

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЕКВІВАЛЕНТНИХ СХЕМ У АНАЛІЗІ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ РУХУ МЕХАНІЗМІВ ОБЕРТАННЯ

*М.Г. Діктерук, к.т.н., доцент;
Ю.В. Човнюк, к.т.н., професор МКА; (КНУБА, Київ)*

АННОТАЦІЯ. Проведений всебічний динамічний аналіз та оптимізація режимів руху механізмів обертання із застосуванням методу еквівалентних схем.

Ключові слова: метод, еквівалентна схема, динамічна оптимізація, режим руху, механізм обертання.

АННОТАЦИЯ. Проведен всесторонний динамический анализ и оптимизация режимов движения механизмов вращения при использовании метода эквивалентных схем.

Ключевые слова: метод, эквивалентная схема, динамическая оптимизация, режим движения, механизм вращения.

SUMMARY. The comprehensive dynamic analysis and optimization of the modes of motion of mechanisms of rotation with the help of method of equivalent charts is conducted.

Key words: method, equivalent chart, dynamic optimization, motion regime, mechanism of rotation.

Постановка проблеми.

У переважній більшості випадків кінематична схема механізму або машини, яка представляє собою певну сукупність механізмів, виявляється надто складною, призводить до не менш складного розрахунку, а у багатьох випадках робить його виконання неможливим. Це примушує спрощувати вихідні схеми шляхом виключення / усунення з них певного числа мас та ланцюгів, які їх з'єднують, скорочення числа сил, які навантажують даний об'єкт, і заміни дійсних мас об'єкта деякими умовними (або приведеними) масами, зв'язаними між собою ланцюгами, які теж мають деяку умовну жорсткість. Отримані таким чином спрощені схеми зазвичай називають еквівалентними, оскільки результати розрахунку по них повинні мало відрізнятися (або бути еквівалентними) від результатів, які могли бути отримані без прийнятих спрощень.

Однак для того, щоб результати розрахунку за еквівалентною схемою мало відрізнялися від дійсних, необхідно, по-перше, вірно побудувати еквівалентну схему, у якій число врахованих мас об'єкта було відповідним необхідній точності розрахунку, і, по-друге, розрахувати значення приведених параметрів, виходячи з певних правил.

Аналіз публікацій по темі дослідження.

У роботах [1-10] проведений глибокий і всебічний аналіз режимів руху різноманітних машин, зокрема, механізмів обертання методом еквівалентних схем. Проте авторам даної роботи невідомі дослідження, у яких би проводилась оптимізація режимів руху вказаних механізмів (пуску, гальмування, різкого гальмування, стопоріння тощо) за наявної еквівалентної схеми об'єкта вивчення. Саме останнє й складає зміст даної роботи.

Мета роботи полягає у встановленні основних закономірностей режимів руху механізмів обертання, аналізі останніх на основі методу еквівалентних схем та їхніх оптимізацій у процесах пуску/гальмування, різкого гальмування та стопоріння.

Виклад основного змісту дослідження.

На рис.1 подані еквівалентні схеми механізмів обертання при їх пуску і гальмуванні, стопорінні, різкому гальмуванні.

Зокрема, на рис.1,*a* показана еквівалентна схема механізму обертання при пуску і гальмуванні. Тут I_1 - приведений момент інерції приводу механізму, I_2 - момент інерції поворотної частини машини (крана); M_p - приведений крутний момент приводу, який рівний $M_{\text{надл}}+M_{\text{оп}}$, де $M_{\text{оп}}$ - момент опору обертанню поворотної частини, $M_{\text{надл}}$ - надлишковий момент; φ_1, φ_2 - неза-

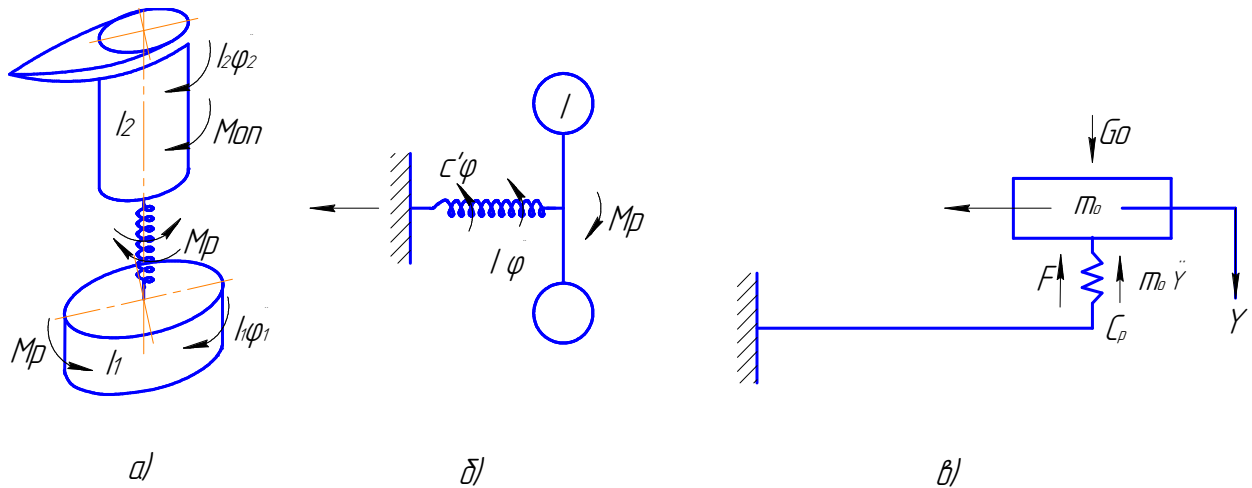


Рис.1. Еквівалентна схема механізму обертання: а – при пуску і гальмуванні, б – при стопорінні; в – при різкому гальмуванні

лежні переміщення мас приводу і поворотної частини, обумовлені пружною деформацією елементів системи, яка обертається; $I_1 \ddot{\varphi}_1$ та $I_2 \ddot{\varphi}_2$ - моменти від сил інерції, прикладені до відповідних мас.

Використовуючи принцип Даламбера, отримаємо наступні рівняння динаміки для даної системи:

$$\begin{cases} I_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + C' \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = M_{над} + M_{он}; \\ I_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 - C' \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = -M_{он}, \end{cases} \quad (1)$$

де C' - крутна жорсткість.

Отримана система рівнянь може бути зведена до одного рівняння відносно $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$:

$$\ddot{\varphi} + \kappa^2 \varphi = \frac{M_{надл} + M_{он}}{I_1} + \frac{M_{он}}{I_2}, \quad (2)$$

$$\text{де } \kappa = \sqrt{\frac{C'(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2}}.$$

Кінцева залежність, що визначає динамічний момент M_F , діючий на обертальну частину системи:

$$M_F = \frac{I_2 \cdot M_{надл}}{I_1 + I_2} \cdot (1 - \cos \kappa t) + M_{он}, \quad (3)$$

а максимальне значення моменту при $\cos \kappa t = -1$ набуває значення:

$$M_{F_{MAX}} = \frac{2I_2 \cdot M_{надл}}{I_1 + I_2} + M_{он}. \quad (4)$$

Величиною $\varepsilon = \frac{M_{надл}}{I_1 + I_2}$ визначається ку-

тове прискорення системи.

Визначимо закон $\varphi(t)$, за якого виконується критерій:

$$\int_0^{t_p} \phi^2(t) dt \Rightarrow \min, \quad (5)$$

де t_p - тривалість перехідного процесу в системі (розгону). Використовуючи рівняння (2) можна встановити, що (5) трансформується як

$$\int_0^{t_p} \left[\frac{M_{надл} + M_{он}}{I_1} + \frac{M_{он}}{I_2} - \ddot{\varphi} \right]^2 dt \Rightarrow \min. \quad (6)$$

Для (6) рівняння Ейлера-Пуассона набуває вигляду

$$\varphi^{(IV)} = 0. \quad (7)$$

За початкових умов

$$\begin{aligned} \varphi|_{t=0} = \dot{\varphi}|_{t=0} = \ddot{\varphi}|_{t=0} = 0, \\ \ddot{\varphi}|_{t=0} = \frac{M_{надл} + M_{он}}{I_1} + \frac{M_{он}}{I_2}, \end{aligned} \quad (8)$$

де $M_{надл}$ і $M_{он}$ вваємо постійними величинами, розв'язок (7) має вид:

$$\varphi(t) = \frac{1}{2} \left[\frac{M_{надл} + M_{он}}{I_1} + \frac{M_{он}}{I_2} \right] \times t^2. \quad (9)$$

Отже, за такого закону $\varphi(t)$ на інтервалі часу $t \in [0, t_p]$ кут $|\varphi|$ приймаємо мінімальне значення.

Еквівалентні схеми різних систем для режимів пуску (розгону) і робочого гальмування відрізняються лише напрямком моментів чи сил, прикладених до ведучого (гальмуючого) елемента системи. Виключенням є режими різкого гальмування та стопоріння, які супроводжуються ударом.

Слід також зазначити наступне. За умови

$$t_p > \frac{\pi}{\kappa}, \quad (10)$$

M_{Fmax} прийме своє найбільше значення у кінці розгону при $t=t_p$:

$$M_{Fmax} = M_{Fmax}^* = \frac{1}{2} C' \cdot \left[\frac{M_{надл} + M_{оп}}{I_1} + \frac{M_{оп}}{I_2} \right] \cdot t_p^2, \quad (11)$$

яке буде меншим за M_{Fmax} з (7) на величину

$$\Delta M = M_{Fmax} - M_{Fmax}^* = \frac{2I_2 \cdot M_{надл}}{I_1 + I_2} + M_{оп} - \frac{1}{2} C' \cdot \left[\frac{M_{надл} + M_{оп}}{I_1} + \frac{M_{оп}}{I_2} \right] \cdot t_p^2. \quad (12)$$

Розглянемо далі процес робочого гальмування механізму обертання (рис.1, а), замінюючи у схемі вказаного рисунку рушійний момент M_r гальмівним моментом M_g , спрямованим у сторону моменту опору $M_{оп}$, і приймаючи кут скручення пружного ланцюга:

$$\tilde{\varphi} = -(\varphi_2 - \varphi_1) = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (13)$$

Диференціальні рівняння руху такої системи мають вид:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 - C'(\varphi_2 - \varphi_1) = -M_g; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 + C'(\varphi_2 - \varphi_1) = -M_{оп}. \end{cases} \quad (14)$$

Після перетворень, аналогічних попереднім, отримаємо:

$$I_1 I_2 (\ddot{\varphi}_2 - \ddot{\varphi}_1) + C'(I_1 + I_2)(\varphi_2 - \varphi_1) =$$

$$= I_2 M_2 - I_1 M_{оп},$$

звідки:

$$\begin{aligned} \ddot{\Psi} + \kappa^2 \Psi &= \frac{M_g}{I_1} - \frac{M_{оп}}{I_2}, \\ \Psi &= \varphi_2 - \varphi_1. \end{aligned} \quad (16)$$

Розв'язок рівняння (16) без правої частини має буде

$$\Psi_0 = C_1 \sin \kappa t + C_2 \cos \kappa t. \quad (17)$$

Частинний розв'язок $\overline{\overline{\Psi}} = A$. Тоді $\overline{\overline{\overline{\Psi}}} = 0$.

Підставляючи значення $\overline{\overline{\Psi}}$ й $\overline{\overline{\overline{\Psi}}}$ у рівняння (16), отримаємо

$$\kappa^2 \cdot A = \frac{M_g}{I_1} - \frac{M_{оп}}{I_2}, \quad (18)$$

звідки

$$\begin{aligned} A &= \frac{M_r}{I_1 \kappa^2} - \frac{M_{оп}}{I_2 \kappa^2} = \\ &= \frac{I_2 M_r}{C'(I_1 + I_2)} - \frac{I_1 M_{оп}}{C'(I_1 + I_2)} \end{aligned} \quad (19)$$

або після перетворень:

$$A = \frac{I_2 \cdot (M_g + M_{оп})}{C' \cdot (I_1 + I_2)} - \frac{M_{оп}}{C'}. \quad (20)$$

Загальний розв'язок рівняння (16) має вид:

$$\Psi = \Psi_0 + \overline{\overline{\Psi}};$$

$$\Psi = C_1 \sin \kappa t + C_2 \cos \kappa t +$$

$$+ \frac{I_2 (M_r + M_{оп})}{C' \cdot (I_1 + I_2)} - \frac{M_{оп}}{C'}. \quad (21)$$

Для початкових умов при $t=0$ $\Psi = M_{оп} / C'$ для (21) отримаємо:

$$\Psi = \frac{I_2 \cdot (M_g + M_{оп})}{C' \cdot (I_1 + I_2)} \cdot (1 - \cos \kappa t) - \frac{M_{оп}}{C'}. \quad (22)$$

Помножимо величину Ψ на кутову жорсткість C' пружного ланцюга, тоді знайдемо діюче на цей ланцюг динамічне навантаження:

$$M_F = \frac{I_2 \cdot (M_g + M_{оп})}{(I_1 + I_2)} \cdot (1 - \cos \kappa t) - M_{оп}. \quad (23)$$

Максимальне значення моменту M_F має при $\cos \kappa t = -1$. При цьому

$$M_{Fmax} = \frac{2I_2 (M_g + M_{оп})}{I_1 + I_2} - M_{оп}. \quad (24)$$

Визначимо закон $\Psi(t)$, за якого виконується критерій:

$$\int_0^{t_r} \Psi^2(t) dt \Rightarrow \min, \quad (25)$$

де t_r - тривалість процесу гальмування.

З рівняння (16) можна знайти $\Psi(t)$ і підставити у критерій якості руху (25). Тоді матимемо:

$$\int_0^{t_r} \left\{ \frac{M_r}{I_1} - \frac{M_{on}}{I_2} - \ddot{\Psi} \right\}^2 dt \Rightarrow \min. \quad (26)$$

Для (26) рівняння Ейлера-Пуассона набуває вигляду:

$$\Psi^{(IV)} = 0. \quad (27)$$

За початкових умов

$$\Psi|_{t=0} = \frac{M_{on}}{C'}; \quad \dot{\Psi}|_{t=0} = 0;$$

$$\ddot{\Psi}|_{t=0} = \frac{M_z}{I_1} - \frac{M_{on}}{I_2} - \kappa^2 \times \frac{M_{on}}{C'}; \quad \ddot{\Psi}|_{t=0} = 0, \quad (28)$$

розв'язок (27) має вид

$$\Psi(t) = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{M_z}{I_1} - \frac{M_{on}}{I_2} - \frac{2M_{on}}{I_2} \right] \cdot t^2 + \frac{M_{on}}{C'}. \quad (29)$$

При $t_r > \frac{\pi}{\kappa}$ максимальне динамічне навантаження ланцюга складе

$$M_{Fmax}^* = \frac{C'}{2} \cdot t_r^2 \cdot \left[\frac{M_r - M_{on}}{I_1} - \frac{2M_{on}}{I_2} \right] + M_{on} \quad (30)$$

Еквівалентну схему для розрахунку динамічних навантажень, які виникають при стопорінні механізмів, можна подати у вигляді одномасової системи із закріпленням пружним ланцюгом (рис.1,б). Застосовуючи принцип Даламбера, неважко впевнитись, що рух такої системи описується диференціальним рівнянням:

$$I \ddot{\varphi} + C' \varphi = M_p \quad (31)$$

або

$$\ddot{\varphi} + \bar{\kappa}^2 \varphi = M_p / I, \quad (32)$$

де $\bar{\kappa}^2 = \sqrt{C' / I}$.

Інтегруючи останнє рівняння для початкових умов, при $t=0$, $\varphi = M_p / C'$, $\dot{\varphi} = \omega$, отримаємо:

$$\varphi = \frac{\omega}{\bar{\kappa}} \sin \bar{\kappa} t + \frac{M_p}{C'}. \quad (33)$$

Відповідне динамічне навантаження (момент від сил пружності) визначається як

добуток пружної деформації φ механізму на його кутову жорсткість C' , тобто

$$M_F = \frac{C' \omega}{\bar{\kappa}} \times \sin \bar{\kappa} t + M_p$$

або

$$M_F = \omega \sqrt{C' I} \times \sin \bar{\kappa} t + M_p. \quad (34)$$

Максимальне динамічне навантаження у цьому випадку складе

$$M_{Fmax} = \omega \sqrt{C' I} + M_p, \quad (35)$$

де I - сумарний приведенний момент інерції всіх рухомих частин приводу, розміщених між двигуном і виконавчим органом; M_p - момент, створений двигуном.

Якщо у приводі встановлена запобіжна муфта, то при її спрацюванні розрахункова залежність (35) залишається тією ж, але значення I при цьому дорівнює сумарному приведенному моменту інерції тільки тих елементів приводу, які розміщені між частиною (веденою) муфти та виконавчим органом механізму, а значення M_p дорівнює моменту, при якому муфта проковзує.

Формули (34), (35) можна також використовувати для визначення динамічних навантажень у разі різкого гальмування механізму. Для цього замість M_p слід підставити статичний момент від сил опору (вантаж), а при поступальному русі маси m_0 (рис.1,в) – статичну величину навантаження (вага G_0); у останньому випадку динамічна сила F визначається за формулою

$$F = \frac{C_0 \vartheta}{\beta} \cdot \sin \beta t + G_0, \quad (36)$$

де $\beta = \sqrt{C_0 / m_0}$; ϑ - швидкість підйому вантажу.

Розглянемо оптимальний режим руху механізму (рис.1, б), за якого виконується критерій

$$\int_0^{t_p^*} \varphi^2 dt \Rightarrow \min, \quad (37)$$

де t_p^* - тривалість процесу стопоріння механізму обертання. Враховуючи (32), критерій (37), можна подати таким чином:

$$\int_0^{t_p^*} \left[\frac{M_p}{I} - \ddot{\varphi} \right]^2 dt \Rightarrow \min. \quad (38)$$

Рівняння Ейлера-Пуассона для (38) буде

$$\varphi^{(IV)} = 0. \quad (39)$$

Знайдемо його розв'язок за наступних початкових умов:

$$\begin{aligned} \varphi|_{t=0} &= \frac{M_P}{c'}; & \dot{\varphi}|_{t=0} &= \omega; \\ \ddot{\varphi}|_{t=0} &= \frac{M_P}{I} - \tilde{\kappa}^2 \cdot \frac{M_P}{c'}; & \dddot{\varphi}|_{t=0} &= 0. \end{aligned} \quad (40)$$

Тоді матимемо

$$\varphi(t) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{M_P}{I} - \tilde{\kappa}^2 \cdot \frac{M_P}{c'} \right\} t^2 + \omega t + \frac{M_P}{c'}. \quad (41)$$

Максимальне динамічне навантаження (момент від сил пружності) для закону руху (41) настає у момент часу $t = t_p^*$ і складає:

$$\begin{aligned} M_{F_{\max}}^* &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{c' M_P}{I} - \tilde{\kappa}^2 \cdot M_P \right\} \cdot \\ &\cdot (t_p^*)^2 + \omega t_p^* + M_P \end{aligned} \quad (42)$$

Далі наведений приклад динамічних розрахунків.

Приклад. Вибрати двигун механізму підйому крана з електроприводом.

Дані. Вантажопідйомність крана $Q = 7,5m$ (при цьому вантажопідйомна сила Q' складає 73500Н); маса рухомих частин (вантаж), які рухаються поступально, $m = 7500kg$; швидкість підйому вантажу $v_{вант} = 0,2m/s$; передавальне число механізму $i = 60$; кратність поліспаста $a_n = 4$; загальний ККД (з урахуванням ККД поліспаста) $\eta = 0,8$; радіус барабана лебідки $R_s = 200mm = 0,2m$; режим експлуатації крана – середній (ПВ=25%).

Порядок розрахунку наступний.

Розв'язок. 1. Визначаємо необхідну статичну потужність двигуна:

$$\begin{aligned} N_c &= \frac{Q' \cdot v}{1000\eta} = \frac{73500 \cdot 0,2}{1000 \cdot 0,8} = \\ &= 18,375kВт \approx 18,4kВт. \end{aligned}$$

За каталогом електродвигунів обираємо трифазний двигун МТК-42-8, номінальна потужність якого $N_n = 19,5kВт$; частота обертання $n_g = 667 \frac{об}{хв} = 69,85 \frac{рад}{с}$;

$$K_n = \frac{M_{n.д.}}{M_H} = 2,8; \text{ момент інерції ротора}$$

$$I_{рот} = 1кг \cdot м^2.$$

Підбираємо для вала двигуна пружну з'єднувальну муфту із зовнішнім діаметром 400мм = 0,4м; для неї момент інерції $I_m = 2,55кг \cdot м^2$.

2. Знаходимо статичний момент опору, приведений до вала двигуна

$$\begin{aligned} M_{ст.д.} &= \frac{Q' \cdot R_6}{i \cdot a_n \cdot \eta} = \frac{73500 \cdot 0,2}{60 \cdot 4 \cdot 0,8} = \\ &= 76,56Н \cdot м \approx 77Н \cdot м. \end{aligned}$$

3. Визначаємо сумарний момент інерції механізму і вантажу, приведений до вала двигуна:

$$\begin{aligned} I'_{пр.д.} &= \delta \cdot (I_{рот} + I_m) + \frac{m \cdot R_6^2}{i^2 \cdot a_n^2 \cdot \eta} = \\ &= 1,2 \cdot (1 + 2,55) + \frac{7500 \cdot 0,2^2}{60^2 \cdot 4^2 \cdot 0,8} = \\ &= 4,26 + 0,0065 \approx 4,27Н \cdot м. \end{aligned}$$

4. Розраховуємо надлишковий момент, приведений до вала двигуна,

приймаючи $t_p = 1с$:

$$\begin{aligned} M_{надл.д.} &= I'_{пр.д.} \cdot \frac{0,105 \cdot n_d}{t_p} = \\ &= 4,27 \frac{0,105 \cdot 667}{1} = 299Н \cdot м. \end{aligned}$$

5. Визначаємо пусковий момент на валу двигуна

$$\begin{aligned} M_{п.д.} &= M_{надл.д.} + M_{ст.д.} = \\ &= 299 + 77 = 376Н \cdot м. \end{aligned}$$

6. Перевіряємо обраний двигун на перевантаження за повним пусковим моментом. Для цього знаходимо номінальний момент

$$\begin{aligned} M_H &= \frac{9550 \cdot N_n}{n_d} = \frac{9550 \cdot 19,5}{667} = \\ &= 279,2Н \cdot м \approx 279Н \cdot м. \end{aligned}$$

При отриманому номінальному моменті коефіцієнт перевантаження для даного дви-

гуна $K_n = \frac{M_{п.д.}}{M_H} = \frac{376}{279} = 1,347 \approx 1,35$, що є допустимим.

Висновки

1. Встановлені основні закономірності режимів руху механізмів обертання та здійснена їх оптимізація, що дозволяє суттєво знизити динамічні навантаження у ланцюгах вказаних механізмів.
2. Застосування методу еквівалентних схем до механізмів обертання при їх пуску(гальмуванні),при стопорінні, при різкому гальмуванні дозволяє суттєво вдосконалити і уточнити існуючі інженерні методи розрахунку подібних систем. Для кількох типових механізмів обертання машин (зокрема, вантажопідйомних кранів) проведені відповідні розрахунки.

Література

1. *Волков Д.П., Крайнев А.Ф.* Трансмиссии строительных и дорожных машин. Справочник – М.: Машиностроение, 1974. – 424с.
2. *Волков Д.П.* Динамика и прочность одноковшовых экскаваторов. – М.: Машиностроение, 1965. – 464с.
3. *Воцнин А.И., Савин И.Ф.* Гидравлические и пневматические устройства строительных и дорожных машин. – М.: Машиностроение, 1965. – 452с.
4. *Гоберман Л.А.* Прикладная механика колёсных машин – М.: Машиностроение, 1974.- 312с.
5. *Гречин Н.К., Васильченко В.А.* Гидравлическое оборудование строительных и дорожных машин за рубежом. – М.: ЦНИИТЭСтроймаш, 1974. – 86с.
6. *Комаров М.С.* Динамика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1969. – 296с.
7. *Малиновский Е.Ю., Гайцгорн М.М.* Динамика самоходных машин с шарнирной рамой. Колебания и устойчивость движения. – М.: Машиностроение, 1974. – 176с.
8. *Одноковшье экскаваторы и самоходные краны с гидравлическим приводом* Л.И. Беркман, А.А. Буланов, А.В. Ранев и др./ Под ред. Л.И. Беркмана. – М.: Машиностроение, 1971. – 304с.
9. *Холодов А.М.* Основы динамики землеройно-транспортных машин. – М.: Машиностроение, 1968. – 156с.
10. *Гоберман Л.А., Степанян К.В., Яркин А.А., Заленский В.С.* Теория, конструкция и расчёт строительных и дорожных машин. – М.: Машиностроение, 1979. – 407с.

Рецензент: В.С. Ловейкін, д-р т.н., проф.
(КНУБА, Київ)

Отримано: 01.10.2010 р.