *s*; $\{R\}_k^s$ – вектор вузлових реакцій на ітерації *n*, обчислений за величинами напружень σ_{ij}, що відповідають значенням параметрів циклу навантаження і визначаються за умов пружного деформування тіла; $[K]_{\lambda\lambda}$ – матриця жорсткості дискретної моделі [1].

Умовою збіжності ітераційного процесу на кроці є нерівність:

$$\sum_{\lambda=0}^{\Lambda}\left(\{\Delta u\}_\lambda^k\right)^2 \le \zeta \sum_{\lambda=0}^{\Lambda}\left(\{u\}_\lambda^k\right)^2 \quad , \tag{2.4}$$

де $\zeta = 10^{-4}....10^{-6}$ – параметр точності розв’язання системи нелінійних рівнянь, який може бути визначений на основі дослідження збіжності отримуваного розв'язку, λ – номер члену ряду розкладу переміщень в ряд за поліномами при застосуванні НМСЕ [1].

В кінці кроку після визначення величин D_S для всіх СЕ тіла проводиться перевірка умови $D_S < D^* \approx 1$, у випадку виконання якої фіксується момент утворення початкової зони континуального руйнування.

3. Дослідження вірогідності результатів. Для дослідження характеру збіжності і вірогідності результатів, отримуваних із використанням викладеного алгоритму при наявності циклічних навантажень розглянемо приклад про деформування стержня трубчастого поперечного перерізу (рис.1) під впливом циклічного навантаження з амплітудою. Максимальні величини напруження в стержні становили σ_a = 10МПа; 15МПа; 17МПа.

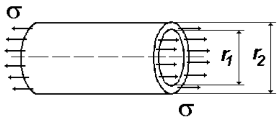


Рис. 1

Матеріал стержня – сталь 30ХГСА, для якої E=1МПа, ν=0, $\sigma_B = 1400$ МПа, рівняння кривої втоми наведено в роботі [3] і має вигляд: $N = C\sigma^{-m} = 3.07 * 10^6 \sigma^{-3.27}$. Із використанням наведеного рівняння були отримані наступні еталонні значення ресурсу стержня (табл.1).

Таблиця 1

	q_1=10Мпа	q_2=15Мпа	q_3=17Мпа
$N = C\sigma^{-m}$	$3.07*10^7$	$8.153*10^6$	$5.4146*10^6$

Із використанням констант матеріалу для обчислення параметра пошкодженості за рівняннями (1.13), визначених із використанням (1.15) отримаємо: A=2.6985357*10 ^{3} та n=3.27. Криві пошкоджуваності, отримані із використанням цих рівнянь і констант зображені на рис. 2.

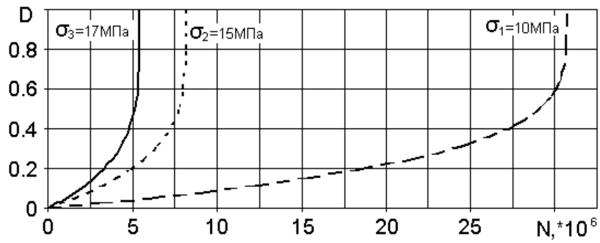


Рис. 2

Розрахунок проведений за допомогою НМСЕ, відповідна дискретна модель показана на рис. 3.

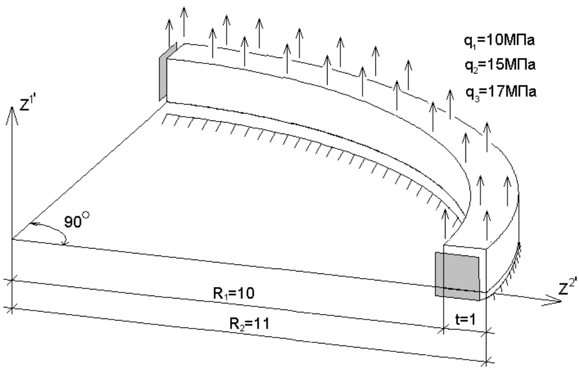


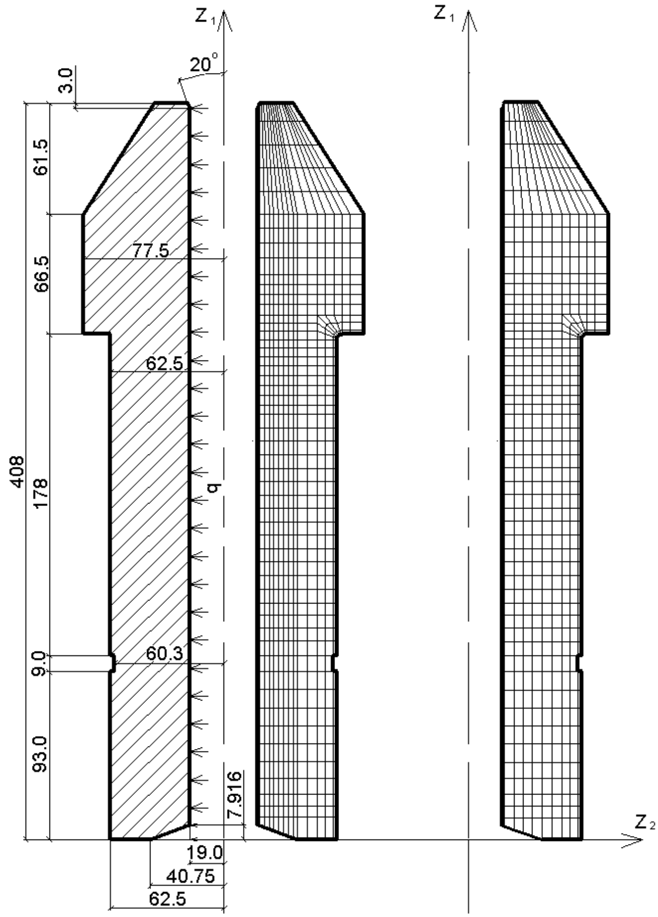
Рис. 3

Обчислені із використанням отиманих значень напружень величини параметра пошкодженості і кількості циклів до початку руйнування повністю збігаються із наведеними на рис. 2 і в табл. 1.

4. Приєднувальний штуцер. Досліджуваний об'єкт представляє собою масивне тіло обертання із ступенево змінною геометрією меридіального перерізу, виговлене із сталі 08Х14АН4МДБ, для якої коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$; модуль пружності $E = 20.3 * 10^4$ МПа; межа текучості при розтязі $\sigma_T = 1045$ МПа, межа міцності $\sigma_B = 1300$ МПа. В коловому напрямку геометричні і механічні характеристики не змінюються. Розрахункова схема зображена на (рис. 4,а).

Визначення напружено-деформованого стану проводиться під дією внутрішнього тиску. величиною q=2500кг/см^2 частота змінення навантаженя становить 50Гц.

Для дослідженя збіжності результатів визначення напружено-деформованого стану використані дискретні моделі з кількістю невідомих N=1280 (рис. 4,а) і N=1722 (рис. 4,б). Отримані із їх використанням розподілення інтенсивності напружень в поперечному перерізі штуцера є ідентичними. Розподлення інтенсивності напружень по висоті вздовж внутрішньої поверхні штуцера, де значення напружень є максимальними, наведене на рис. 5. Як видно, в більшій частині штуцера (при $100 \le z^{1'} \le 270$) напруження змінюються несуттєво, на відміну від частин при $z^{1'} \le 100$ і $z^{1'} \ge 270$, що пояснюється відповідною зміною площи поперечного перерізу.



а *б*

Рис. 4

Величини напружень в цій частині штуцера можуть бути отримані із використанням відомих формул задачі про деформування товстстінного циліндра. Так, отримані розподілення напружень вздовж радіуса по перерізу 1-1 поністю збігається (рис. 6) із зазначеним аналітичним розв'язком.

Визначення констант матеріалу для обчислення параметра пошкодженості за рівняннями (1.11) було здійснено за допомогою кривої втоми $N = C\sigma^{-m} = 2*10^{6}\sigma^{-4.267}$ [5], із використанням (1.15) отримаємо: A=1,5495*10^{-2} та n=4,267. Величина ресурсу становить з 4,9*10^{9}.

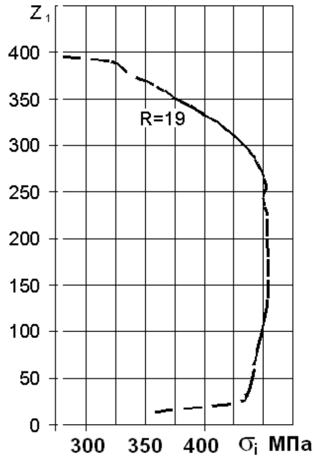


Рис. 5

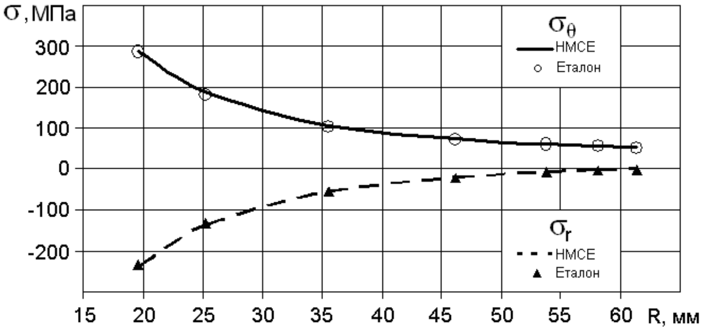


Рис. 6

Таким чином було створено і апробовано методику визначення ресурсу просторових тіл обертання при циклічному навантаженні на основі НМСЕ із використанням підходів континуальної механіки руйнування до початку руйнування просторового елемента конструкції. В майбутньому це дасть змогу проводити розв’язання задач від моменту експлуатації об’єкту до повного втрачання ним несучої здатності.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах руйнування просторових тіл: Монографія – К.: КНУБА, 2005. – 298 с.
2. *Голуб В.П* .Поврежденность и одномерные задачи разрушения в условиях циклического нагружения.// Прикл. механика. – 1987.-23, №10. – С.19-29
3. *Гудрамович В.С.* Несущая способность и долговечность элементов конструкций – К.:Наук. думка, 1981. – 284 с.
4. *Кузьменка В.А.* Многоцикловая усталость при переменных амплитудах нагружения – К.: Наук. думка, 1988.
5. *Лебедев А.А.* Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии: – К.:Издательский Дом «Ин Юре», 2003. – 540 с.
6. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементо конструкций. – М.:Наука, 1966. – 732 с.
7. *Серенсон С.В. и др.* Прочность при нестационарных режимах нагрузки. – К.:Наук. думка, 1961.
8. *Серенсон С.В.* Усталость материалов и элементов конструкций К.:Наук. думка, 1985.
9. *Сильверстов И.Н.*. Расчет ресурса и длительной прочности с использованием критерия повреждаемости.– Проблемы машиностроения и надежности машин, 2006, №6. – С.116-118.
10. *Nishihara T., Jamada T.* Memor. Fac. Engineering K yoto Univ. 1956, №3.
11. *Miner M.A.* Cumulative damage in fatigue *// Ibid. – 1945. – 12,* №1. – P. A159-A164
12. *Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage state and its experimental verification // J. Theor. and Appl. Mech. – 1982. – 1,* №5. – P.743-761.
13. *Palmgren A.* Die Lebensdauer von Kugellagern // Z/ Vereines Deutscher ING. - 1924. - 68, №14. – S.339-341.

Отримано 01.07.09

С.О. Пискунов, А.И. Гуляр, С.В. Мицюк

Определение ресурса с использованием параметра повреждаемости при многоцикловом нагружении

На основе ПМКЭ реализована методика определения ресурса с использованием подходов континуальной механики разрушения. Приведены исследования достоверности полученных результатов.

S.O. Pyskunov, O.I. Gulyar, S.V.Mytsyuk

Life time determination using of damage parameter under multicyclic loading condition

On the basis of SFEM the method of life time determination is realized using of continual damage mechanics approaches. Researches of authenticity of the obtained results are presented.