

УДК 539.3

Погорелова О.С., канд. фіз.-мат. наук

Постнікова Т.Г., канд. техн. наук

Лук'янченко О.О., канд. техн. наук

ЧИСЕЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ВІБРОУДАРНОЇ СИСТЕМИ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ УДАРУ СИЛОЮ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ

Виконана чисельна оптимізація параметрів віброударної системи з використанням методу проєкції градієнта з корекцією нев'язки в обмеженнях. Приділено увагу питанню впливу параметрів, які характеризують зону контакту тіл, що співударяються, на характеристики коливального руху системи.

1. Постановка проблеми

При проектуванні віброударних систем велике значення має правильний вибір параметрів, оскільки від цього залежить ефективність їхньої роботи.

У будівельній механіці методи пошуку оптимальних параметрів (оптимізація) складають окрему область оптимального проектування. Основані вони найчастіше на ітераційних процесах, проміжним етапом яких є знаходження тих або інших характеристик конструкцій. Розроблені ефективні чисельні підходи до розв'язання проблем оптимізації в задачах будівельної механіки, що базуються на методах нелінійного програмування [1-4]. Вони засновані на покроковій мінімізації цільової функції на множині значень параметрів, які задовольняють лінійним та нелінійним обмеженням у вигляді рівностей та нерівностей. Цільова функція є критерієм якості конструкції. Одним з типових підходів є метод швидкісного спуску [2-4]. Напрямок кожного кроку оптимізації визначається градієнтом цільової функції з врахуванням існуючих обмежень. Градієнт є вектор, що направлений в бік збільшення цільової функції. Процес оптимізації відбувається за допомогою нормованого вектора, який направлений протилежно до градієнта в бік швидкісного спуску. Для прискорення спуску найбільш ефективним вважається метод золотого перерізу [4], що забезпечує локалізацію мінімуму в інтервалі заданої довжини за найменшу кількість кроків процесу оптимізації. Проте при наявності обмежень у вигляді рівностей та нерівностей метод швидкісного спуску із застосуванням методу золотого перерізу в немодифікованому вигляді застосовуватись не може.

В статті пропонується підхід до оптимізації параметрів віброударної системи з використанням методики оптимального проектування - методу проєкції градієнта з корекцією нев'язки в обмеженнях, що представлений у

роботах [1,5]. Метод проекції градієнта є модифікованим методом швидкісного спуску. Модифікація полягає у формуванні матриці, яка проектує вектор визначення напрямку пошуку оптимальної точки на підпростір сукупності існуючих активних обмежень і дозволяє визначити новий напрямок траєкторії мінімізації цільової функції. Ця матриця має назву «проектуюча» матриця. На її основі формується вектор, що дозволяє в процесі пошуку локального мінімуму по даному напрямку отримати додаткові оптимізаційні поправки для цільової функції та корегувати базис обмежень параметрів проектування. На кожному кроці мінімізації цільової функції виконується перевірка необхідних умов оптимальності Куна-Таккера [2,3] та критерію зупинки оптимізаційного процесу.

Запропонований підхід демонструється на прикладі дослідження коливального руху віброударної системи з двома степенями вільності, що зображена на рис. 1. Система складається із основного та приєднаного тіл.

Основне тіло – це лінійний осцилятор з масою m_1 , що характеризується жорсткістю k_1 і коефіцієнтом опору c_1 . Приєднане тіло з масою m_2 пов'язане з ним пружиною жорсткості k_2 з коефіцієнтом опору c_2 . За початок відліку прийняте положення, при якому відстань між тілами дорівнює D і обидві пружини є недеформованими. Переміщення першого тіла визначається координатою $x_1(t)$,

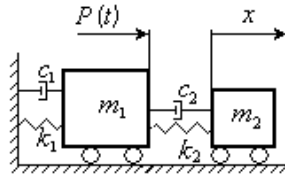


Рис. 1

другого – $x_2(t)$. Основне тіло знаходиться під дією зовнішнього навантаження $P(t)$. Припускається, що під час руху структура системи може змінюватися. Це відбувається внаслідок еволюції динамічних станів вібросистеми і виникнення між її елементами ударних контактів.

Рівняння руху системи мають наступний вигляд:

$$\ddot{x}_1 + 2\xi_1\omega_1\dot{x}_1 + \omega_1^2x_1 + 2\xi_2\omega_2\chi(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \omega_2^2\chi(x_1 - x_2 + D) = \frac{1}{m_1}(P(t) - F(t)) \quad (1)$$

$$\ddot{x}_2 + 2\xi_2\omega_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \omega_2^2(x_2 - x_1 - D) = \frac{1}{m_2}F(t),$$

де $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$, $\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$; $\xi_1 = \frac{c_1}{2m_1\omega_1}$, $\xi_2 = \frac{c_2}{2m_2\omega_2}$; $\chi = \frac{m_2}{m_1}$, $F(t)$ –

моделююча сила контактної взаємодії і діє лише під час удару (див. п.2). Параметри вібросистеми наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Параметри двомасової віброударної системи

Назва характеристики	Основне тіло	Приєднане тіло
Маса m_i , кг	1000.0	70.0
Парціальна частота коливань ω_i , рад/с	6.283185	5.646
Коефіцієнт демпфірування ξ_i	0.03629	0.2
Константи Герца, які залежать від геометрії контактуючих поверхонь A, B , 1/м	$A=1.0, B=1.0$	
$q (A/B)$	0.3180	
Коефіцієнт Пуассона μ_i	0.3	0.3
Модуль Юнга E_i , Н/м ²	$2.09934 \cdot 10^{11}$	$2.09934 \cdot 10^{11}$
Початкова відстань між тілами D , м	0.05	

Основними етапами розв'язання задачі оптимізації є побудова моделі віброударної системи та зовнішнього навантаження, реалізація процедури знаходження реакції системи на навантаження при фіксованому значенні параметрів конструкції, формування цільової функції та визначення накладених обмежень.

Критерієм оптимізації є цільова функція. Для розглянутої віброударної системи за цільову функцію прийнята амплітуда коливань основної маси $A_{\max}(\vec{b})$, де \vec{b} - вектор параметрів оптимального проектування. Така постановка задачі відповідає розгляданню приєднаної маси як ударного гасителя коливань основного тіла одnobічної дії. Задача оптимізації зводиться до визначення таких значень параметрів вектора $\vec{b}(m_2, \omega_2, \xi_2)$, де m_2, ω_2, ξ_2 - маса, парціальна частота та коефіцієнт демпфірування приєднаної маси, при яких амплітуда коливань основної маси $A_{\max}(\vec{b}) = A_{\max}(m_2, \omega_2, \xi_2)$ буде мінімальною. На кожному кроці процедури оптимізації обчислюється амплітуда коливань основної маси, що відповідає даним параметрам приєднаної маси, шляхом розв'язання задачі про усталені змушені коливання. Напрямок чергового оптимізаційного кроку визначається через обчислення градієнта цільової функції з урахуванням накладених обмежень. Параметри приєднаної маси вважаються оптимальними тоді, коли знайдений мінімум цільової функції.

Задача оптимізації розв'язується при обмеженнях, які накладаються на вектор параметрів приєднаної маси $\vec{b}(m_2, \omega_2, \xi_2)$, що оптимізуються, та

на цільову функцію, а саме на амплітуду коливань основної маси $A_{\max}(\bar{b})$. Ці обмеження записуються у вигляді системи нерівностей:

$$50 \text{ кг} \leq m_2 \leq 200 \text{ кг}$$

$$0.022 \leq \xi_2 \leq 0.25$$

$$4.47 \text{ рад/с} \leq \omega_2 \leq 5.0 \text{ рад/с}$$

$$0.0 \text{ м} \leq A_{\max}(\bar{b}) \leq 10 \text{ м}$$

При розв'язанні задачі оптимізації обчислення значень цільової функції при конкретних значеннях параметрів приєднаної маси виконуються за допомогою чисельного моделювання коливань віброударної системи. Режим усталених коливань моделюється при заданих значеннях зовнішнього навантаження та параметрів основної і приєднаної мас віброударної системи.

Таким чином, локальний мінімум амплітуди основної маси віброударної системи $A_{\max}(\bar{b})$ при відповідних оптимальних значеннях параметрів приєднаної маси $\bar{b}(m_2, \omega_2, \xi_2)$ визначається з масиву реалізації усталених коливань основної маси за допомогою чисельного методу проекції градієнта з корекцією нев'язки в обмеженнях.

2. Моделювання сили контактної взаємодії

Віброударні системи – це такі системи, в яких зіткнення та співударі елементів між собою відбуваються регулярно і є частиною технологічного процесу. Центральним питанням при розв'язанні задач руху віброударних систем є спосіб врахування удару. Для цього існує два варіанти. Перший варіант – в проміжках між ударами складаються рівняння руху системи, для яких в момент удару існують граничні умови для переміщень та швидкостей, в останні входить коефіцієнт відновлення. Цей спосіб розв'язання задачі віброударного руху достатньо розповсюджений, автори також його використовували і отримали низку результатів, наприклад [6,7]. Існує другий варіант – удар моделюється силою контактної взаємодії, яка виникає і діє лише в період удару. Цей підхід є більш загальним. Він суттєво спрощує ряд побудов розв'язків, наприклад, задачі про зовнішній удар о перешкоду і внутрішній удар між тілами системи в такій постановці не відрізняються. І, що дуже важливо, він дозволяє отримати єдину форму запису рівнянь руху на всій часовій осі разом з періодом удару та одержати закон зміни і величину контактної сили.

Сила контактної взаємодії між тілами, що співударяються, моделюється фундаментальним законом Герца, який описує удар між пружними тілами. Цей закон, не дивлячись на те, що він базується на певних ідеальних умовах, широко застосовувався в різних ситуаціях, пов'язаних з ударом. І на сьогодні закон Герца залишається найбільш поширеним принципом, який використовується для моделювання ударної поведінки.

Закон Герца встановлює, що для пружного удару тіл сила контактної взаємодії $F(t)$ має вигляд [8,9]:

$$F(t) = K\alpha(t)^{3/2}, \quad (2)$$

де $\alpha(t)$ - відносне зближення тіл, K - константа Герца:

$$K = \frac{4}{3} \cdot \frac{q}{(\delta_1 + \delta_2)\sqrt{A+B}}. \quad (3)$$

Тут q , A і B – табличні константи, які залежать від місцевої геометрії зони контакту, а

$$\delta_1 = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1 \pi}, \quad \delta_2 = \frac{1 - \mu_2^2}{E_2 \pi}, \quad (4)$$

де μ_i і E_i - коефіцієнти Пуассона і модулі Юнга для обох тіл (див.табл. 1).

3. Оптимізація параметрів віброударної системи

Оптимізуємо параметри приєднаного тіла віброударної системи, що зображена на рис. 1: масу m_2 , парціальну частоту коливань ω_2 і коефіцієнт демпфірування ξ_2 . Оптимізацію проводимо при гармонійному навантаженні $P(t) = P_e \cos \omega t$ з інтенсивністю $P_e = 2000$ Н та частотою $\omega = 6.0$ рад/с, що близька до парціальної частоти основної маси, тобто в області резонансу. Значення параметрів, що оптимізуються, приведені в таблиці 2.

Таблиця 2

Параметри приєднаного тіла до і після оптимізації

Назва характеристики	До оптимізації	Після оптимізації
Маса m_2 , кг	70.0	89.3
Парціальна частота коливань ω_2 , рад/с	5.646	5.976
Коефіцієнт демпфірування ξ_2	0.2000	0.2226

На рис.2 представлені амплітудно-частотні характеристики основного тіла віброударної системи в трьох випадках – основна маса рухається без приєднаного (тонка лінія), приєднана маса має параметри до оптимізації (середня лінія) і після оптимізації (товста лінія). Завдяки ударному гасителю з оптимальними параметрами амплітуда основного тіла на резонансній частоті зменшилася майже на 30%. Можна зробити висновок, що метод проєкції градієнта і розроблене

програмне забезпечення дозволяють визначати оптимальні параметри віброударної системи.

На рис. 3, а, б зображені закони руху тіл віброударної системи та залежність ударної сили (рис. 3, в, г) від часу до та після оптимізації. Товстою лінією зображені переміщення основного тіла, тонкою – приєднаного. Бачимо, що характер руху системи змінюється – рух стає двоударним, але

максимальна величина ударної сили не змінюється. Оскільки період удару є дуже малий, на рис. 3, д, е, ж зображені залежності контактної сили від часу лише за період удару у великому масштабі за часом.

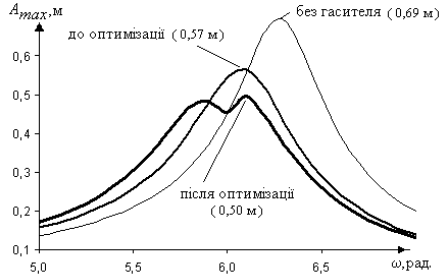


Рис. 2

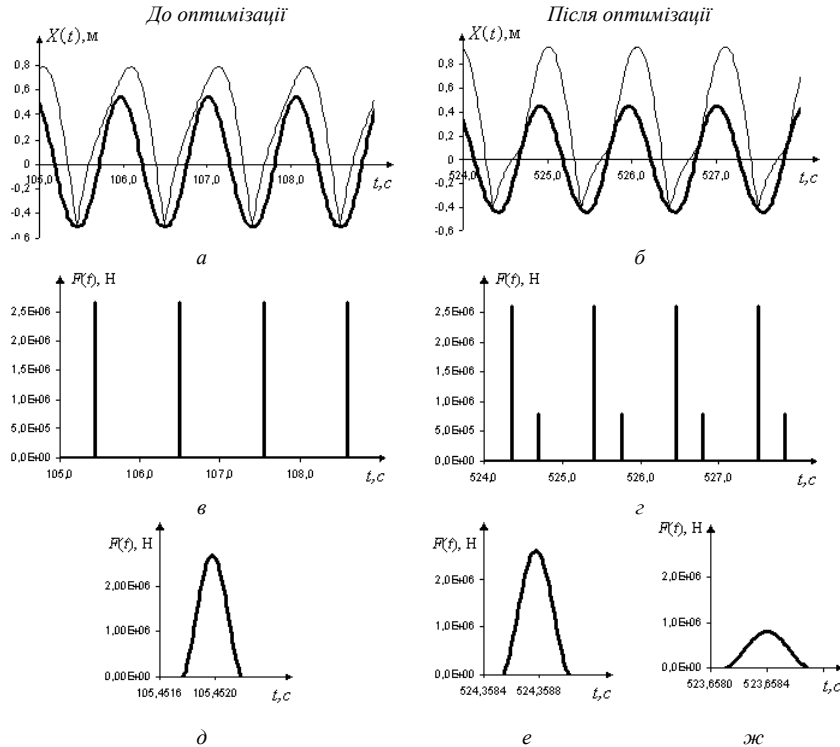


Рис. 3

4. Аналіз впливу інших параметрів віброударної системи на характеристики коливань основного тіла

Простежимо тепер вплив інших параметрів, що характеризують удар, на коливання основної маси. Як показали дослідження, значення величин, що входять у константу Герца – модулі пружності E_i і табличні константи A і B , які характеризують місцеву геометрію зони контакту, впливають на величину контактної сили і практично не змінюють амплітуду коливань основної маси. На рис. 4 показані графіки контактної сили за період удару для трьох різних матеріалів – для сталі, міді й алюмінію (передбачається, що в зоні контакту у основної і приєднаної мас однаковий матеріал і, відповідно, однакові модулі пружності E_i).

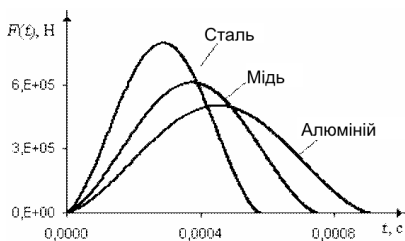


Рис. 4

У таблиці 3 приведені значення амплітуди основного тіла для цих матеріалів. Також приведені дані для каучуку, максимальна величина контактної сили для нього складає $4.69 \cdot 10^4$ Н. Модуль пружності для каучуку в 26000 разів менше, ніж сталі, контактна сила менше в 60 разів, а амплітуда основного тіла збільшилась лише в 1.14 разів! Усі результати отримані для оптимальних параметрів приєднаного тіла і при гармонійному зовнішньому навантаженні, яке описане вище.

Таблиця 3

Амплітуда коливань основного тіла для різних матеріалів

Назва матеріалу	Модуль Юнга E , Н/м ²	Амплітуда, м
Сталь	$2.09934 \cdot 10^{11}$	0,453678
Мідь	$1.11000 \cdot 10^{11}$	0,453605
Алюміній	$0.69000 \cdot 10^{11}$	0,453529
Каучук	$0.00008 \cdot 10^{11}$	0,518791

Аналогічні результати отримані при зміні констант A і B , що характеризують місцеву геометрію зони контакту. На рис. 5 приведені графіки контактної сили при різних значеннях A і B , у таблиці 4 наведені величини амплітуд основного тіла при різних A і B .

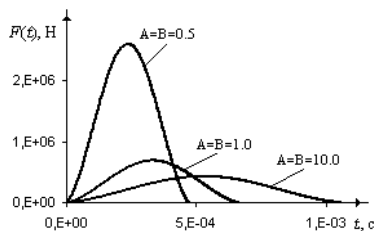


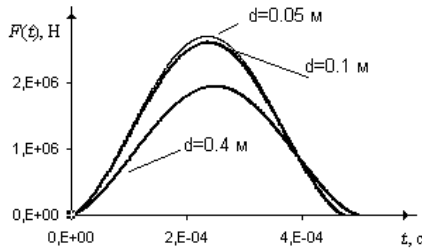
Рис. 5

Таблиця 4

Амплітуда коливань основного тіла в залежності від геометрії контактуючих поверхонь

A, 1/м	У, 1/м	Амплітуда, м
0.5	0.5	0,453678
1.0	1.0	0,453643
10.0	10.0	0,453444

Простежимо тепер, як впливає первісний зазор між тілами D на рух віброударної системи. Дослідження показують, що зі збільшенням D удар між тілами слабшає і контактна сила зменшується (рис.6).



З подальшим збільшенням D тіла перестають ударятися, амплітуда основного тіла

спочатку зменшується, а потім залишається незмінною – приєднане тіло стає динамічним безударним гасителем. Результати приведені в таблиці 5.

5. Висновки

Результати досліджень доводять, що:

1) метод проекції градієнта з корекцією нев'язки в обмеженнях і розроблене програмне забезпечення дозволяють визначити оптимальні параметри віброударної системи;

2) значення величин, які характеризують зону контакту, а саме модулі пружності і табличні константи, що описують місцеву геометрію зони контакту, впливають на величину контактної сили і практично не змінюють амплітуду коливань основної маси.

Таблиця 5

Амплітуда коливань основного тіла в залежності від початкової відстані між тілами

Початкова відстань між тілами D , м	Амплітуда, м
0.05	0,453678
0.1	0,509651
0.4	0,409748
0.5	0,200138
0.7	0,200138

1. Гуляев В.И., Баженов В.А., Кошкин В.Л. Методы оптимизации в строительной механике.-К.:УМК ВО, 1988.-192с.
2. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование.-М.:Мир,1983.-480с.
3. Рейтман М.И. Методы оптимального проектирования деформируемых тел.-М.:Наука, 1976.-267с.
4. Хог Э., Чой К., Комков В. Анализ чувствительности при проектировании конструкций. Пер. с англ. Под ред. Н.В. Баничука.-М.:Мир, 1988.-428с.
5. Лук'яненко О.О., Постнікова Т.Г. Оптимізація параметрів ударного гасителя коливань// Збірник наукових праць Міністерства Надзвичайних ситуацій, 2003 р. – сс. 23-28.
6. Дехтярюк Є.С., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г., Гончаренко С.М. Чисельні методи побудови амплітудно-частотних характеристик періодичних режимів коливань віброударних систем // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн.збірник - К.:КНУБА. 2002.-Вип.70.- С.69-80.
7. Дехтярюк Є.С., Погорелова О.С., Постнікова Т.Г., Гончаренко С.М. Аналіз усталених віброударних процесів в пружних системах при внутрішньому ударному контакті // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн.збірник - К.:КНУБА. 2003.-Вип.73.- сс.31-44.
8. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел.– М.: Стройиздат, 1965. –448 с.
9. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. –М.:Мир, 1989. –509 с.