

УДК 539.3

к.т.н. Левківський Д.В., Янсонс М.О.,
Київський національний університет будівництва і архітектури

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПРОЕКЦІЙНОГО МЕТОДУ В ЗАДАЧІ ЗГИНУ БАЛКИ

Розглянуто проєкційний метод Бубнова-Гальоркіна-Петрова для зниження вимірності диференціальних рівнянь осі зігнутої балки. Для цього використовуються локальні базисні функції. Всі математичні перетворення виконуються у індексній формі. Проведено дослідження збіжності чисельних результатів з точним розв'язком при різному кроці розбиття для шарнірної балки, навантаженої рівномірно-розподіленим навантаженням. Визначено оптимальний крок розбиття для запропонованого проєкційного методу.

Ключові слова: проєкційний метод, базисні функції, згин балки, метод початкових параметрів.

Для розв'язання задач опору матеріалів, теорії пружності використовуються комбіновані аналітично-чисельні методи (МСЕ, варіаційні, різницеві, проєкційні методи та ін.). Дані методи в певних модифікаціях використовують для зниження вимірності вихідних диференціальних рівнянь алгоритми, побудовані на проєкційних співвідношеннях.

Проєкційні методи поділяються на окремі напрямки в залежності від вибору базисних функцій та граничних умов: метод Рітца, Бубнова-Гальоркіна, метод найменших квадратів, метод Гальоркіна-Петрова та ін.

Великі перспективи для впровадження має проєкційний метод Гальоркіна-Петрова, який ще називають методом поділу областей. Це пов'язано з вибором базисних функцій, які приймаються локально на кожній суміжній ділянці розбиття.

У даній роботі запропоновано використовувати найпростіші базисні кусково-лінійні функції (які часто називають функціями кришками), зображені на рис. 1.

Множина таких функцій створює косокутну базисну систему. При використанні якої виникають певні особливості, пов'язані з записом редукованих рівнянь та граничних умов. Ці особливості були описані в роботах [1-4], в них в комбінації з проєкційним методом для розв'язання редукованих диференціальних рівнянь використовувався метод дискретної ортогоналізації С.К.Годунова. Тому складно робити висновки про точність саме проєкційного методу та доцільність вибору запропонованих функцій.

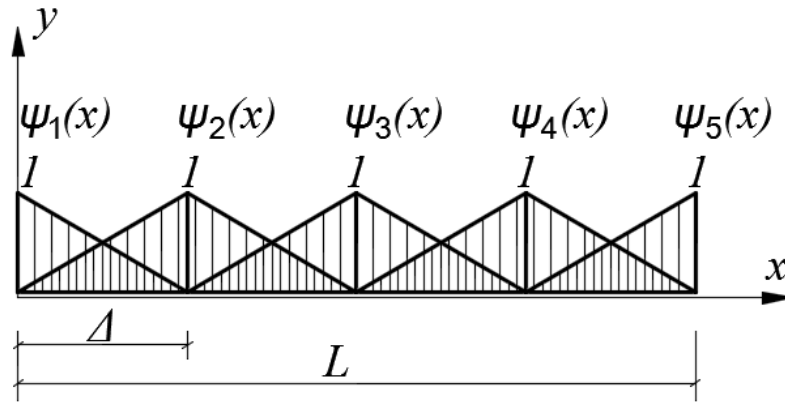


Рис.1. Базисні функції

Для дослідження точності проєкційного методу розглянемо кластичну задачу згину балки, зображену на рис. 2.

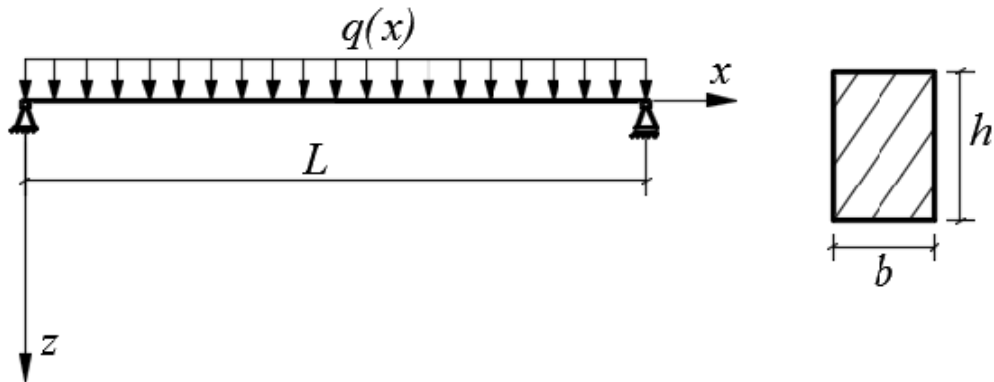


Рис.2. Балка на двох опорах

Рівняння, що описують згин центральної осі балки мають вигляд (1):

$$\begin{cases} \frac{dW}{dx} = \varphi \\ \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{M}{EI_y} \\ \frac{dQ}{dx} = -q \\ \frac{dM}{dx} = Q \end{cases} \quad (1)$$

У рівняннях для зручності математичних обчислень проводимо заміну $\varphi^* = EI_y \cdot \varphi$, $W^* = EI_y \cdot W$, при цьому функції переміщень та зусиль мають один порядок.

Зниження вимірності будемо виконувати по одній просторовій координаті - x . Система диференціальних рівнянь зводиться до системи алгебраїчних рівнянь, тому систему рівнянь (1) зручно записати у вигляді (2):

$$\begin{cases} \frac{dW^*}{dx} - \varphi^* = 0 \\ \frac{d\varphi^*}{dx} + M = 0 \\ \frac{dQ}{dx} = -q \\ \frac{dM}{dx} - Q = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Граничні умови представляються в загальному вигляді, використовуючи пружини певної жорсткості. Такий підхід дозволяє задати жорстке защемлення, шарнір, вільний край, осадку опори або певні проміжні граничні умови (рис.3).

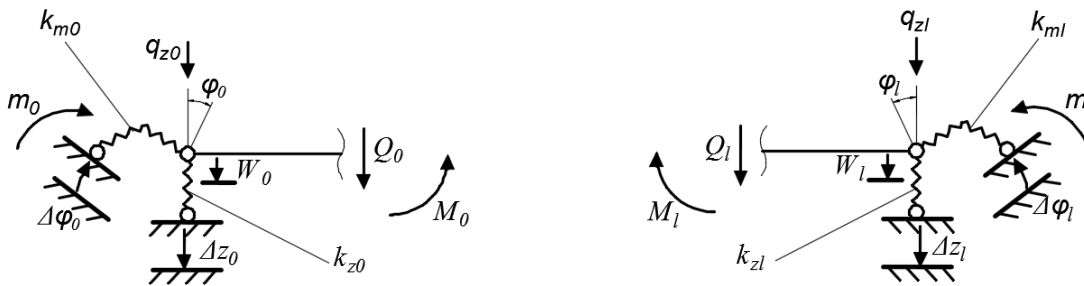


Рис.3. Граничні умови

Проектуючи записані граничні умови на вертикальну та горизонтальну осі, отримаємо рівняння (3):

$$\begin{aligned} Q^0 &= -q_z^0 + k_{z0} \cdot W_0 - k_{z0} \cdot \Delta z_0 \\ Q^l &= q_z^l - k_{zl} \cdot W_l + k_{zl} \cdot \Delta z_l \\ M^0 &= -k_{M0} \cdot \varphi_0 + k_{M0} \cdot \Delta \varphi_0 + m_0 \\ M^l &= -k_{Ml} \cdot \varphi_l + k_{Ml} \cdot \Delta \varphi_l + m_l \end{aligned} \quad (3)$$

Для зниження вимірності, будь-яка функція системи (2) записується у вигляді лінійної комбінації $f(x) = \psi_j(x) \cdot f^j$, а нев'язка розв'язку скалярно множиться на основну базисну систему $\psi_i(x)$.

$$\frac{d(W^{*j}\psi_j(x))}{dx} - \varphi^{*j}\psi_j(x) = 0 \quad |\cdot\psi_i(x)$$

$$W^{*j} \cdot \int_0^l \frac{d\psi_i(x)}{dx} \psi_j(x) dx - \varphi^j \int \psi_i(x)\psi_j(x) dx =$$

$$= b_{ij} \cdot W^{*j} - g_{ij} \varphi^{*j}$$

$$\frac{d(\varphi^{*j}\psi_j(x))}{dx} + M^j\psi_j(x) = 0 \quad |\cdot\psi_i(x)$$

$$\varphi^{*j} \cdot \int_0^l \psi_i(x) \frac{d\psi_j(x)}{dx} dx + M^j \cdot \int_0^l \psi_i(x) \cdot \psi_j(x) dx = 0, \quad b_{ij} \varphi^{*j} + g_{ij} M^j = 0$$

Базисні функції не задовольняють граничним умовам, тому інтегрування зусиль виконується інтегруванням частинами:

$$\frac{dQ}{dx} = -q; \quad |\cdot\psi_i(x)$$

$$\int_0^l \frac{dQ}{dx} \psi_i(x) dx = -q_i$$

$$\int_0^l \frac{dQ}{dx} \psi_i(x) dx = \left| \begin{array}{l} \psi_i(x) = U \\ dU = \psi'_i(x) dx \\ dQ = dU \\ U = Q \end{array} \right| = Q \cdot \psi_i(x) \Big|_0^l - \int_0^l Q \cdot \psi'_i(x) dx =$$

$$= [Q^l - Q^0] - \int_0^l Q^j \psi_j \psi'_i(x) dx = [Q^l - Q^0] - b_{ji} Q^j = -q_i.$$

$$\frac{dM}{dx} - Q = 0 \quad |\cdot\psi_i(x)$$

$$\int_0^l \frac{dM}{dx} \psi_i(x) dx - \int_0^l Q \cdot \psi_i(x) dx = 0$$

$$\left[M^l - M^0 \right] - b_{ji} M^j - Q_i = 0$$

Рівняння, виведені вище містять елементи з верхніми та нижніми індексами, їх потрібно узгодити між собою. Для цього домножимо кожне рівняння на двічі контраваріантний метричний тензор - $\{g^{\alpha i}\}$.

$$\begin{cases} g^{\alpha i} b_{ij} W^{*j} - \varphi^{*j} = 0 \\ g^{\alpha i} b_{ij} \varphi^{*j} + M^j = 0 \\ g^{\alpha i} \cdot [Q^l - Q^0] - g^{\alpha i} b_{ji} Q^j = -q^\alpha \\ g^{\alpha i} \cdot [M^l - M^0] - g^{\alpha i} b_{ji} M^j - Q^\alpha = 0 \end{cases} \quad (4)$$

У результаті отримана система алгебраїчних рівнянь (4) разом з граничними умовами (3) розв'язується стандартними математичними методами.

Для перевірки отриманих чисельних результатів розглянемо балку на двох шарнірних опорах довжиною 1 м, навантажену рівномірно-розподіленим навантаженням $q = 1 \text{ кН} / \text{м}$, $E = 10^7 \text{ кН} / \text{м}^2$, $h = 0,2 \text{ м}$, $b = 0,2 \text{ м}$.

Для даної балки відомо аналітичний розв'язок, отриманий методом початкових параметрів. У таблиці 1 наведені значення переміщень та зусиль проекційним методом при різному кроці розбиття та методом початкових параметрів.

Як видно з таблиці при розбитті на 19 ділянок, крок 1/18 м результат співпадає з методом початкових параметрів, а вже при подальшому зменшенні кроку елементи матриць округлюються та накопичують похибку.

Таблиця 1

Метод	крок	$Q, \text{кН}$ ($x = 0$)	$M, \text{кНм}$ ($x = 0.5$)	$EI\varphi$ $\text{кНм}^2 \text{рад}$ ($x = 0$)	EIw кНм^3 ($x = 0.5$)
1	2	3	4	5	6
Проекційний метод	1/2	0.5000	0.0833	0.0417	0.0139
Метод початкових параметрів		0.5000	0.1250	0.0417	0.0130
Відносна похибка %		0	33	0	7

1	2	3	4	5	6
Проекційний метод	1/4	0.5000	0.1458	0.0417	0.0139
Метод початкових параметрів		0.5000	0.1250	0.0417	0.0130
Відносна похибка %		0	17	0	7
Проекційний метод	1/6	0.5000	0.1204	0.0417	0.0132
Метод початкових параметрів		0.5000	0.1250	0.0417	0.0130
Відносна похибка %		0	4	0	1
Проекційний метод	1/8	0.5000	0.1146	0.0417	0.0132
Метод початкових параметрів		0.5000	0.1250	0.0417	0.0130
Відносна похибка %		0	8	0	2
Проекційний метод	1/10	0.5000	0.1233	0.0417	0.0131
Метод початкових параметрів		0.5000	0.1250	0.0417	0.0130
Відносна похибка %		0	1	0	1
Проекційний метод	1/12	0.5000	0.1204	0.0417	0.0131
Метод початкових параметрів		0.5000	0.1250	0.0417	0.0130
Відносна похибка %		0	4	0	1
Проекційний метод	1/14	0.5000	0.1241	0.0417	0.0131
Метод початкових параметрів		0.5000	0.1250	0.0417	0.0130
Відносна похибка %		0	1	0	0
Проекційний метод	1/16	0.5000	0.1224	0.0417	0.0131
Метод початкових параметрів		0.5000	0.1250	0.0417	0.0130
Відносна похибка %		0	2	0	0
Проекційний метод	1/18	0.5000	0.1245	0.0417	0.0130
Метод початкових параметрів		0.5000	0.1250	0.0417	0.0130
Відносна похибка %		0	0	0	0
Проекційний метод	1/20	0.5000	0.1233	0.0417	0.0131
Метод початкових параметрів		0.5000	0.1250	0.0417	0.0130
Відносна похибка %		0	1	0	0

Висновки: Проекційний метод Гальоркіна-Петрова має великі перспективи для розвитку і по алгоритмічності і зручності не поступається МСЕ, класичним методам опору матеріалів. Може бути застосований для більшості не тільки одновимірних а й багатовимірних задач опору матеріалів.

Література

1. Станкевич А.М., Чибіряков В.К., Шкельов Л.Т., Левківський Д.В. До зниження вимірності граничних задач теорії пружності за методом прямих // Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. – Вип. 36 – К.: КНУБА, 2010 – С. 413-423.
2. Чибіряков В.К., Станкевич А.М., Левківський Д.В. Особливості зниження вимірності рівнянь теорії пружності узагальненим методом прямих // Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. – Вип. 46 – К.: КНУБА, 2013 – С. 613-624.
3. Станкевич А.М., Чибіряков В.К., Шкельов Л.Т. Метод прямих у просторовій задачі теорії пружності // Науково-технічний збірник «Опір матеріалів і теорія споруд» - 2011 – випуск №86, - С. 109-117.
4. Станкевич А.М., Левківський Д.В. Три варіанти редукції рівнянь плоскої задачі теорії пружності методом прямих // Містобудування та територіальне планування: Наук.-техн. Збірник. – Вип. 49 – К.: КНУБА, 2013 – С. 509-521.

Аннотація

В данной работе рассмотрен проекционный метод Бубнова-Галеркина-Петрова для снижения размерности дифференциальных уравнений оси изогнутой балки. Для этого используются локальные базисные функции. Все математические преобразования выполняются в индексной форме. Проведено исследование сходимости численных результатов с точным решением при различном шаге разбиения для шарнирной балки, нагруженной равномерно-распределенной нагрузкой. Определен оптимальный шаг разбиения для предложенного проекционного метода.

Ключевые слова: проекционный метод, базисные функции, изгиб балки, метод начальных параметров.

Annotation

In this paper we consider the projection method Bubnov-Galerkin-Petrov for reducing the dimension of the differential equations of the curved axis of the beam. It uses local basis functions. All mathematical transformation performed in index form. A study of the convergence of numerical results with exact solutions at different partitioning step to hinged beams, loaded uniformly distributed load. Defined the optimal step of division axis to the beams, by using the proposed projection method.

Key words: projection method, basis functions, bending beam, method of initial parameters.

УДК 625.767

к.т.н., доцент Литвиненко Т.П., к.т.н. Гасенко Л.В.,
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

МІСТОБУДІВНІ ЗАХОДИ ДЛЯ ЗМЕНШЕННЯ КІЛЬКОСТІ ДОРОЖНЬО-ТРАНСПОРТНИХ ПРИГОД ЗА УЧАСТІ ВЕЛОСИПЕДИСТІВ

Проаналізовано статистичні дані про кількість дорожньо-транспортних пригод з велосипедистами. Визначено основні причини виникнення таких пригод. Сформульовано заходи з удосконалення вулично-шляхової мережі населених пунктів, спрямовані на зменшення кількості постраждалих у дорожньо-транспортних пригодах за участі велосипедистів.

Ключові слова: дорожньо-транспортні пригоди, безпека дорожнього руху, правила дорожнього руху, велосипедна інфраструктура.

З метою виявлення причин виникнення аварій за участі велосипедистів було досліджено статистичні дані про дорожньо-транспортні пригоди в населених пунктах України.

Аналіз статистичних даних про участь велосипедистів у дорожньо-транспортних пригодах у м. Полтаві [1] показав, що існує пряма залежність між кількістю ДТП за участі велосипедистів і загальною кількістю велокористувачів (рис. 1), тенденцію зростання якої було визначено за кількістю велосипедистів, присутніх на Велодні (щорічному всеукраїнському велосипедному святі). Аналіз кількості постраждалих (рис. 2) показав, що майже у кожному ДТП за участі велосипедистів останні отримують травми.

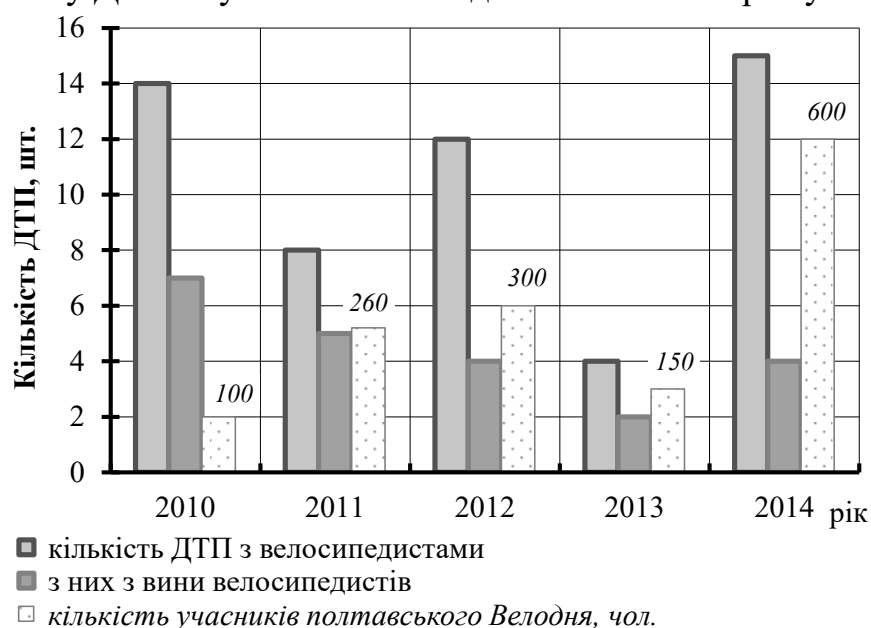


Рис. 1. Результати аналізу статистичних даних про кількість ДТП за участі велосипедистів у м. Полтава

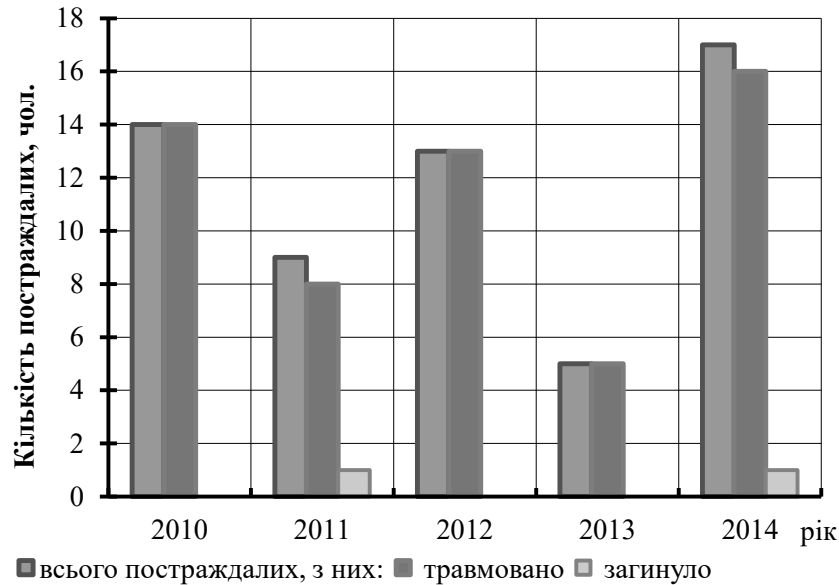


Рис. 2. Результати аналізу статистичних даних про кількість велосипедистів, постраждалих у ДТП у м. Полтава

Під час аналізу статистичних даних про ДТП з велосипедистами у м. Львові [2, 3], виявилося їх помітне зменшення у 1,5...2 рази із 2010 року після початку прокладання по місту велодоріжок та велосипедних смуг руху. Результати цього аналізу показані на рисунках 3 і 4.

При порівнянні кількості ДТП з велосипедистами у населеному пункті та за його межами (аналіз проведений на прикладі м. Київ та Київської області) [4], за межами міста виявилася більша кількість ДТП (рис. 5) і більша кількість загиблих і постраждалих (рис. 6). Можна зробити припущення, що основною причиною таких показників є більша швидкість автотранспорту за межами населених пунктів.

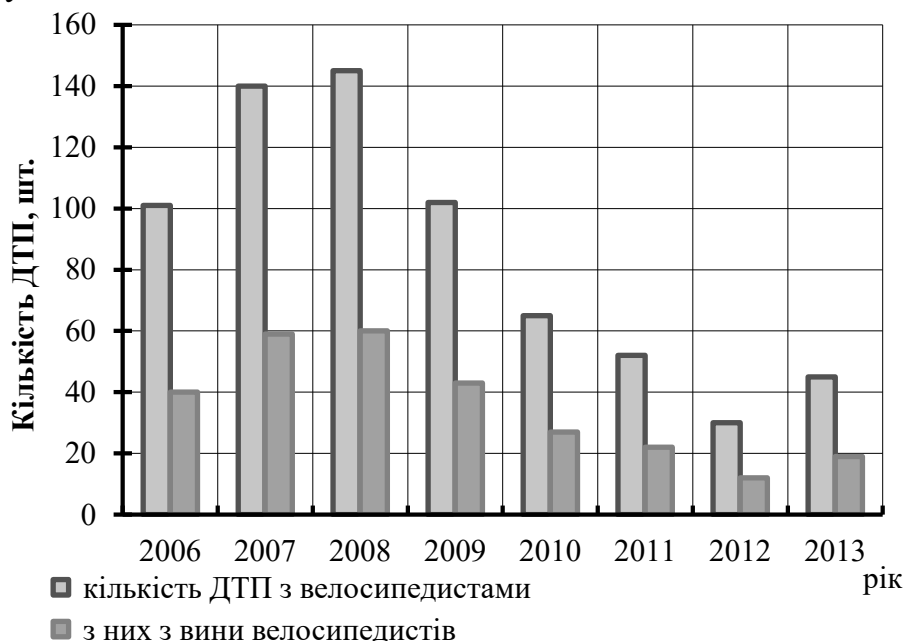


Рис. 3. Результати аналізу статистичних даних про участь у ДТП велосипедистів у м. Львові

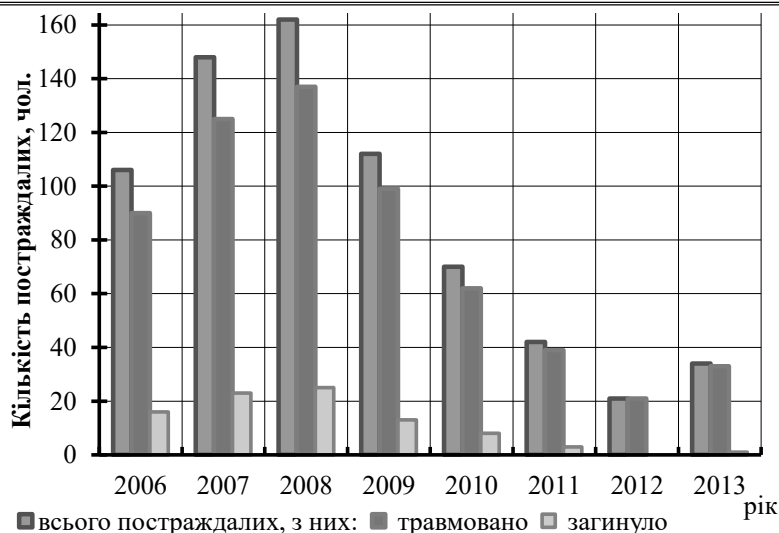


Рис. 4. Результати аналізу статистичних даних про кількість велосипедистів, постраждалих у ДТП у м. Львові

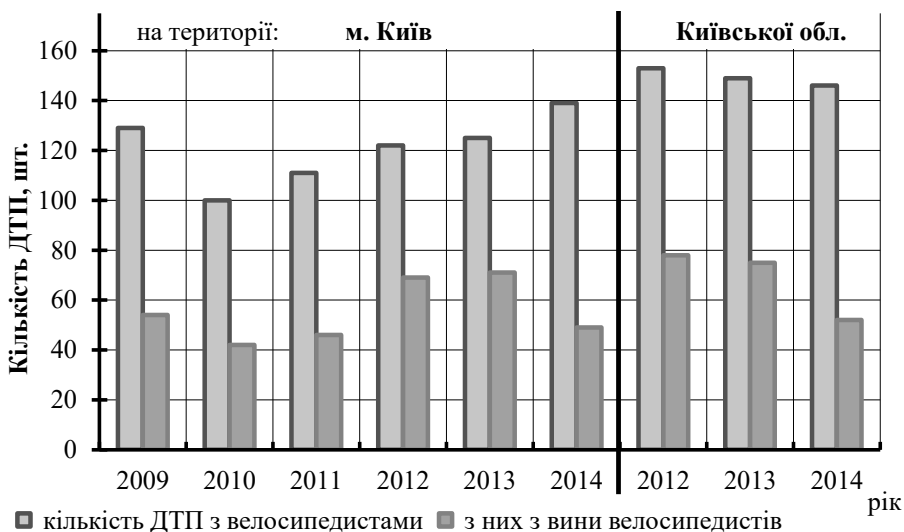


Рис. 5. Результати аналізу статистичних даних про кількість ДТП за участі велосипедистів у м. Києві та Київській області

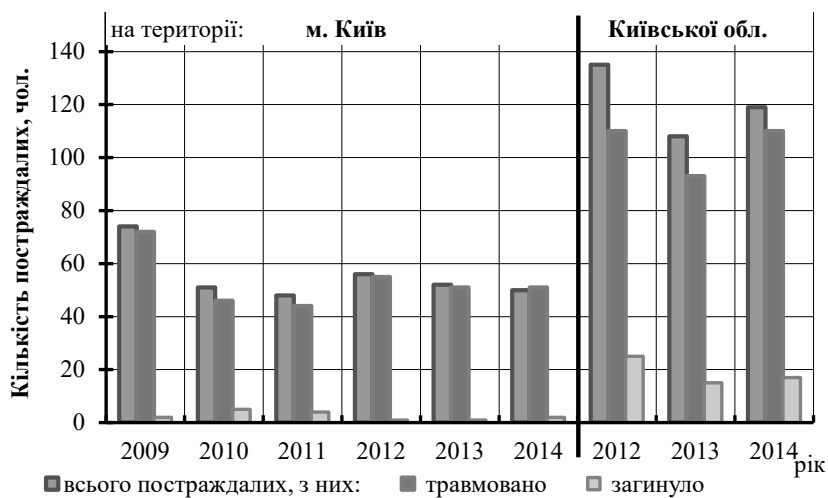


Рис. 6. Результати аналізу статистичних даних про кількість велосипедистів, постраждалих у ДТП у м. Київ та Київській області

Загалом, в Україні прослідковується тенденція до зниження рівня травматизму під час ДТП з велосипедистами (рис. 7), що відбувається, скоріш за все, за рахунок підвищення рівня свідомості велосипедистів і водіїв автотранспорту та суворішого дотримання ними правил дорожнього руху, а також упровадження елементів велосипедної інфраструктури. Пік кількості ДТП з участю велосипедистів відбувся у 2007-2008 роках [5]. На долю велосипедистів в ці роки припадає біля 6,5% усіх ДТП із смертельними наслідками і близько 4% усіх травмувань, що виникли внаслідок дорожніх аварій.



Рис. 7. Результати аналізу статистичних даних про кількість велосипедистів, постраждалих у ДТП в Україні

Отже, за результатами аналізу статистичних даних і матеріалів досліджень А. Гільдебрандта [6] і С. Будника [7] можна зробити висновок, що кількість велосипедистів в Україні з кожним роком зростає і основними причинами ДТП за їх участі є:

- порушення правил дорожнього руху (і автомобілістами, і велосипедистами), а саме:

- порушення правил маневрування;
- перевищення дозволеної швидкості;
- рух по зустрічній смузі, тротуарах чи пішохідних переходах;
- відсутність ліхтарів чи світловідбивачів на велосипедах в темну пору доби;

- низька якість вулично-шляхової мережі:

- відсутність велосипедних доріжок і смуг руху;
- недостатня кількість місць для паркування транспортних засобів;
- недостатня інфраструктурна забезпеченість (світлофорами, дорожніми знаками, вказівниками і т.п.);
- відсутність острівців безпеки;
- низька якість освітлення проїзної частини і т.д.

Ефективними заходами, направленими на зменшення кількості ДТП за участю велосипедистів, а отже і смертності останніх, є обмеження швидкості руху автомобілів по місту до 50 км/год, а у житлових кварталах до 30 км/год і обов'язок носити шоломи для користувачів двоколісних транспортних засобів [8, 9]. Перелічені заходи дозволили зменшити у 4,5 рази смертність велосипедистів при аваріях у Німеччині із 1970 по 2010 роки. Враховуючи це і вищенаведені причини ДТП за участі велосипедистів можна сформулювати наступні заходи, спрямовані на зменшення кількості постраждалих у дорожньо-транспортних пригодах за участі велосипедистів:

1) організаційні заходи:

- обмеження швидкості руху автомобілів до 50 км/год, а у житлових кварталах до 30 км/год;
- забезпечення достатньої освітленості проїзної частини у темний період доби;
- проведення просвітницьких заходів, спрямованих на донесення до водіїв і пішоходів правил дорожнього руху;

2) планувальні заходи:

- удосконалення вулично-шляхової мережі з врахуванням майбутнього прогресу у сфері транспортних засобів;
- влаштування велосипедних доріжок і смуг руху, що має сприяти як зменшенню кількості порушень ПДР, так і зменшенню потенційних конфліктних точок для всіх учасників дорожнього руху;
- застосування засобів для примусового зниження швидкості (напрямних островців, шиканів, «лежачих поліцейських»);
- встановлення дорожніх знаків для чіткого орієнтування водіїв у дозволених напрямках руху;
- встановлення розподільчих огорожень;
- організація руху на перехрестях, встановлення островців безпеки і велосипедних світлофорів;
- забезпечення достатньої кількості паркувальних місць, що дозволить звільнити проїзну частину від несанкціоновано припаркованих автомобілів.

Література

1. Івасенко В.В. Статистичні дані про участь велосипедистів у ДТП у м. Полтава за період 2010-2014 роки [Електронний ресурс] / Вікторія Івасенко. – Режим доступу: <http://www.slideshare.net/jalyna/ss-47781982>.
2. Панчишин І. Про ДТП, про кількість авто та про викиди у атмосферу – статистика [Електронний ресурс] / Ірина Панчишин. – Режим доступу: <https://roverompolvovu.wordpress.com/2010/11/23/statistic>.

3. Шмід О. Передовий досвід України 2: Львівський досвід / Олег Шмід // Перша національна конференція з міської мобільності : матеріали конференції (24 жовтня 2013 р.). – Київ, 2013.

4. Бондаренко І. Концепція велосипедного руху міста Київ. Виклики та перспективи / Ірина Бондаренко // Друга національна конференція з міської мобільності: матеріали конференції (16 жовтня 2014 р.). – Київ, 2014.

5. Будник С. Проблематика дорожньо-транспортного травматизму серед пішоходів і велосипедистів: облік, аналіз, шляхи вирішення / С. Будник // Безпека пішоходів і велосипедистів: матеріали Міжнародної конференції (19-22 червня 2013 р.). – Київ, 2013.

6. Гільдебрандт А. Передовий досвід Німеччини / Андреас Гільдебрандт // Перша національна конференція з міської мобільності : матеріали конференції (24 жовтня 2013 р.). – Київ, 2013.

7. Будник С. Проблематика дорожньо-транспортного травматизму серед пішоходів і велосипедистів: облік, аналіз, шляхи вирішення / С. Будник // Безпека пішоходів і велосипедистів: матеріали Міжнародної конференції (19-22 червня 2013 р.). – Київ, 2013.

8. Хуанг Р. Яким чином робота ЄЕК ООН сприяє підвищенню безпеки пішоходів і велосипедистів / Ребека Хуанг // Безпека пішоходів і велосипедистів : матеріали Міжнародної конференції (19-22 червня 2013 р.). – Київ, 2013.

9. ДТП за участю велосипедистів: підсумки 2014 року [Електронний ресурс]. / Режим доступу: <http://avk.org.ua/2015/02/dtp-za-uchastyu-velosipedystiv-pidsumky-2014-roku>

Аннотация

Проанализированы статистические данные про количество дорожно-транспортных происшествий с велосипедистами. Определены основные причины возникновения таких происшествий. Сформулированы мероприятия, направленные на уменьшение количества пострадавших в дорожно-транспортных происшествиях при участии велосипедистов.

Ключевые слова: дорожно-транспортные происшествия, безопасность дорожного движения, велосипедная инфраструктура.

Abstract

Analyzed statistical data about the number of traffic accidents with cyclists. Identified the main causes of such accidents. Formulated measures aimed at reducing the number of fatalities in road accidents involving cyclists.