

ДОСЛІДЖЕННЯ ХАРАКТЕРУ РОЗПОДІЛУ СИПКИХ МАТЕРІАЛІВ ТА БУДІВЕЛЬНИХ СУМІШЕЙ В ПОПЕРЕЧНОМУ ПЕРЕРІЗІ БАРАБАНА ГРАВІТАЦІЙНОГО БЕТНОЗМІШУВАЧА

Виконуючи попередні дослідження, ми, як і багато інших вчених, виходили з так званого "одно часткового" підходу [3], при якому розглядається рівновага окремої частки матеріалу або суміші. Насправді, якщо барабан привести в обертання, то деякий час всі частки будуть нерухомі по відношенню до барабана, тобто будуть обертатися разом із ним. Рух суміші розпочинається із руху часток на відкритій поверхні сегменту матеріалу, коли кут α підйому цієї поверхні стане більшим певного кута. Як показують досліди, величина кута α залежить від коефіцієнту тертя матеріалу в спокої, в'язкості та вологості матеріалу, кутової швидкості обертання барабана, ступеня його заповнення тощо. Таким чином, перехід матеріалу від стану спокою до руху визначається рівновагою окремих часток. При обертанні барабана на частку суміші, що знаходиться на відкритій поверхні сегменту ABDE (рис. 1), будуть діяти гравітаційні, відцентрові сили та сили тертя. В найбільш несприятливих умовах з точки зору переходу від спокою до руху знаходиться частка, яка розташована в точці А, оскільки на неї діє найбільша сила інерції, що утримує частку в нерухомості. Момент переходу в стан руху саме цієї частки характеризує сталий рух усіх часток, що знаходяться на поверхні сегменту матеріалу ABD. Починаючи з цього моменту суміш займає нове, більш стаке в енергетичному сенсі положення, що характеризується новою межею розділу фаз A'BC. При цьому, суміш розподіляється на дві зони: зону суміші, що піднімається, та зону суміші, що скочується. Лінія ACB є межею розділу цих двох шарів суміші, що рухаються один по відношенню до іншого, не перетинаючись. Збільшення кута підйому α призводить до збільшення кількості матеріалу, який знаходиться у зоні суміші, що скочується (вище лінії A'BC). Таким чином, поступове збільшення величини кута α призводить до зменшення площі каплеподібної фігури A'BCDE. На основі даного висновку була висунута гіпотеза [2] про постійність потенційної енергії матеріалу, який знаходиться в шарі, що піднімається, за наявності сталого режиму обертання барабана. Відповідно до цієї гіпотези із збільшенням кутової швидкості обертання об'єм матеріалу, який знаходиться в шарі, що піднімається, зменшується, а висота підйому його центру ваги збільшується.

Підсумовуючи усе вищезгадане, можна зазначити, що поверхня суміші є випуклою. Рух суміші, який знаходиться у зоні суміші, що скочується, здійснюється по лінії найбільшого скату, що в загальному випадку залежить від кута нахилу барабана до

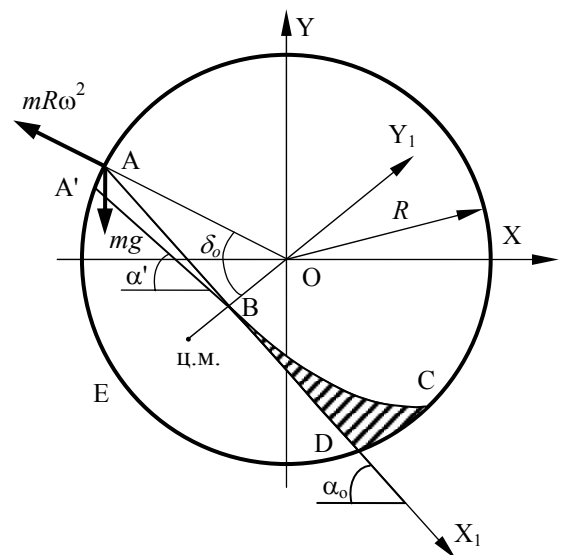


Рис. 1. Схема до визначення кута руху матеріалу

горизонту, коефіцієнта внутрішнього тертя та розподілення матеріалу по об'єму барабана. Характер же руху суміші, яка знаходиться в шарі, що піднімається, можна визначити як концентричні дуги кіл із центром на вісі обертання барабана.

Складемо рівняння рівноваги частки матеріалу в точці А (рис.1):

$$mg \sin \alpha_o - fmg \cos \alpha_o - mR\omega^2 (\sin \delta_o + f \cos \delta_o) = 0. \quad (1)$$

Визначимо кут α_o , при якому починається перехід в стан руху. Зазначимо тут, що цей кут є найбільшим, який може отримати вільна поверхня суміші в барабані змішувача. При цьому суміш приймає вигляд сегменту, симетричного відносно лінії ОВ, і який характеризується центральним кутом рівним $2\delta_o$.

Вводимо заміну $\sin \alpha_o = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha_o}$, тоді:

$$mg\sqrt{1 - \cos^2 \alpha_o} - fmg \cos \alpha_o - mR\omega^2 (\sin \delta_o + f \cos \delta_o) = 0, \quad (2)$$

а значення кута α після деяких перетворень остаточно набуває наступного вигляду:

$$\alpha_o = \arccos \left[-\frac{f\omega^2 R (\sin \delta_o + f \cos \delta_o)}{(f^2 + 1)g} + \frac{\sqrt{(f^2 + 1)g^2 - R^2 (\sin \delta_o + f \cos \delta_o)\omega^4}}{(f^2 + 1)g} \right]. \quad (3)$$

Досягнення поверхні сегменту кута α_o нахилу вільної поверхні до горизонту є до певної міри теоретичним, оскільки частки, що знаходяться нижче точки А, раніше переходять у стан руху, а отже, втрачається підпір верхніх шарів нижніми. Перехід об'єму матеріалу до руху, крім того, характеризується зменшенням коефіцієнта внутрішнього тертя матеріалу, а отже кут природного укусу α' також зменшується. Поверхня сегменту АВД витягується в зоні падіння матеріалу, поступово трансформуючись до поверхні А'ВС. Утворений об'єм матеріалу А'ВСDE визначає новий стан суміші в барабані, який характеризується меншою величиною потенційної енергії, а значить, є більш стійким в процесі руху системи.

Розглянемо розташування суміші в поперечному перерізі барабана змішувача, прийнявши дві системи координат: нерухому систему ХОУ, пов'язану із перпендикулярними осями поперечного перерізу барабана, та рухому систему X_1OY_1 , пов'язану із центром циркуляції суміші (точка В), нахилену під кутом до горизонту α .

Площа поперечного перерізу матеріалу, який є умовно нерухомим по відношенню до барабана змішувача і який має краплеподібний вигляд, може бути розбитий на дві частини: площа сегменту із центральним кутом 2δ та площа, обмежена прямою ВD, дугою кола CD та кривою ВС:

Площа сегменту визначається за формулою:

$$S_1 = 0,5R^2(2\delta - \sin 2\delta), \quad (4)$$

де R – радіус барабана, 2δ – центральний кут сегмента.

Площа фігури ВCD може бути визначена через інтеграл різниці функцій кола та кривої ВС:

$$S_2 = \int_0^{y_{1C}} (f_1 - f_2) dy_1, \quad (5)$$

де $f_1 = \sqrt{R^2 - (y_1 - R \cos \delta)^2}$ – рівняння кола барабана з центром в ХОУ в системі координат X_1OY_1 ; $f_2 = \sqrt{y_1/\lambda}$ – рівняння кривої ВС в системі координат X_1OY_1 .



Підставимо прийняті значення рівнянь фігур у вихідне рівняння площі (5). Здійснивши інтегрування на інтервалі від 0 до y_{1C} , та виконавши певні спрощення отриманого виразу знаходимо площу фігури BCD:

$$S_2 = \frac{1}{2} \sqrt{R^2 - (y_{1C} + R \cos \delta)^2} (y_{1C} - R \cos \delta) - \frac{1}{2} R \left(\arctg \left(\frac{-y_{1C} + R \cos \delta}{\sqrt{R^2 - (y_{1C} + R \cos \delta)^2}} \right) - \sin \delta \cos \delta - \frac{1}{2} \pi + \arccos(\cos \delta) \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{y_{1C}}{\lambda} \right)^{\frac{3}{2}} \lambda \quad (6)$$

Повна площа, яку займає матеріал в поперечному перерізі барабана бетонозмішувача:

$$S = S_1 + S_2 = 0,5R^2(2\delta - \sin 2\delta) + \frac{1}{2} \sqrt{R^2 - (y_{1C} + R \cos \delta)^2} (y_{1C} - R \cos \delta) - \frac{1}{2} R \left(\arctg \left(\frac{-y_{1C} + R \cos \delta}{\sqrt{R^2 - (y_{1C} + R \cos \delta)^2}} \right) - \sin \delta \cos \delta - \frac{1}{2} \pi + \arccos(\cos \delta) \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{y_{1C}}{\lambda} \right)^{\frac{3}{2}} \lambda \quad (7)$$

Координати центра мас матеріал в поперечному перерізі барабана бетонозмішувача в системі координат X_1OY_1 :

$$X_{1C} = \frac{(S_1 X_{1C1} + S_2 X_{1C2})}{S}, \quad (8)$$

$$Y_{1C} = \frac{(S_1 Y_{1C1} + S_2 Y_{1C2})}{S},$$

де X_{1C1} , X_{1C2} – координати центрів віги першої та другої фігур по осі X в системі координат X_1OY_1 ; Y_{1C1} , Y_{1C2} – координати центрів віги першої та другої фігур по осі Y в системі координат X_1OY_1 .

Для першої фігури ці координати матимуть значення:

$$X_{1C1} = 0, \quad Y_{1C1} = -\frac{4}{3} \frac{R \sin^3 \delta}{2\delta - \sin 2\delta} + R \cos \delta. \quad (9)$$

Для другої фігури ці координати можуть бути визначені методами статичних моментів інерції окремих її елементів:

$$X_{1C2} = 0,5 S_2 \int_0^{y_{1C}} (f_1^2 - f_2^2) dy_1, \quad (10)$$

$$Y_{1C2} = 0,5 \int_0^{y_{1C}} (y_1 f_1 - y_1 f_2) dy_1.$$

При цьому, як бачимо, інтегрування проводиться в системі координат X_1OY_1 , в якій аргументом є координата y_1 . Виконавши інтегрування та спрощення отриманого результату, знаходимо координати центру віги другої фігури:

$$X_{1C2} = \frac{1}{2S_2} \left(-\frac{1}{3} y_{1C}^3 + \frac{1}{2} \left(2R \cos \delta - \frac{1}{\lambda} \right) y_{1C} + R^2 y_{1C} \sin^2 \delta \right) \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
Y_{1C2} = & \frac{1}{2S_2} [\sqrt{R^2 - (-y_{1C} + R \cos \delta)^2} \left(-\frac{1}{3}R^2 + \frac{1}{3}y_{1C}^2 - \frac{1}{6}y_{1C}R \cos \delta + \frac{1}{6}R^2 \cos^2 \delta \right) - \\
& - \frac{1}{2}R^3 \cos \delta \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{-y_{1C} + R \cos \delta}{\sqrt{R^2 - (-y_{1C} + R \cos \delta)^2}} \right) - \frac{2}{5} \left(\frac{y_{1C}}{\lambda} \right)^{5/2} \lambda^2 + \frac{1}{6}R \cos^2 \delta \sin \delta + \\
& + \frac{1}{3}R^3 \sin \delta + \frac{1}{4}R^3 \cos \delta (\pi - 2 \arccos(\cos \delta))] \quad (12)
\end{aligned}$$

Зводячи отримані результати 9–13 у вихідні рівняння (8), можна визначити координати центру ваги усього перерізу суміші, що знаходиться у барабані змішувача, відносно осей координат X_1OY_1 . Для встановлення їх положення відносно нерухомої системи, пов'язаної із віссю барабана, необхідно виконати поворот осей на кут α – кут, на який повертається суміш при обертанні барабана із кутовою швидкістю ω . При цьому виконується одночасний зсув осей. Таким чином, остаточно центр ваги перерізу суміші відносно осей XOY визначається як:

$$X_C = X_{1C} \cos \alpha - \sin \alpha (Y_{1C} - R \cos \delta); \quad (13)$$

$$Y_C = X_{1C} \sin \alpha - \cos \alpha (Y_{1C} - R \cos \delta), \quad (14)$$

Отже, відповідно до отриманих результатів, енергія, яка витрачається на підйом матеріалу (тобто фактично енергія на перемішування), може бути обчислена як потенційна енергія шару суміші, що піднімається над своїм вихідним положенням при нерухомому барабані:

$$E = S \rho g \left(\frac{4}{3} R \frac{\sin^3 \delta_o}{2 \delta_o - \sin \delta_o} - Y_C \right) \cdot dz, \quad (15)$$

де ρ – щільність суміші; dz – довжина елементарного циліндра, на які розбивається увесь барабан.

Аналіз формули (15) та виконаних за нею розрахунків для існуючих серійних бетонозмішувачів вказує на її значну відмінність (в сторону підвищеної точності) від усіх запропонованих на даний час методик визначення енергії на перемішування.

Література

1. Назаренко І.І. Сучасний стан теорії машин і технологічних процесів приготування та ущільнення будівельних сумішей. //Збірник "Вісник Академії будівництва України", вип.10, 2001, с.38-40.
2. Першин В.Ф. Исследования, разработка и методика расчета режимных и геометрических параметров машин барабанного типа. - Автореферат дис. канд. техн. наук. М. – 416с.
3. Свиридов М.М. Исследование движения сыпучего материала на внутренних устройствах машин с вращающимися барабанами. – Автореферат дис. канд. техн. наук. М. – 1976.