УДК 528.48

к.т.н., доцент Исаев А.П.,
Киевский национальный университет строительства и архитектуры

ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПОЛОЖЕНИЙ НА СИСТЕМУ ДВУХ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СТЕРЖНЕЙ

Рассматриваются теоретические вопросы влияния погрешностей положений, в частности погрешностей направлений, на физическое состояние системы двух вертикальных взаимодействующих стержней.

Ключевые слова: погрешности положений, стержни, вектор силы, приращения сил и моментов.

Постановка проблемы. Когда идет речь о строительстве крупных, а также уникальных, особенных в архитектурном и конструкторском исполнении инженерных сооружениях, возникает вопрос о качестве их создания в натуре. Этот вопрос один из важнейших, поскольку связан с долговечностью сооружения и безопасностью его работы (эксплуатации). Качество обеспечивается соблюдением технологий строительства, в том числе технологий установки элементов в проектное положение. Установка не может быть абсолютно точной и выполняется в пределах допустимых погрешностей, так чтобы не нарушить при этом условий прочности и устойчивости. Как apriory узнать допустимые погрешности установки элементов и точность геодезических работ, обеспечивающих эту установку? Несомненно, при создании сооружений, элементы которых должны надежно и долговечно работать при очень больших нагрузках, методы расчета точности должны быть связаны с законами механики сооружений.

Для решения данной проблемы наиболее эффективной является, на наш взгляд, теория погрешностей положений элементов строительных конструкций, которая связывает точность геометрических построений, установки и выверки элементов сооружения с изменениями внутренних усилий, внешних сил и моментов, происходящими при геометрических отклонениях.

Цель статьи: в свете разработки теории погрешностей положений [1] показать на примере двух стержней, взаимодействующих между собой по одной вертикальной линии и образующих систему “стержень – вектор силы”, как погрешности положений изменяют геометрическую схему системы, и как при этом изменяется физическое состояние нагруженного стержня.

Основной текст. Рассмотрим систему двух взаимосвязанных и взаимодействующих между собой недеформируемых стержней, установленных на каком-то основании. Сразу оговоримся, что на схемах или в моделях, которые описывают взаимное расположение и взаимодействие стержней, последние, обычно представляют осями (или отрезками осей). В других моделях они могут быть представлены элементами конструкций определенных геометрических размеров и форм сечений. Поскольку геодезия это и научная, и прикладная дисциплина, мы будем обращаться к различным схемам и моделям.

В рассматриваемой системе стержни теоретически (согласно проекту) должны располагаться на одной отвесной линии и начало одного стержня должно совпадать с концом другого. Геометрическая схема взаимного положения стержней показана на рис. 1. Верхний стержень нагруженный (в том числе собственным весом) и эта нагрузка в виде силы F_0 передается на нижний стержень, который является несущим элементом. Вообще стержни, которые передают нагрузку (являются нагрузкой) на другие элементы, мы рассматриваем с позиции векторов сил, поэтому суммарную внешнюю нагрузку на нижний стержень представим вектором силы $\vec{F}_0$. По проекту точка приложения силы должна совпадать с точкой на оси верхнего сечения нижнего стержня, а линия действия силы должна совпадать с отвесной линией, по которой направлены оси нижнего и верхнего стержней.

Для такой геометрической схемы единственной значительной и определяющей напряженное состояние нижнего стержня будет продольная сила *N*, действующая вдоль оси стержня. Она легко рассчитывается и может быть представлена эпюрой, определяющей значение этой силы в каждом сечении стержня. Наибольшее значение нормальной силы будет в нижнем сечении, если учитывать собственный вес стержня $q = \gamma_1 A_1 l_1$. Так

$$N = F_0 + q \quad \text{или} \quad N = F_0 + \gamma_1 A_1 l_1, \tag{1}$$

где γ_1 - удельный вес материала стержня;
A_1 – площадь поперечного сечения стержня;
l_1 – длина стержня.

Все остальные внутренние силы, такие как перерезывающие силы, крутящие и изгибающие моменты равны нулю.

Рассмотрим эту модель взаимного положения и взаимодействия стержней с позиций теории погрешностей положений стержней и векторов сил.

Первый стержень длиной l_1 нижним концом должен быть установлен в заданную проектом точку D_0 в основании конструкции, а второй конец стержня должен быть установлен так, чтобы обеспечить отвесное (в модели – вертикальное) положение стержня. Второй стержень должен быть установлен на первый и нижний конец второго стержня должен занимать в пространстве положение, соответствующее точке A_0 с проектными координатами (заметим, независимое положение от первого стержня). При этом согласно проекту, он обязан совпасть с точкой C_0 – точкой верхнего конца стержня, находящегося в проектном положении. Оси стержней должны совпасть и находиться на одной вертикальной линии.

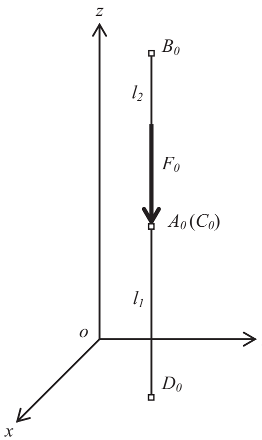

Рис. 1

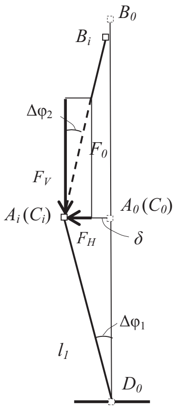

Рис. 2

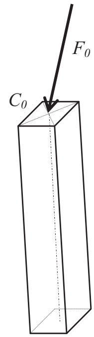

Рис. 3

Рассмотрим случай изменения направления оси стержня l_1 и линии действия вектора силы $\vec{F}_0$ в плоскости zoy. Пусть точка приложения вектора силы A_0 при этом совпадает с центром тяжести верхнего сечения стержня (точкой C_0) и лежит на его оси (рис. 3).

С изменением геометрической схемы или модели взаимодействия стержня и вектора силы изменится физическое состояние системы. Сила F_0 уже не вертикальна и раскладывается на горизонтальную F_H и вертикальную F_V составляющие и действует она не на вертикальный стержень, поэтому в точке приложения силы возникает внешний момент, а в сечениях стержня возникают поперечные силы и изгибающие моменты. Назовем такую систему *измененной погрешностями положений* или просто *измененной*, в частности измененной за счет погрешностей направлений.

Рассмотрим действие сил относительно точки D_0 (всех сил, расположенных по одну сторону от нижнего сечения стержня).

Сумма проекций всех сил на ось стержня покажет максимальную продольную силу N в измененной системе, которую можно сравнить с N_0 в проектной системе.

$$
\begin{array}{l}
N(q) = q\cos\Delta_{\varphi_1} \\
N(F_H) = F_H \sin\Delta_{\varphi_1} = F_0 \sin\Delta_{\varphi_1} \sin\Delta_{\varphi_2} \\
\underline{N(F_V) = F_V \cos\Delta_{\varphi_1} = F_0 \cos\Delta_{\varphi_1} \cos\Delta_{\varphi_2}} \\
\Sigma N = N = F_0 \cos(\Delta_{\varphi_2} - \Delta_{\varphi_1}) + q\cos\Delta_{\varphi_1}
\end{array}
\qquad (2)
$$

Как видим, продольная сила N в измененной системе оказывается меньше расчетной, следовательно, нормальные напряжения в сечениях, вызванные этой силой, будут меньше расчетных, и нет смысла искать допустимые погрешности положений связанные только с этой силой.

В измененной системе возникнут поперечные (перерезывающие) силы, которых в идеальной системе нет и она на них не рассчитывается. Произойдет приращение поперечных сил от нуля и возникнут так называемые касательные напряжения в сечениях стержня [2]. Наибольшее значение поперечной силы будет в нижнем сечении стержня. Чтобы найти это значение, запишем проекции всех сил на линию, перпендикулярную к оси стержня, и найдем их сумму.

$$
\begin{array}{l}
Q(q) = q\sin\Delta_{\varphi_1} \\
Q(F_H) = F_H \cos\Delta_{\varphi_1} = F_0 \cos\Delta_{\varphi_1} \sin\Delta_{\varphi_2} \\
\underline{Q(F_V) = F_V \sin\Delta_{\varphi_1} = F_0 \sin\Delta_{\varphi_1} \cos\Delta_{\varphi_2}} \\
\sum Q = \Delta Q = F_0 \sin(\Delta_{\varphi_1} + \Delta_{\varphi_2}) + q\sin\Delta_{\varphi_1}
\end{array}
\qquad (3)
$$

Синусы малых углов можно заменить самими углами, представленными в радианной мере. Тогда приращение (от нуля) поперечной силы будет

$$
\pm\Delta Q = \frac{1}{\rho}\left\{(F_0 + q)\Delta_{\varphi_1} + F_0\Delta_{\varphi_2}\right\} \qquad (4)
$$

При отклонении оси стержня и линии действия силы в другую сторону от вертикальной линии, изменится знак поперечной силы, поэтому при случайных погрешностях он может быть как плюс, так и минус.

Изгибающие моменты также возникнут в измененной системе (прирастут от нуля). Наибольший изгибающий момент будет в нижнем сечении стержня. Запишем изгибающие моменты сил относительно точки D_0 и найдем сумму этих моментов.

$$M(q_1) = q\frac{l}{2}\sin\Delta_{\varphi_1}$$

$$M(F_H) = F_H l\cos\Delta_{\varphi_1} = F_0 l\cos\Delta_{\varphi_1}\sin\Delta_{\varphi_2}$$

$$M(F_V) = F_V l\sin\Delta_{\varphi_1} = F_0 l\sin\Delta_{\varphi_1}\cos\Delta_{\varphi_2}$$

$$\sum M = \Delta M = F_0 l\sin(\Delta_{\varphi_1} + \Delta_{\varphi_2}) + \frac{ql}{2}\sin\Delta_{\varphi_1}$$

(5)

С учетом малости углов представим формулу (5) в виде

$$\pm\Delta M = \frac{l}{\rho}\left\{(F_0 + \frac{q}{2})\Delta_{\varphi_1} + F_0\Delta_{\varphi_2}\right\} \tag{6}$$

Приращения изгибающих моментов усилят нормальные напряжения в сечениях стержня.

Допустимые приращения поперечных сил и изгибающих моментов, нормальных и касательных напряжений в самых неблагоприятных сечениях стержня должны быть установлены, и они определят допустимые погрешности положений стержней.

Если погрешности положения носят случайный характер, то ось стержня и линия действия силы могут отклоняться от вертикальной линии в любую сторону. Предположим, что установка стержня в вертикальное положение и приложение вектора силы по направлению вертикальной линии производились достаточно большое количество раз. В результате для поперечной силы будем иметь n равенств вида (4), а для изгибающего момента n равенств вида (6), в которых считаем Δ_φ переменными величинами, а все остальные – постоянными. Возведя каждое из этих равенств в квадрат, затем, сложив их и разделив на n, получим на основании теории погрешностей измерений средние квадратические отклонения значений поперечной силы и изгибающего момента в результате погрешностей направлений элементов системы.

$$\delta_Q^2 = \frac{1}{\rho^2}\left\{(F_0 + q)^2\delta_{\varphi_1}^2 + F_0{}^2\delta_{\varphi_2}^2\right\}; \tag{7}$$

$$\delta_M^2 = \frac{l^2}{\rho^2}\left\{(F_0 + \frac{q}{2})^2\delta_{\varphi_1}^2 + F_0{}^2\delta_{\varphi_2}^2\right\}. \tag{8}$$

Примем, что $\delta_{\varphi_1} = \delta_{\varphi_2} = \delta_\varphi$, тогда будем иметь:

$$\delta_\varphi = \sqrt{\frac{\delta_Q^2}{\frac{1}{\rho^2}\left\{(F_0 + q)^2 + F_0{}^2\right\}}} \quad \text{или} \quad \delta_\varphi = \sqrt{\frac{\delta_M^2}{\frac{l^2}{\rho^2}\left\{(F + \frac{q}{2})^2 + F^2\right\}}}\,. \qquad (9)$$

Наибольшее воздействие на конструкцию оказывает изгибающий момент, поэтому в данной физической системе его приращение может быть определяющим при расчете погрешностей установки стержней.

Выводы. 1. Стержень, который передает нагрузку (нагружающий стержень) на несущий стержень, можно представить вектором силы.

2. В результате погрешностей установки нагружающего стержня имеем погрешности положения вектора силы; в результате погрешностей установки несущего стержня имеем погрешности положения несущего стержня.

3. Погрешности положения нагружающего и несущего стержней изменяют проектную модель системы взаимодействующих стержней и приводят к изменению сил и моментов, а, следовательно, к приращению напряжений в сечениях несущего стержня.

4. Приращения сил (в том числе моментов и напряжений) не должны выходить за пределы установленных допустимых значений. Это позволяет на основании взаимосвязи погрешностей положений и приращений сил найти допустимые значения погрешностей положений.

5. Исходя из допустимых погрешностей положений, можно рассчитать допустимые погрешности установки стержней.

Литература

1. Видуев Н.Г. Теория погрешностей положений / Н.Г.Видуев, Ю.К.Лященко. – К.: КИСИ, 1973. – 148 с.

2. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов / Г.С.Писаренко, В.А.Агарев, А.Л.Квитка, В.Г.Попков, Э.С.Уманский. – К.: Вища школа, 1979. – 696 с.

Анотація

Розглядаються теоретичні питання впливу похибок положень, зокрема похибок напрямів, на фізичний стан системи двох вертикальних взаємодіючих стрижнем.

Ключові слова: похибки положень, стрижні, вектор сили, прирости сил і моментів.

Abstract

We consider the theoretical questions about the impacts of the provisions of errors, particularly errors of areas on the physical condition of the interacting system of two vertical rods.

Keywords: error provision rods, the force vector, the increment of forces and moments.