

УДК 539.3

В.В. Гайдайчук, д-р техн. наук

О.В. Глушакова, канд. фіз.-мат. наук

С.М. Глазунов

## ТОРСІОННІ АВТОКОЛИВАННЯ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В РІДКОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Поставлена задача про самозбудження крутильних коливань бурильної колони в циліндричній порожнині вертикальної свердловини, що містить рідке середовище. Розглянуто моделі механічної взаємодії колони з в'язкою рідиною. Розроблена модель крутильних автоколивань однорідної бурильної колони в формі осциляційного маятника. Сформульовано розв'язувальне нелінійне диференціальне рівняння з частинними похідними, що дозволяє описувати коливання долота бурильної колони з урахуванням сил в'язкого тертя. Запропоновано алгоритм чисельного інтегрування цього рівняння як по просторовій, так і часовій координатам.

**1. Вступ.** В даний час в практиці проходки нафтових і газових свердловин найбільше розповсюдження отримав роторний спосіб буріння. Для його здійснення застосовуються спеціальні бурові установки, які являють собою комплекс бурового обладнання і споруд.

Бурова установка для розвідки і розробки родовищ нафти і газу в загальному вигляді містить: бурові споруди (бурова вишка); спускопідймальне обладнання (лебідка); силове обладнання для приводу лебідки, ротора і бурових насосів, обладнання для обертання бурильної колони (обертальний стіл); промивну рідину, що циркулює в порожнині свердловини, та долото (рис. 1).

Одним з динамічних явищ, що сприяє виникненню позаштатної ситуації в процесі буріння, є самозбудження крутильних коливань обертової бурильної колони (БК). Оскільки БК являє собою торсіонний маятник, в нижній частині якого за рахунок дисипативної взаємодії між долотом і породою, яка руйнується, відбувається відтік енергії від приводного механізму в навколишнє середовище, при порушенні умов

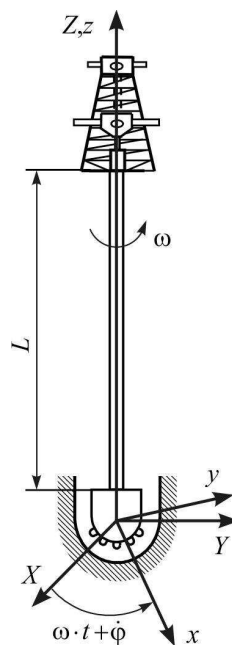


Рис. 1. Конструктивна схема бурової установки

цього відтоку колона може переходити від режиму стаціонарного рівноважного стану обертання в режим крутильних автоколивань. В даній роботі ставиться задача про комп'ютерне моделювання самозбуджуваних крутильних коливань.

В бурових установках причиною самозбудження торсіонних коливань є біфуркаційне порушення балансу моментів сил пружності в колоні і нелінійних сил тертя між долотом і стінкою свердловини [1,2].

В задачах динаміки БК параметром, що визначає їх стаціонарні і автоколивальні режими, є кутова швидкість  $\omega$  обертання колони. Застосовно до явищ, які супроводжують обертання БК, дослідження можливості генерування їх автоколивань дозволяє відповісти на три важливих питання: при яких значеннях параметрів системи і її функціонування можливе генерування крутильних автоколивань; який тип режиму самозбудження коливань (м'який чи жорсткий) має місце; які заходи можуть усунути можливі режими крутильних автоколивань [3-8].

Для БК у порівняно неглибоких свердловинах відповіді на ці питання можуть бути отримані за допомогою спрощеної математичної моделі осцилятора з одним ступенем свободи, яка побудована на основі торсіонного маятника, що обертається, до маховика – долота якого прикладені нелінійні сили тертя його фрикційної взаємодії з породою, яка руйнується [9].

Однак якщо довжина БК не мала, застосування моделі торсіонного осциляційного маятника для аналізу її динаміки не є виправданим, оскільки коливання її елементів перестають бути синфазними і їх моделювання повинно проводитись на основі хвильової теорії. Про необхідність застосування такої теорії вказується в роботах [1,3 - 5].

**2. Постановка задачі.** В реальних умовах, в загальному випадку, ускладненню форм рухів маховика в значній мірі може сприяти ефект залипання його коливань, властивих системам з сухим тертям. Він полягає в короткочасних зупинках руху маховика в проміжки часу, в які сума всіх моментів активних сил і моментів сил інерції виявляється меншою за деякий пороговий момент сил тертя, який потрібно подолати, щоб маховик почав повертатись.

В ці проміжки привідна установка на верхньому кінці БК продовжує обертатись з кутовою швидкістю  $\omega$ , БК закручується і в ній накопичується потенціальна енергія пружних деформацій. Після досягнення пружним моментом в БК значення, рівного пороговому значенню моменту сил тертя, нижній маховик (долото) починає обертатись, БК розкручується, і її потенціальна енергія починає перетворюватись в кінетичну енергію обертання колони і маховика. Це обертання продовжується до тих пір, поки сума пружного моменту в БК і моменту сил інерції долота знову не стане

меншою за порогове значення сил тертя, в результаті чого маховик знову зупиняється і так далі.

При аналізі автоколивань долота суттєвий вплив на форми його рухів можуть здійснити сили в'язкої силової взаємодії між трубою бурильної колони та промивною рідиною. Відомо, що ця рідина, як і багато інших глинистих розчинів та паст, відносяться до реологічних середовищ з неньютонівськими властивостями [10-14]. Тому особливості їх властивостей повинні бути враховані при постановці задачі щодо автоколивань бурильних колон.

Метою статті є розробка математичної моделі, що описує стаціонарні обертання та періодичні автоколивання бурильних колон в порожнинах свердловин, що заповнені промивною рідиною.

Розглянемо випадок стаціонарного обертання верхнього кінця БК з постійною кутовою швидкістю  $\omega$ . Введемо інерційну систему координат  $OXYZ$  з початком в центрі мас долота, вісь  $OZ$  якої співпадає з осью лінії БК (рис. 2). Відносно неї зі швидкістю  $\omega$  обертається система  $Ox_1y_1z_1$ . Пов'яжемо з долотом систему координат  $Oxyz$ , яка обертається разом з ним, вісь  $Oz$  якої співпадає з віссю  $OZ$ . Тоді кут повороту долота відносно системи  $OXYZ$  складе  $\omega t + \phi$ , де  $\omega t$  – кут повороту верхнього кінця БК і системи координат  $Ox_1y_1z_1$ ,  $t$  – час,  $\phi(z, t)$  – кут пружного закручування БК, а  $\phi(0, t)$  – кут пружного закручування долота.

Динаміку крутильних коливань БК необхідно вивчати на основі рівняння

$$\rho I_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + f(\frac{\partial \phi}{\partial t}) - GI_z \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (1)$$

Тут  $\rho$  – щільність матеріалу БК;  $I_z$  – момент інерції площі поперечного перерізу;  $G$  – модуль пружності матеріалу при зсуві;  $k$  – коефіцієнт, що характеризує момент сил в'язкого тертя між промивною рідиною та зовнішньою стінкою труби БК.

Як вказано в роботі [15], глинисті та цементні розчини, що застосовуються на нафто- та газопромислах для промивки свердловин, мають властивості неньютонівських рідин. Тому коефіцієнт  $k$  необхідно обчислювати через значення дотичні напруження у течії Куетта між двома циліндричними поверхнями. При цьому в'язкість промивної рідини з части-

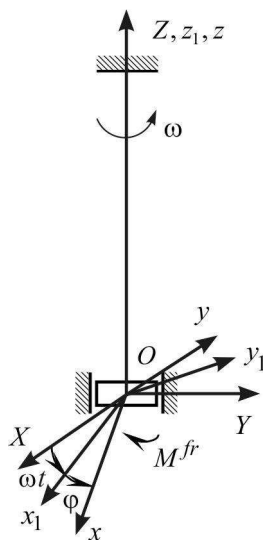


Рис. 2. Розрахункова схема бурильної колони

нками роздрібненої породи, як і для будь-якої дисперсної системи, залежить від таких основних факторів:

- концентрації дисперсної фази;
- в'язкості рідкої фази;
- розміру і конфігурації частинок;
- агрегації частинок;
- розчинених в рідкому середовищі макромолекулярних речовин;
- вмісту емульгаторів і поверхнево-активних речовин.

У реології розрізняють так звані ньютонівські рідини, які характеризуються тим, що при незмінній температурі їх в'язкість залишається постійною незалежно від швидкості зсуву, при якій проводиться вимірювання в'язкості [16]. Для них дотична напруга зсуву  $\tau$  визначається через динамічний коефіцієнт в'язкості  $\mu$  та швидкість зсуву  $\dot{\epsilon} = du/dy$  по формулі

$$\tau = \mu \cdot \dot{\epsilon} = \mu du/dy. \quad (2)$$

При ньютонівській течії рідких середовищ швидкість зсуву завжди прямо пропорційна дотичній напрузі зсуву.

У природі величезна кількість рідин не підкоряється закону течії рідини Ньютона, тому що їх в'язкість залежить від швидкості зсуву (полімерні розчини, суспензії, емульсії, мастила). Ці види рідин відносяться до класу неньютонівських, для яких зв'язок між градієнтом швидкості зсуву та дотичною напругою описується нелінійними складними залежностями.

Унаслідок взаємодії частинок неньютонівські рідини мають складну будову та тією чи іншою мірою структуровані залежно від характеру взаємодії складових компонентів.

Розрізняють декілька видів неньютонівських рідин. В прикладних дослідженнях широкого розповсюдження набули моделі пластичної рідини (рідина або тверде тіло Бінгама). У таких видах рідин потрібно докласти деяке початкове зусилля для того, щоб почалася їх течія, після чого залежність у координатах напруга зсуву – швидкість зсуву стає прямолінійною. В'язкість таких рідин при низьких швидкостях зсуву дуже велика, а при зростанні цього параметра швидко зменшується і характеризується двома константами, а саме: пластичною в'язкістю і граничною напругою зсуву. Прикладом таких систем є пластичне тверде тіло, наприклад, мастило, яке характеризується текучістю тільки при напрузі зсуву, що перевищує граничну межу текучості  $\tau_0$ .

Задовольняючись найпростішим випадком плоского зсувного прямолінійного руху вздовж осі  $Ox$  зі швидкістю зсуву  $\dot{\epsilon} = du/dy$ , приведемо реологічне рівняння такої в'язкопластичної рідини в формі:

$$\tau = \tau_0 + \mu' \dot{\epsilon} \quad \text{при} \quad \tau > \tau_0, \quad (3)$$

де  $\tau_0$  - граничне напруження зсуву,  $\mu'$  - динамічний коефіцієнт структурної в'язкості (точка над літерою – похідна за часом). При  $\tau < \tau_0$  текучість відсутня, тобто середовище поводить себе як тверде тіло.

Суттєво нелінійними властивостями володіють псевдопластичні рідини, у яких в'язкість змінюється відповідно до швидкості зсуву і будь-яка зміна в'язкості характеризує так звану в'язкість, що здається тільки для даної швидкості зсуву. В'язкість псевдопластичної рідини здається високою при низьких швидкостях зсуву і зменшується при збільшенні швидкості зсуву. Такими властивостями характеризуються каучуки і пластичні матеріали, що містять анізотропні несиметричні компоненти, взаємодія між якими ослаблюється при зростанні швидкості зсуву.

Псевдопластичні рідини позбавлені граничного напруження текучості, але їх приведена в'язкість визначається коефіцієнтом, що залежить від швидкості зсуву. Такі «нелінійні» рідини (суспензії асиметричних часток, розчини високополімерів) підпорядковуються реологічним рівнянням типу (Оствальд, Рейнер)

$$\tau = k \dot{\epsilon}^n, \quad (4)$$

де  $k$  і  $n < 1$  майже постійні в широких інтервалах напружень та швидкостей деформацій, а приведений коефіцієнт в'язкості  $\tau/\dot{\epsilon} = k \dot{\epsilon}^{n-1}$  зменшується зі зростанням  $\dot{\epsilon}$ .

Відсутність граничного напруження наближує псевдопластичні рідини до так званих «ділатантних» рідинам, у яких, на відміну від псевдопластичних, приведена в'язкість зі збільшенням напруження збільшується ( $n > 1$ ). Така закономірність характерна для суспензій твердих частинок при їх високих концентраціях, а також крохмальних клейстерів, які не можна віднести до концентрованих суспензій твердих частинок.

Вибір законів для дотичних напружень у вигляді відношень (3),(4) при  $n < 1$  та  $n > 1$  суттєво ускладнює рівняння крутильних коливань (1). Однак якщо врахувати, що коливання долота та БК відбуваються в околі стану їх простого обертання з кутовою швидкістю  $\omega$ , де обертальних рух рідини наближається до руху Куетта між двома обертовими циліндрами, то рівняння (1) можна спростити. Для цього достатньо лінеаризувати це рівняння в околі розглянутого стану обертання з розглянутою швидкістю  $\omega$ , і врахувати відношення (2) для ньютонівської рідини, однак коефіцієнт в'язкості  $\mu$  в формулі (2) обчислювати при вибраній величині  $\omega$ . При такій постановці задачі рівняння (1) стає лінійним:

$$\rho I_z \partial^2 \varphi / \partial t^2 + \mu d \varphi / \partial t - G I_z \partial^2 \varphi / \partial z^2 = 0, \quad (5)$$

однак коефіцієнт  $\mu$  в рівнянні обирається в залежності від швидкості  $\omega$ .

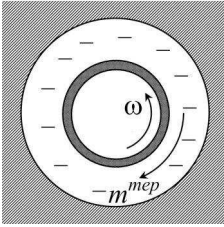


Рис. 3. До розрахунку коефіцієнту в'язкого тертя і моменту  $m^{тер}$

Для того щоб вивести граничні умови для рівняння (5) на краях  $z=0$  та  $z=L$ , необхідно розглянути динаміку долота в точці  $z=0$ , і врахувати, що при  $z=L$  колона не защемлена, тобто  $\varphi(L)=0$ . Він визначається шляхом обчислення гідродинамічного моменту  $m^{тер}$  розподілених сил тертя при обертанні внутрішнього циліндру в порожнині зовнішнього циліндру, заповненого рідиною (рис. 3).

Якщо умовно відокремити долото від БК і розглянути його динамічну рівновагу, то рівняння пружних торсійних коливань маятника можна представити в формі принципу Д'Аламбера

$$M^{in} + M^{тер} + M^{np} = 0. \quad (6)$$

Тут  $M^{in} = M^{in}(\ddot{\varphi})$  – момент сил інерції, що діють на долото;  $M^{тер} = M^{тер}(\omega + \dot{\varphi})$  – момент сил тертя між долотом і породою, яка руйнується;  $M^{np} = M^{np}(\varphi)$  – момент сил пружності, що діють на долото при закручуванні БК. Точками над  $\varphi$  позначено диференціювання по часу  $t$ .

Величина  $M^{in}$  підраховується за формулою:

$$M^{in} = -J \cdot \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad (7)$$

де  $J$  – момент інерції долота. Момент  $M^{np}$  визначається рівністю

$$M_{np} = GI_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (8)$$

де  $G$  – модуль пружності матеріалу БК при зсуві,  $I_z$  – момент інерції площі перерізу БК відносно осі  $Oz$ .

Задача про визначення моменту  $M^{тер}$  є більш складною. В залежності від трибологічних властивостей матеріалів тіл, що стискаються, і умов їх фрикційної взаємодії вибирають різні моделі зв'язку між  $M^{тер}$  і швидкістю  $\omega + \dot{\varphi}$  їх відносного руху. Їх формулювання виконується окремо.

Виконав заміни (7), (8), рівняння (6) перепишемо в формі

$$J \cdot \partial^2 \varphi / \partial t^2 - M^{тер}(\omega + \partial \varphi / \partial t) + GI_z \cdot \partial \varphi / \partial z = 0. \quad (9)$$

Це диференціальне рівняння з частковими похідними має другий порядок і просту структуру.

Його розв'язок при заданому  $\omega$  залежить від функції  $M^{mep}(\omega+\phi)$ . Він може бути побудований чисельно для конкретних початкових умов відносно  $\phi(0)$ .

На основі описаної методики розроблено комплекс програм, що дозволяє моделювати явища самозбудження коливань в широких діапазонах характерних параметрів.

**3. Результати розрахунків.** По розробленій методиці виконано комп'ютерне моделювання автоколивань БК довжиною  $L=1000\text{ м}$  при значенні коефіцієнта тертя  $k=100\text{ Н}\cdot\text{с}$ . Розрахунки виконані за допомогою неявної кінцево-різницевої схеми інтегрування по часу. Крок інтегрування взято рівним  $\Delta t=7,5\cdot 10^{-4}\text{ с}$ .

В результаті досліджень встановлено, що урахування дисипативних властивостей рідкого середовища, в якому обертається колона, призводить до звуження інтервалу значень  $\omega$  при яких генеруються автоколивання.

Так, для розглянутого випадку виявилось, що біфуркація народження циклу реалізується при  $\omega_n=0,725\text{ рад/с}$ , а біфуркація втрати циклу – при  $\omega_g=3,45\text{ рад/с}$ . Відмітимо, що у випадку неврахування дисипативних властивостей рідкого середовища вказані значення складають  $\omega_n=0,71\text{ рад/с}$  і  $\omega_g=3,775\text{ рад/с}$ .

На рис. 4 приведена діаграма зміни кута  $\phi$  крутильних коливань долота від часу  $t$ . Вважалось, що при  $t < 0$  колона оберталась з кутовою швидкістю  $\omega=0,725\text{ рад/с}$ , проте долото було виведено із контакту з породою, яка руйнується. Потім, при  $t=0$  долото вводилось в контакт з породою, після чого починався перехідний процес пружного закручування колони, що змінився її стаціонарними автоколиваннями з періодом  $T=45,8\text{ с}$ . Ці коливання мають релаксаційний характер, оскільки містять зони з майже ломаними обрисами функції  $\phi(t)$ . На рис. 5

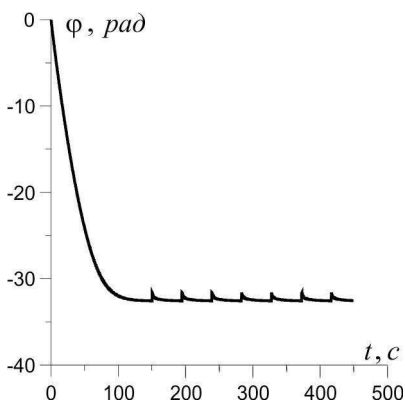


Рис. 4. Форма релаксаційних автоколивань долота при  $\omega_n=0,725\text{ рад/с}$

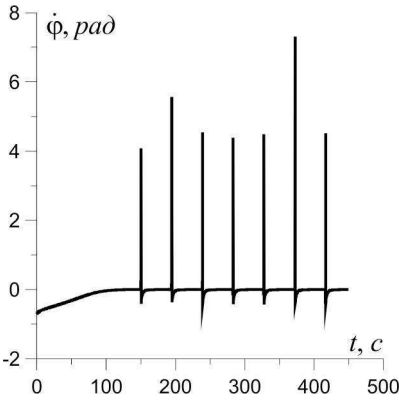


Рис. 5. Графік зміни кутової швидкості долота при  $\omega_n = 0,725 \text{ рад/с}$

представлений графік зміни кутової швидкості колони  $\dot{\phi}(t)$ . Для нього характерна наявність зон залипання, при яких  $\dot{\phi}(t)$  приблизно рівне нулю, і досить коротких відрізків часу на яких виникають гострі піки.

В стані втрати циклу при  $\omega = 3,45 \text{ рад/с}$  реалізуються більш високочастотні коливання з періодом  $T = 7,1 \text{ с}$  (рис. 6). Для встановлення форми цих автоколивань на рис. 7 вони представлені в збільшеному масштабі по часу.

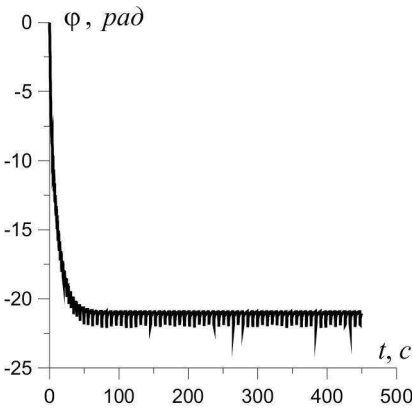


Рис. 6. Форма автоколивань долота при  $\omega_s = 3,45 \text{ рад/с}$

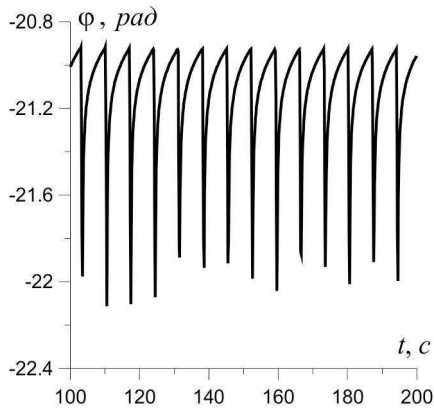


Рис. 7. Фрагмент автоколивань долота в збільшеному масштабі при  $\omega_s = 3,45 \text{ рад/с}$

Відмітимо, що вони також мають релаксаційний характер і містять ділянки швидких і повільних рухів. Такі режими руху представляють значну небезпеку для системи в реальних умовах, оскільки можуть супроводжуватись відкручуванням долота, викрошуванням з нього алмазних різців і загальним руйнуванням колони.



## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *В.И. Гуляев, О.В. Глушак ова, С.Н. Худолій.* Квантованные аттракторы в волновых моделях торсионных колебаний колонн глубокого бурения // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела.-2010. - №2. С. 134-147.
2. *Борщ Е.И, Ващилина Е.В., Гуляев В.И.* Спиральные бегущие волны в упругих стержнях // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела- 2009. - №2. С. 143-149.
3. *V.Gulyayev, O.Glushakova,* Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings // Interaction and Multiscale Mechanics. – V. 4, №4. – P. 139 – 152.
4. *V.I.Gulyayev, S.N. Hudoliy, O.V. Glushakova.* Simulation of torsion relaxation auto-oscillations of drill string bit with viscous and Coulombic friction moment.// Journal of Multi-body Dynamics. – V.225, - P. 139 – 152.
5. *Gulyayev V.I., Borshch O.I.* Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011. – V.78, - P. 759-764.
6. *Gulyayev V.I., Gaidaichuk V.V., Solovjov I.L., Gorbunovich I.V.* The buckling of elongated rotating drill strings // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – 67. – P.140-148.
7. *Gulyayev V.I., Hudoly S.N., Glovach L.V.* The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections // International Journal of Solids and Structures. – 2011. – V.48. – P.110–118.
8. *Gulyayev V.I., Khudoliy S.V., Andrusenko E.N.* Sensitivity of resistance forces to localized geometrical imperfections in movement of drill strings in inclined bore-holes // Interaction and Multiscale Mechanics. – 2011. – V.4. – No.1. – P.1-16.
9. *Ford Brett J.* The genesis of torsional drillstring vibrations // SPE Drilling Engineering. – 1992, v.7, September. – P. 168-174.
10. *Рабинович М.К., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн – М.: Наука, 1984.-432с.
11. *Астарита Дж., Марруччи Дж.* Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 309с.
12. *Лодж А.* Эластичные жидкости. – М.: Наука, 1969. – 463с.
13. *Уилкинсон У.Л.* Неньютоновские жидкости. – М.: Мир, 1964. – 318с.
14. *Костецкий Б.И., Натансон М.Э., Бершадений Л.И.* Механико-химические процессы при граничном трении. – М.: Наука, 1972. – 173 с.
15. *Мирзаджанадзе А.Х., Мирзоян А.А., Гевинян Г.М., Сейд-рза М.К.* Гидравлика глинистых и цементных растворов. – М.: Недра, 1966. – 386с.
16. *Дмитриченко Н.Ф.* Эластогидродинамика: теория и практика. – Львів, Львівська політехніка, 2000. – 224 с.

*Стаття надійшла до редакції 14.02.2013 р.*

*Гайдайчук В.В., Глушакова О.В., Глазунов С.Н.*

### **ТОРСИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ БУРИЛЬНОЙ КОЛОННЫ В ЖИДКОЙ СРЕДЕ**

Поставлена задача про самовозбуждение крутильных автоколебаний бурильной колонны в цилиндрической полости вертикальной скважины, содержащей жидкую среду. Рассмотрены модели механического взаимодействия колонны с вязкой жидкостью. Разработана модель крутильных автоколебаний однородной бурильной колонны в форме осцилляционного маятника. Сформулировано разрешающее нелинейное дифференциальное уравнение с частными производными, позволяющее описывать колебания долота бурильной колонны с учетом сил вязкого трения. Предложен алгоритм численного интегрирования этого уравнения, как по пространственной, так и временной координатам.

*Gaidaichuk V.V., Glushakova O.V., Glazunov S.N.*

### **TORSIONAL AUTO-VIBRATION OF A DRILL STRING IN LIQUID MEDIUM**

The problem about self-excitation of torsion vibration of a drill string in a vertical cylindrical cavity of a bore-hole with liquid medium is stated. The models of mechanical interaction of the drill string with viscous liquid are considered. The oscillation model of torsional autovibration of homogeneous drill string in the form of oscillation pendulum is elaborated, the constitutive nonlinear differential equation with partial derivatives is formulated which permits one to describe vibrations of the drill string bit with allowance made for viscous friction. the algorithm for numeric integration of this equation by spatial and time variables is proposed.