УДК 534

І. І. Назаренко, проф.,
А. М. Шепелюк, аспірант

ВИЗНАЧЕННЯ ВИМУШЕНИХ ПОПЕРЕЧНИХ КОЛИВАНЬ ПУАНСОНІВ УСТАНОВОК ДЛЯ ВИРОБНИЦТВА БАГАТОПУСТОТНИХ ПЛИТ

Актуальність роботи. У практиці виробництва збірного залізобетону в Україні широке застосування отримали багатопустотні панелі, які призначені для несучої частини перекриття будівель і споруд. Пояснюється це тим, що існуючі віброустановки для виробництва панелей працюють в режимах, які не відповідають заданим технологіям, витрачають на робочий процес значну кількість енергії, мають низьку продуктивність і надійність збірних одиниць і деталей установок. Вирішення проблеми можливе на достатньо коректному врахуванні дійсних коливань не тільки установки, а і пустотоутворювачів.

Аналіз дослідження. На виробництво багатопустотних плит впливають режими роботи формувальної установки та динаміка розповсюдження хвиль в суміші, що ущільнюється, а також залежить від конструкції установки для формування [2]. При цьому потрібно враховувати вимушені поперечні коливання пустотоутворювачів, які є важливим елементом в загальній динамічній системі «вібромашина-форма-суміш-пустотоутворювач».

Методика та результати досліджень. Розглядаємо коливання пуансона, який знаходиться під дією періодичного навантаження, безперервного або тимчасового, при чому з віссю пуансона можуть бути зв'язані розподілені маси.

Допускаючи, що при коливаннях внутрішнє затухання буде лінійною функцією швидкості деформації волокон пуансона, а зовнішнє затухання пропорційно швидкості переміщення точок осі стержня, диференційне рівняння поперечних коливань пуансона, з урахуванням поправки від інерції повороту перетинів, можна записати у вигляді[1]:

$$EI\frac{d^4y}{dx^4}+\rho S\frac{d^2y}{dt^2}+\xi I\frac{d^5y}{dtdx^4}-\rho I\frac{d^4y}{dt^2dx^2}+\xi_\alpha\frac{dx}{dt}=F(x,t), \qquad (1)$$

де $y(x,t)$ - переміщення точки нейтральної вісі пуансона з абсцисою x;

S - площа поперечного перетину пуансона;

I - момент інерції поперечного перетину пуансона;

ρ - щільність ;

ξ - коефіцієнт, що характеризує внутрішнє затухання;

ξ_α - коефіцієнт, що характеризує зовнішнє затухання;

$F(x,t)$ - інтенсивність зовнішнього навантаження, що діє на пуансон.

Зазвичай зовнішнє затухання суттєвої ролі не грає і в подальшому приймаємо $\xi_\alpha=0$, причому всі перетворення та формули підходять для випадку, коли $\xi_\alpha\neq 0$.

Будемо вважати, що зовнішнє навантаження задане або у виді пульсуючої безперервно розподіленої по довжині пуансона від бетонної суміші.

$$q_1(x)\sin kt+q_2(x)\cos kt.$$

Рішення рівняння (1) приймається у вигляд:

$$y(x,t)=\varphi(x)\sin kt+\psi(x)\cos kt \qquad (2)$$

Якщо підставити $y(x,t)$ в рівняння (1) та ввести змінну $\eta=\dfrac{x}{l}$, де $F_1(p) = p^3\omega_2 + p(\omega_4 + b_2\omega_2) - \mu p(p^2 v_2 + v_4)$,

$F_2(p) = p^3 v_2 + p(v_4 + b_2 v_2) - \mu p(p^2\omega_2 + \omega_4)$.

Тоді для визначення φ та ψ отримаємо рівняння:

$$\left[\left(p^4 + b_2 p^2 - \beta^2\right)^2 + \mu^2 p^8\right]\varphi = \\ = \left(p^4 + b_2 p^2 - \beta^2\right)\left[f_1(\eta) + F_1(p)\right] + \mu p^4\left[f_2(\eta) + F_2(p)\right],$$

$$\left[\left(p^4 + b_2 p^2 - \beta^2\right)^2 + \mu^2 p^8\right]\psi = \\ = -\mu p^4\left[f_1(\eta) + F_1(p)\right] + \left(p^4 + b_2 p^2 - \beta^2\right)\left[f_2(\eta) + F_2(p)\right].$$

Корені характерного рівняння у відповідності із роботою[1]:

$$H(p) = \left(p^4 + b_2 p^2 - \beta^2\right)^2 + \mu^2 p^8 = 0, \tag{3}$$

Або рівнянь

$$H_1(p) = (1 + \mu i)p^4 + b_2 p^2 - \beta^2 = 0,\ H_2(p) = (1 - \mu i)p^4 + b_2 p^2 - \beta^2 = 0$$

В результаті отримаємо

$$p_1 = r - r_1 i,\ p_2 = s + s_1 i,\ p_3 = -(r - r_1 i),\ p_4 = -(s + s_1 i)$$
$$p_5 = r + r_1 i,\ p_6 = s - s_1 i,\ p_7 = -(r + r_1 i),\ p_8 = -(s - s_1 i). \tag{4}$$

При цьому в залежностях (4) $p_1 ... p_4$ корені першого рівняння, $p_5 ... p_8$ корені другого рівняння .

Значення r, r_1, s, s_1 будуть мати вигляд

$$r = \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 + \lambda_1^2} + \frac{\lambda}{2}},\quad r_1 = \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 + \lambda_1^2} - \frac{\lambda}{2}},$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\lambda'^2 + \lambda_1'^2} - \frac{\lambda'}{2}},\quad s_1 = \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\lambda'^2 + \lambda_1'^2} + \frac{\lambda'}{2}},$$

де $\lambda = \dfrac{-b_2 + c_1}{2(1 + \mu^2)}$, $\lambda_1 = \dfrac{-b_2\mu + c_2}{2(1 + \mu^2)}$, $\lambda' = \dfrac{b_2 + c_1}{2(1 + \mu^2)}$, $\lambda_1' = \dfrac{b_2\mu + c_2}{2(1 + \mu^2)}$

Для c_1 та c_2 маємо наступні вирази:

$$c_1 = \sqrt{\frac{1 + \mu^2}{2}\left\{\sqrt{\left(b_2^2 + 4\beta^2\right)^2 + 16\beta^4\mu^2} + b_2^2 + 4\beta^2\right\} - b_2^2\mu^2},$$
$$c_2 = \sqrt{\frac{1 + \mu^2}{2}\left\{\sqrt{\left(b_2^2 + 4\beta^2\right)^2 + 16\beta^4\mu^2} - b_2^2 + 4\beta^2\right\} + b_2^2\mu^2}. \tag{5}$$

Розглянемо випадок, коли на пуансон діє періодична сила в точці $\eta = \eta_1$, при цьому в цій точці є також зосереджена маса m_1.

В цьому випадку для функцій $f_1(\eta)$ та $f_2(\eta)$, приведених в роботі [1]: $f_1(\eta)=0$, $f_2(\eta)=0$ для $0\le\eta\le\eta_1$ та $\eta_1+\varepsilon_1\le\eta\le 1\left(\varepsilon_1=\dfrac{\sigma_1}{l}\right)$,

$$f_1(n)=\frac{\omega_1 l^4}{gEI}k^2\left[\varphi_1(\eta)+\Phi\right]+\frac{l^4}{EI}q_1,\quad f_2(n)=\frac{\omega_1 l^4}{gEI}k^2\left[\psi_1(\eta_1)+\Psi\right]+\frac{l^4}{EI}q_2$$

для $\eta_1\le\eta\le\eta_1+\varepsilon_1$.

У відсутності до виразів Φ і Ψ [1] для нашого випадку будемо мати:

$$\Phi(\eta)=-\int_{\eta_1}^{\eta_1+\varepsilon_1}\sum_{k=1}^{4}\frac{p_k\left[f_1(\eta)+f_2(\eta)i\right]}{4\left(p_k^2-2\beta^2\right)}e^{pk(\eta-t)}dt-\int_{\eta_1}^{\eta_1+\varepsilon_1}\sum_{k=5}^{8}\frac{p_k\left[f_1(\eta)+f_2(\eta)i\right]}{4\left(p_k^2-2\beta^2\right)}e^{pk(\eta-t)}dt,$$

$$\Psi(\eta)=-\int_{\eta_1}^{\eta_1+\varepsilon_1}\sum_{k=1}^{4}\frac{p_k\left[f_1(\eta)-f_2(\eta)i\right]}{4i\left(p_k^2-2\beta^2\right)}e^{pk(\eta-t)}dt+\int_{\eta_1}^{\eta_1+\varepsilon_1}\sum_{k=5}^{8}\frac{p_k\left[f_1(\eta)-if_2(\eta)\right]}{4i\left(p_k^2-2\beta^2\right)}e^{pk(\eta-t)}dt.$$

Переходячи до межі в припущенні, що $q_1\varepsilon_1 l\to Q_1, w_1\varepsilon_1 l\to W$ коли $\varepsilon_1\to 0$, отримаємо рішення системи у вигляді:

$\Phi=0$ для $0<\eta<\eta_1$,

$$\Phi(\eta-\eta_1)=-\alpha_1 shr(\eta-\eta_1)\cos r_1(\eta-\eta_1)+\beta_1 chr(\eta-\eta_1)\sin r_1(\eta-\eta_1)+$$
$$+\gamma_1 shs(\eta-\eta_1)\cos s_1(\eta-\eta_1)-\delta_1 chs(\eta-\eta_1)\sin s_1(\eta-\eta_1);$$

для $\eta_1\le\eta\le 1$.

$\Psi=0$ для $0\le\eta\le\eta_1$,

$$\Psi_1(\eta-\eta_1)=\beta_1 shr(\eta-\eta_1)\cos r_1(\eta-\eta_1)+\alpha_1 chr(\eta-\eta_1)\sin r_1(\eta-\eta_1)+$$
$$+\delta_1 shs(\eta-\eta_1)\cos s_1(\eta-\eta_1)+\gamma_1 chs(\eta-\eta_1)\sin s_1(\eta-\eta_1);$$

для $\eta_1\le\eta\le 1$.

де $\alpha_1=-\dfrac{2\beta^2}{K}\left\{\beta^2 m_1\left[\varphi_1(n_1)r+\psi(n_1)r_1\right]+\dfrac{l^3}{EI}(Q_1 r+Q_2 r_1)\right\}$,

$$\beta_1=-\frac{2\beta^2}{K}\left\{\beta^2 m_1\left[\varphi_1(n_1)r_1+\psi_1(n_1)r\right]+\frac{l^3}{EI}(Q_1 r_1-Q_2 r)\right\},$$

$$\gamma_1=\frac{2\beta^2}{K_1}\left\{\beta^2 m_1\left[\varphi_1(n_1)s+\psi_1(n_1)s_1\right]+\frac{l^3}{EI}(Q_1 s+Q_2 s_1)\right\},$$

$$\delta_1=\frac{2\beta^2}{K_1}\left\{\beta^2 m_1\left[\varphi_1(n_1)s_1+\psi_1(n_1)s\right]+\frac{l^3}{EI}(Q_1 s_1+Q_2 s)\right\},$$

При цьому $m_1=\dfrac{W_1}{A\gamma l}$, $K=4\beta^4-4b_2\beta^2\lambda+b_2^2\left(\lambda^2+\lambda_1^2\right)$,

$$K_1=4\beta^4+4b_2\beta^2\lambda_1+b_2^2\left(\lambda'^2+\lambda_1'^2\right).$$

Розглянемо випадок коли обидва кінця пуансона закріплені (умова II для $x=0$ та $x=l$). Без врахування внутрішнього затухання отримаємо найменше значення β_k, відповідне до критичної частоти для стану резонансу (із відповідного трансцендентного рівняння частоти), буде дорівнювати $\beta_k = 10{,}119$.

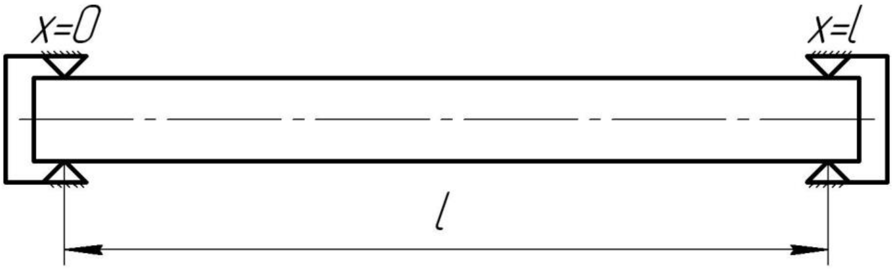

Рисунок 1. Схема закріплення пуансона.

Визначимо прогин пуансона у припущенні, що частота періодичної сили дорівнює критичній частоті. В цьому випадку:

$$\mu = \frac{k\xi}{E} = \frac{\beta_k \xi}{Ei^2}\sqrt{\frac{EI}{A\rho}} = \frac{10{,}119\cdot 5\cdot 10^8}{2\cdot 10^{12}\cdot 50^2}\sqrt{\frac{2\cdot 10^{12}}{12\cdot 7{,}8}} = 0{,}14792.$$

Якщо знехтувати інерцією повороту, маємо

$r = s_1 = 3{,}17027,\ \ r_1 = s = 0{,}11643.$

Отримаємо : $sh\frac{r}{2} = 2{,}33751,\ \ ch\frac{r}{2} = 2{,}54244,\ \ shr = 11{,}8863,\ \ chr = 11{,}9153,$

$$sh\frac{r_1}{2} = 0{,}058246,\ \ ch\frac{r_1}{2} = 1{,}00169,\ \ shr_1 = 0{,}11669,\ \ chr_1 = 1{,}00679.$$

Задовольняючи умовам II для першого кінця, отримаємо наступну систему рівнянь для визначення постійних (коефіцієнти логарифмічні).

$$-1{,}31823\acute{R} + 0{,}50394\hat{A} - 1{,}20318\acute{N} + 0{,}41479D = -0{,}62385f$$

$$0{,}50394\acute{R} + 1{,}31823\hat{A} + 0{,}41479\acute{N} + 1{,}20318D = 1{,}79753f$$

$$-1{,}93146\acute{R} + 1{,}21604\hat{A} - 1{,}81689\acute{N} + 1{,}09828D = -1{,}40613f$$

$$1{,}21604\acute{R} + 1{,}93146\hat{A} + 1{,}09828\acute{N} + 1{,}81689D = 0{,}58365f$$

де $f = \dfrac{Ql^3}{2\beta^2 EI}$.

Звідси для постійних величин A, B, C, D маємо значення:

$A = -0{,}33820f,\ \ B = -8{,}9426f,\ \ C = 0{,}80992f,\ \ D = 11{,}630f.$

Максимальна амплітуда A вимушених коливань для $\beta = \beta_k$ буде:

$$A = \sqrt{\varphi_1^2\left(\frac{1}{2}\right) + \psi_1^2\left(\frac{1}{2}\right)}$$

де $\varphi_1\left(\frac{1}{2}\right)$ та $\psi_1\left(\frac{1}{2}\right)$ мають значення: $\varphi_1\left(\frac{1}{2}\right) = -0{,}2223f$, $\psi_1\left(\frac{1}{2}\right) = -7{,}2791f$.

Отже $A = 0{,}035564\dfrac{Ql^3}{EI}$.

Відношення λ цієї амплітуди до відхилення y_0 від положення статистичної рівноваги під дією тільки сили Q буде ($y_0 = \dfrac{1}{192}\dfrac{Ql^3}{EI}$): $\lambda = \dfrac{A}{y_0} = 6{,}828$.

Висновки.

1. Наведено метод розрахунку поперечних коливань пуансона.
2. Для практичної реалізації результатів досліджень потребується уточнення кращих умов закріплення пуансонів та встановлення числових значень коефіцієнтів опору всіх складових елементів досліджуваної системи.

Література

1. Филиппов А. П. , «Вынужденные поперечные колебания стержней при учете затухания», Известия Академии наук СССР. VII серия. Отделение математических и естественных наук, 1935, № 4, 637–649
2. Назаренко І.І., Свідерський А.Т., Дєдов О.П., Шепелюк А.М. Огляд та оцінка конструктивних та технологічних параметрів установок для формування багатопустотних плит. «Техніка будівництва», вип.23, Київ, 2010, с.30-37.