

УДК 539.3

Соловей М.О. канд. техн. наук
Кривенко О.П.

ВПЛИВ НАГРІВУ НА СТІЙКІСТЬ ГЛАДКИХ ПОЛОГИХ СФЕРИЧНИХ ОБОЛОНОК ЛІНІЙНО-ЗМІННОЇ ТОВЩИНИ

В реальних умовах несучі конструкції знаходяться під дією різноманітних силових і температурних полів. Врахування у розрахунках температурних навантажень призводить до появи додаткових деформацій, що може суттєво змінити жорсткість тонкої оболонки. Таким чином, врахування дії температури при дослідженні напружено-деформованого стану (НДС) та стійкості гнучких оболонок дозволяє підвищити достовірність опису поведінки конструкції в процесі її експлуатації.

Для тонких оболонок сталої товщини існує певний досвід дослідження НДС та стійкості при дії термосилових навантажень [1-5]. Для підвищення загальної жорсткості та несучої спроможності застосовуються оболонки змінної товщини [4, 6-8]. Для оболонок змінної товщини врахування дії температурних полів у геометрично нелінійних задачах стійкості є мало дослідженою проблемою у зв'язку із підвищеною складністю вивчення подібних процесів нелінійного деформування.

У роботі за розробленою в [9-11] скінченноелементною методикою розглядається вплив попереднього нагріву на стійкість гнучких пологих сферичних панелей змінної товщини, що навантажуються рівномірно розподіленим тиском. Робота є продовженням виконаних раніше досліджень [6-8], де порівнювалась поведінка та несуча спроможність пологих різної змінної за меридіаном товщини гладких і гранованих оболонок жорстко затиснутих вздовж контуру при дії лише тиску (рис.1). Порівняння оболонок однакового об'єму (з однаковою витратою матеріалу), але з різними законами зміни товщини, показало [8], що більш раціональним є потовщення оболонки в її центральній частині, де вона деформується більше. Оболонки сталої товщини виявилися менш ефективними у порівнянні з оболонками змінної товщини з раціональним розподілом матеріалу.

Дію на оболонку нагріву та тиску будемо розглядати як сумісний процес навантаження, що виконується за два етапи:

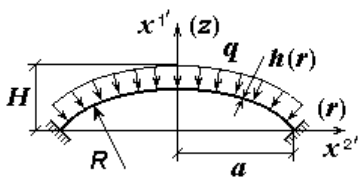
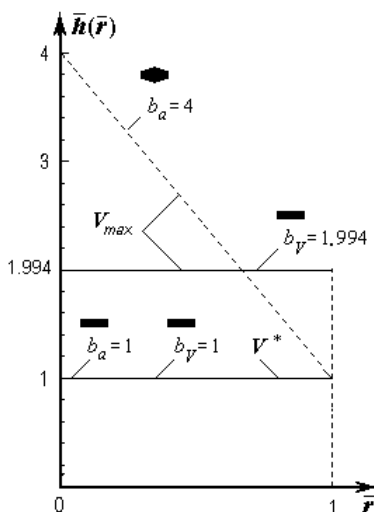


Рис. 1. Сферична панель змінної товщини

Рис. 2. Приклади функцій сталої та лінійно-змінної товщини для панелей однакових об'ємів V^* і V_{max}

навантаженні - в [10, 15, 19].

У виконаних чисельних розрахунках, як і в [6-8], приймалися наступні вихідні величини: стріла підйому $H=0.05$ м, радіус серединної поверхні $R=10.025$ м, радіус опорного контуру $a=1$ м, товщина в характерній точці $h^*=0.01$ м, модуль пружності (для сталі) $E=19.6 \cdot 10^4$ МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu=0.3$, коефіцієнт лінійного теплового розширення $\alpha=0.125 \cdot 10^{-4}$ град $^{-1}$.

1. Спочатку відбувається рівномірний за об'ємом нагрів на T градусів, який супроводжується нелінійним деформуванням оболонки та зміною її напруженого стану. Це може розглядатись як попереднє збурення НДС оболонки, яке позначається на її формах деформування та втрати стійкості при подальшому силовому навантаженні.

2. На другому етапі оболонка навантажується тиском інтенсивністю q при незмінному (зафіксованому) температурному полі.

Властивості матеріалів прийняті сталими та незалежними від температури, оскільки у розглянутих задачах температура нагрівання знаходилась у допустимих межах ($-20^\circ\text{C} \div +200^\circ\text{C}$ [12]).

Достовірність та точність результатів в задачах стійкості гнучких оболонок при дії силових навантажень досліджені в [6-8, 13-16], при дії температурних навантажень - в [17, 18], при спільному термосиловому

Таблиця 1

$T, ^\circ\text{C}$	$q_{кр}, \text{МПа}$ $u'_{кр}, \text{м}$	Лінійно-змінна товщина, b_a			
		1	1.5	2	4
-10	$q_{кр}^e$	0.1870	0.2504	0.3277	0.6718
	$q_{кр}^h$	0.0517	-	0.0740	0.1947
	$u'_{кр}^{I\sigma}$	-1.0030	-1.3080	-1.5870	-2.2780
	$u'_{кр}^{I\eta}$	-6.9630	-	-7.4460	-6.8890
0	$q_{кр}^e$	0.2261	0.3000	0.3783	0.7456
	$q_{кр}^h$	0.0556	-	0.0755	0.1811
	$u'_{кр}^{I\sigma}$	-0.6770	-1.0486	-1.3610	-2.0574
	$u'_{кр}^{I\eta}$	-7.2451	-	-7.6960	-7.1297
20	$q_{кр}^e$	0.2826	0.4020	0.5128	0.9055
	$q_{кр}^h$	0.0640	-	0.0792	0.1564
	$u'_{кр}^{I\sigma}$	-0.1882	-0.4180	-0.7432	-1.7750
	$u'_{кр}^{I\eta}$	-7.7400	-	-8.1240	-7.5850
40	$q_{кр}^e$	0.1985	0.4792	0.6103	1.0820
	$q_{кр}^h$	0.0729	-	0.0823	0.1361
	$u'_{кр}^{I\sigma}$	0.0921	0.1367	0.1108	-1.5170
	$u'_{кр}^{I\eta}$	-8.1400	-	-8.4090	-8.0360
100	$q_{кр}^e$	0.1817	0.3995	0.6810	1.6170
	$q_{кр}^h$	0.1010	-	0.1002	0.0858
	$u'_{кр}^{I\sigma}$	0.6449	0.5842	0.4062	-0.1053
	$u'_{кр}^{I\eta}$	-9.0390	-	-9.5650	-9.1930

Таблиця 2

$T, ^\circ\text{C}$	$q_{кр}, \text{Мпа}$ $u'_{кр}, \text{м}$	Стала товщина, b_V				
		1	1.167	1.334	1.668	1.994
-10	$q_{кр}^e$	0.1870	0.1903	0.2267	0.3356	0.4788
	$q_{кр}^H$	0.0517	0.0792	0.1148	0.2181	0.3736
	$u'_{кр}^{e'}$	-1.0030	-1.2201	-1.4280	-1.8980	2.1900
	$u'_{кр}^{H'}$	-6.9630	-6.7527	-6.4930	-6.0640	-5.7620
0	$q_{кр}^e$	0.2261	0.2226	0.2668	0.3821	0.5375
	$q_{кр}^H$	0.0556	0.0841	0.1212	0.2279	0.3901
	$u'_{кр}^{e'}$	-0.6770	-0.9607	-1.1507	-1.515	-1.9428
	$u'_{кр}^{H'}$	-7.2451	-7.0328	-6.8383	-6.3470	-6.0353
20	$q_{кр}^e$	0.2826	0.2664	0.3266	0.4788	0.6629
	$q_{кр}^H$	0.0640	0.0951	0.1351	0.2483	0.4158
	$u'_{кр}^{e'}$	-0.1882	-0.5704	-0.7690	-1.1900	-1.5560
	$u'_{кр}^{H'}$	-7.7400	-7.4894	-7.2680	-6.7680	-6.4770
40	$q_{кр}^e$	0.1985	0.2848	0.3779	0.5764	0.8051
	$q_{кр}^H$	0.0729	0.1067	0.1508	0.2689	0.4431
	$u'_{кр}^{e'}$	0.0921	-0.1897	-0.3578	-0.7175	-1.1870
	$u'_{кр}^{H'}$	-8.1400	-7.9143	-7.7470	-7.3300	-6.8660
100	$q_{кр}^e$	0.1817	0.2907	0.4338	0.8334	1.2053
	$q_{кр}^H$	0.1010	0.1430	0.1960	0.3344	0.5328
	$u'_{кр}^{e'}$	0.6449	0.5556	0.4949	0.3299	0.1677
	$u'_{кр}^{H'}$	-9.0390	-8.9523	-8.7310	-8.4970	-7.9590

Таблица 3

Оцінка впливу інтенсивності попереднього нагріву на величини критичних навантажень для панелей лінійно-змінної товщини

b_a	$\Delta(q_{кр}^e), \%$				$\Delta(q_{кр}^H), \%$			
	-10°C	20°C	40°C	100°C	-10°C	20°C	40°C	100°C
1	-17.3	25.0	-12.2	-19.6	-7.0	15.1	31.1	81.6
1.5	-16.5	34.0	59.7	33.2	-	-	-	-
2	-13.4	35.5	61.3	80.0	-2.0	4.9	9.0	33.3
4	-9.9	21.4	45.1	116.9	+7.5	-13.6	-24.8	-52.6

Таблиця 4

Оцінка впливу інтенсивності попереднього нагріву на величини критичних навантажень для панелей сталого товщини

b_V	$\Delta(q_{кр}^e), \%$				$\Delta(q_{кр}^H), \%$			
	-10°C	20°C	40°C	100°C	-10°C	20°C	40°C	100°C
1	-17.3	25.0	-12.2	-19.6	-7.0	15.1	31.1	81.6
1.167	-14.5	19.7	27.9	30.6	-5.8	13.1	26.9	70.0
1.334	-13.8	24.1	43.6	64.9	-5.3	11.5	24.4	61.7
1.668	-12.2	25.3	50.8	118.1	-4.3	9.0	18.0	46.7
1.994	-10.9	23.3	49.8	124.2	-4.2	6.6	13.6	36.6

Досліджується вплив інтенсивності попереднього нагріву на стійкість гладких панелей (рис. 1) з раціональним (згідно до [8]) розподілом лінійно-змінної товщини $h(\bar{r})$ (рис. 2)

$$h(\bar{r}) = h^* [1 + (b_a - 1)(1 - \bar{r})]. \quad (1)$$

В (1) і на рис. 2 прийняті наступні позначення:

$\bar{r} = r/a$, r - радіальна координата точки панелі у плані, $h^* = h_{\bar{r}=1}$,
 $b_a = h_{\bar{r}=0}/h^*$ - безрозмірний параметр функції лінійно-змінної товщини
 (1), $\bar{h}(\bar{r}) = h(\bar{r})/h^*$ - функція відносної товщини.

Цікавим є одночасне порівняння процесів деформування та втрати стійкості панелей лінійно-змінної товщини (1) об'ємом V з панелями сталої товщини h_V того ж об'єму. Відповідна товщина h_V знаходиться за формулою

$$h_V = V/(2\pi HR). \quad (2)$$

Панелі сталої товщини (2) будемо характеризувати безрозмірним параметром $b_V = h_V/h^*$.

Дослідження проводилися при зміні параметрів товщини оболонок у межах [8]

$$1 \leq b_a \leq 4, \quad 1 \leq b_V \leq 1.994 \quad (\text{при } V^* \leq V \leq V_{max}) \quad (3)$$

з $b_a = 1, 1.5, 2, 4$ та відповідно з $b_V = 1, 1.167, 1.334, 1.994$. Межі змін параметрів показані на рис. 2. В розглянутих варіантах розрахунків рівномірний нагрів панелей виконувався на $T = -10^\circ, 0^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 100^\circ\text{C}$. Результати розрахунків оболонок лінійно-змінної товщини наведені в табл. 1, сталої товщини - в табл. 2. Аналіз досліджень представлений в табл. 3, табл. 4 та на рис. 3 - рис. 11. В табл. 3 і 4 подане розходження Δ величин $q_{кр}^e$ та $q_{кр}^H$ нагрітих і ненагрітих ($T=0^\circ\text{C}$) панелей.

На першому етапі термосилового навантаження, на якому відбувається нагрів, форма деформування панелей практично не залежить від товщини, як для лінійно-змінної (рис. 5), так і для сталої (рис. 7).

На другому етапі нагріті оболонки при навантаженні тиском втрачають стійкість, яка для оболонок різної товщини з різними інтенсивностями попереднього нагріву має свої особливості.

Аналіз впливу зміни товщини оболонок на величину верхнього критичного навантаження $q_{кр}^e$ показує (рис. 3, табл. 3 і 4), що при збільшенні об'єму оболонки величина її критичного навантаження зростає при нагріві і знижується при охолодженні. Узагальнюючи, можна зробити висновок, що практично для всіх варіантів нагріву для панелей лінійно-змінної товщини це збільшення має лінійний характер (рис. 3,а), а для панелей сталої товщини - параболічний (рис. 3,б). Винятком є попередній нагрів оболонок сталої товщини у діапазоні $-10^\circ\text{C} \div +20^\circ\text{C}$.

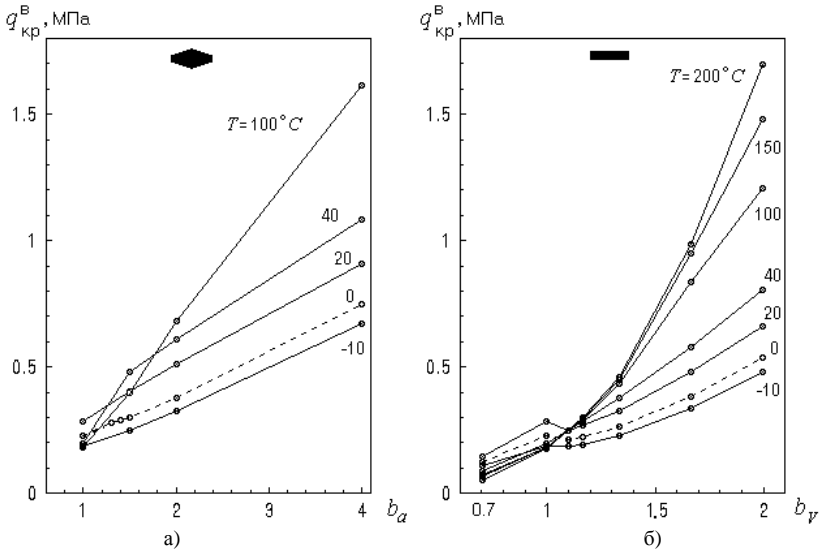


Рис 3. Залежність $q_{кр}^B$ від параметра товщини при попередньому нагріві:

а) для панелей лінійно-змінної товщини; б) для панелей сталої товщини

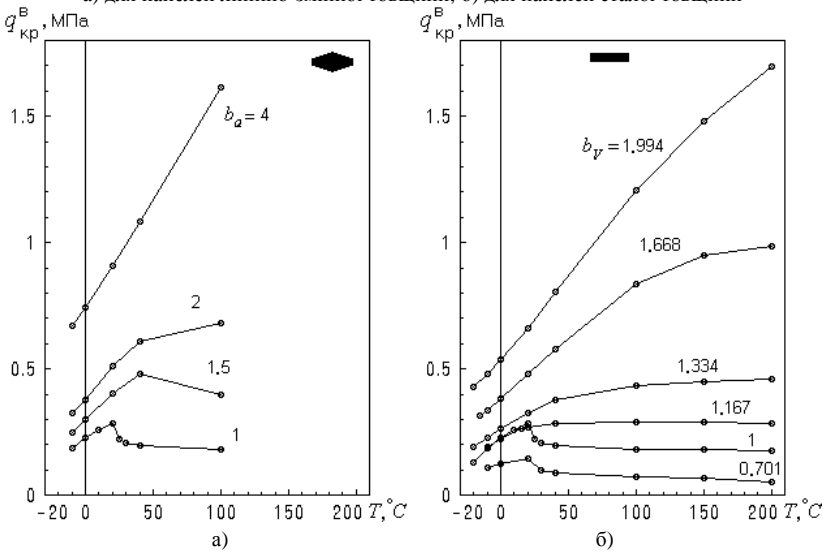


Рис 4. Залежність $q_{кр}^B$ від температури попереднього нагріву при різних параметрах товщини: а) для панелей лінійно-змінної товщини; б) для панелей сталої товщини

Причиною цього є подібна до описаної в [8] (де нагрів відповідав 0°C) перебудова форм деформування та втрати стійкості для оболонок сталі товщини у межах $0.95 \leq b_V \leq 1.167$.

Збільшення величини температури попереднього нагріву неоднаково діє на втрату стійкості оболонок різної товщини (рис. 4). Нагрів відносно тонких панелей ($b_a=1 \div 1.5$ та $b_V=1 \div 1.167$) більш ніж на 20°C призводить до зменшення $q_{кр}^e$. Нагрів відносно товстих панелей ($b_a=2 \div 4$ та $b_V=1.334 \div 1.994$) призводить до поступового зростання величини верхнього критичного навантаження $q_{кр}^e$. Для відносно тонких панелей сталі товщини (рис. 4,б) при нагріві в межах $50^{\circ}\text{C} - 200^{\circ}\text{C}$ характерна стабілізація величини $q_{кр}^e$.

Виявлені нелінійні залежності в зміні $q_{кр}^e$ від зміни інтенсивності попереднього нагріву для оболонок різної товщини (рис. 3, рис. 4) пояснюються відповідною еволюцією їх форм деформування та втрати стійкості (рис. 5 - рис. 12). Зображені форми дають можливість проаналізувати з одного боку, як змінюються форми втрати стійкості панелей визначеної товщини в залежності від величини попереднього нагріву (рис. 6, рис. 8), з іншого - як еволюціонують форми втрати стійкості панелей різної товщини при однакових нагривах (рис. 9, рис. 10).

Для відносно тонких панелей лінійно-змінної товщини ($b_a=1 \div 2$) у межах зміни температури попереднього нагріву ($+20^{\circ}\text{C} \div +40^{\circ}\text{C}$) характерною є форма втрати стійкості з утворенням кільцевої вм'ятини у середній частині меридіану. При нагриванні на $+100^{\circ}\text{C}$ для відповідної форми втрати стійкості спостерігається просідання центральної частини панелі. Для охолодженої на

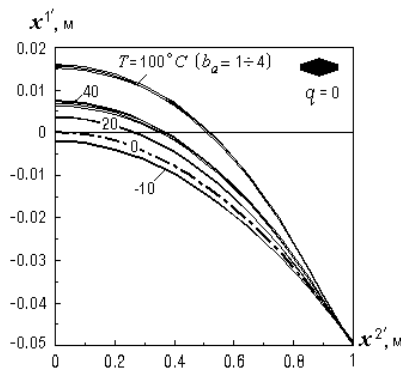


Рис. 5. Порівняння форм деформування панелей лінійно-змінної товщини при різних величинах нагрівів

10°C оболонки втрата стійкості відбувається з проклацуванням її центральної частини.

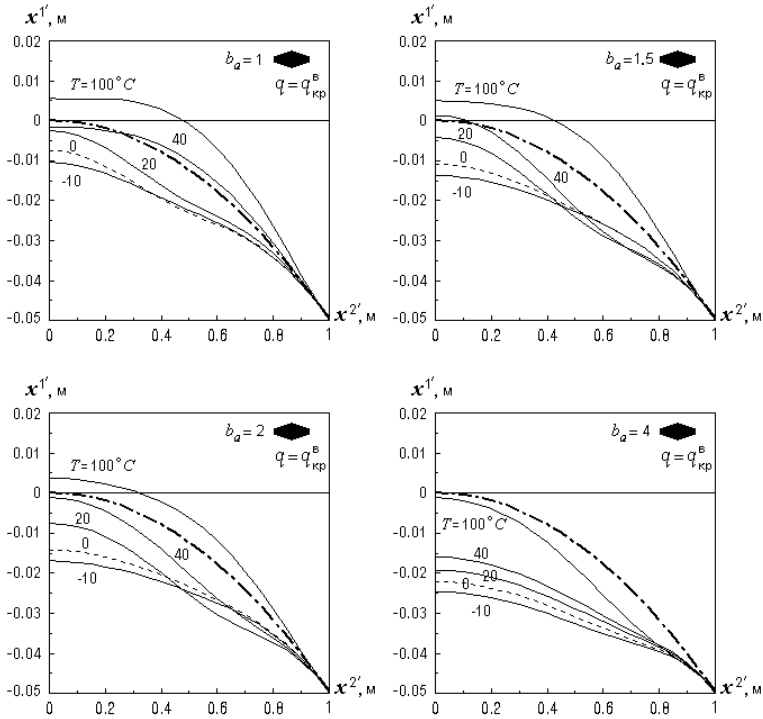


Рис. 6. Порівняння форм втрати стійкості панелями лінійно-змінної товщини при різній інтенсивності попереднього нагріву

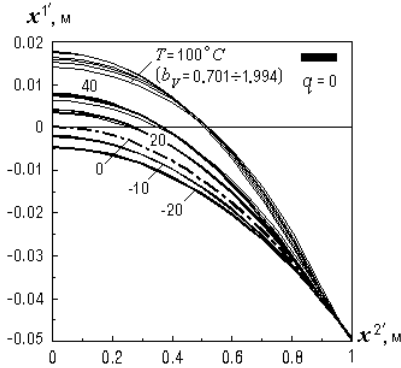


Рис. 7. Порівняння форм деформування панелей сталі товщини при різних величинах нагрівів

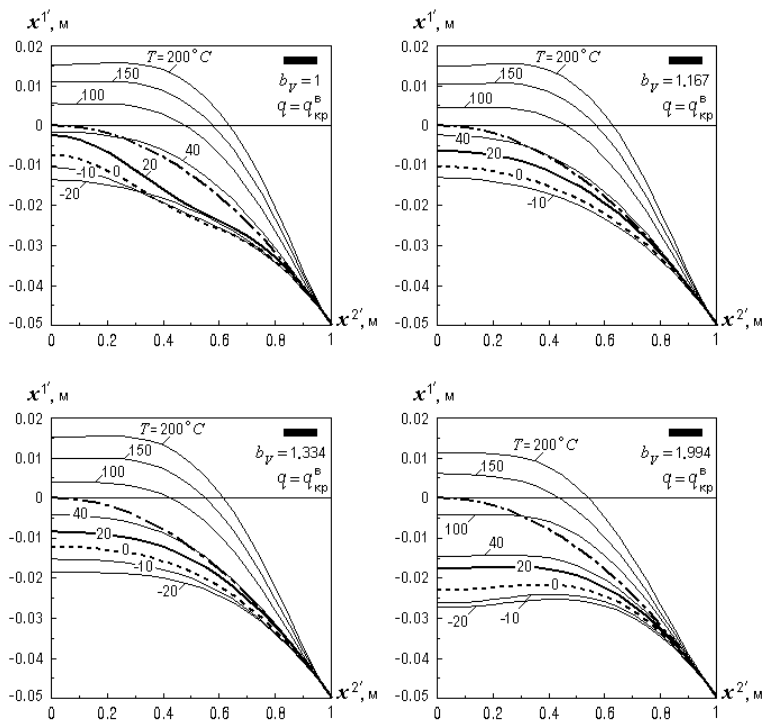


Рис. 8. Порівняння форм втрати стійкості панелями сталюї товщини при різній інтенсивності попереднього нагріву

Аналіз форм деформування оболонок сталюї товщини при нагріві та втраті стійкості поданий на рис. 11 і рис. 12. При охолодженні ($T < 0^\circ\text{C}$) відбувається просідання вихідної форми панелі ($T = 0^\circ\text{C}$), а при нагріві ($T > 0^\circ\text{C}$) - її підйом (рис. 11). При попередньому нагріві у межах $-20^\circ\text{C} \div +20^\circ\text{C}$ та зміні параметра товщини $0.701 \leq b_V \leq 1$ форма втрати стійкості характеризується утворенням кільцевої вм'ятини у середній частині меридіану (рис. 12). В інших межах зміни цих параметрів втрата стійкості відбувається через прокладування центральної частини панелі.

Таким чином, для гладких оболонок сталюї та лінійно-змінної товщини маємо суттєвий вплив величини температури попереднього нагріву на величину критичних навантажень, на характер залежностей величин верхніх критичних навантажень від товщини панелей, на форми деформування та втрати стійкості при різних інтенсивностях нагріву.

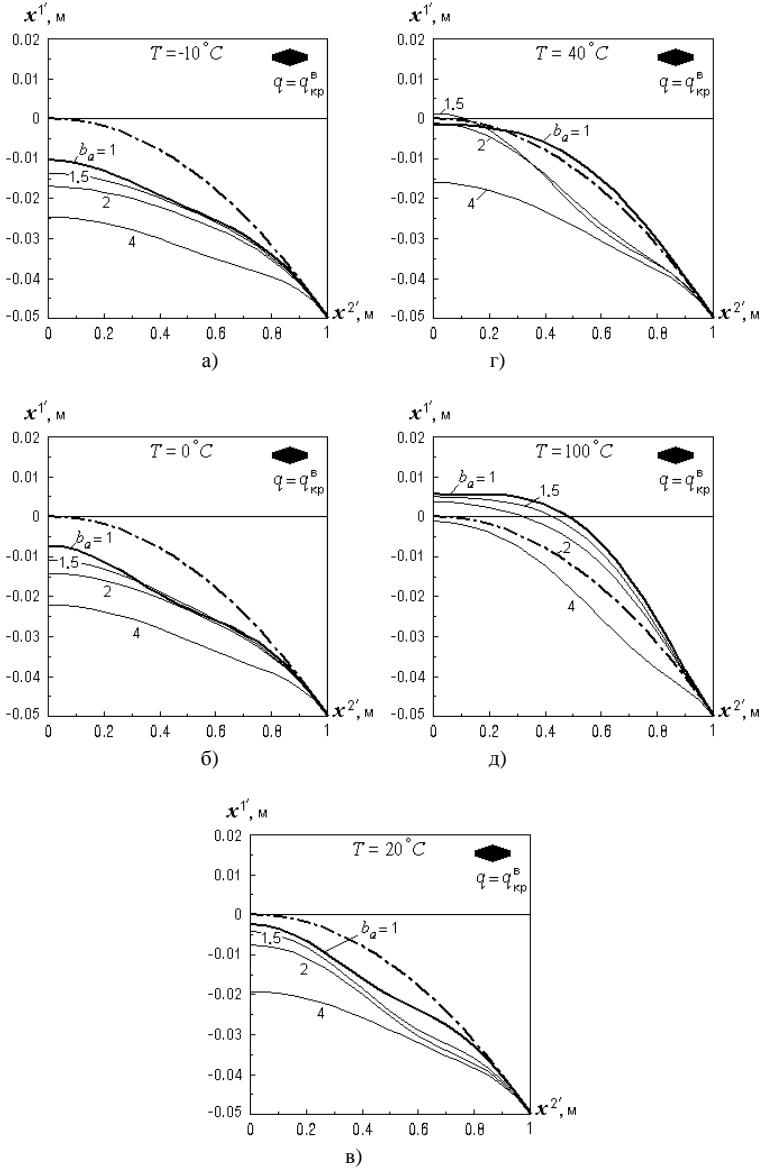


Рис. 9. Порівняння форм втрати стійкості панелями різної лінійно-змінної товщини при однаковій інтенсивності попереднього нагріву

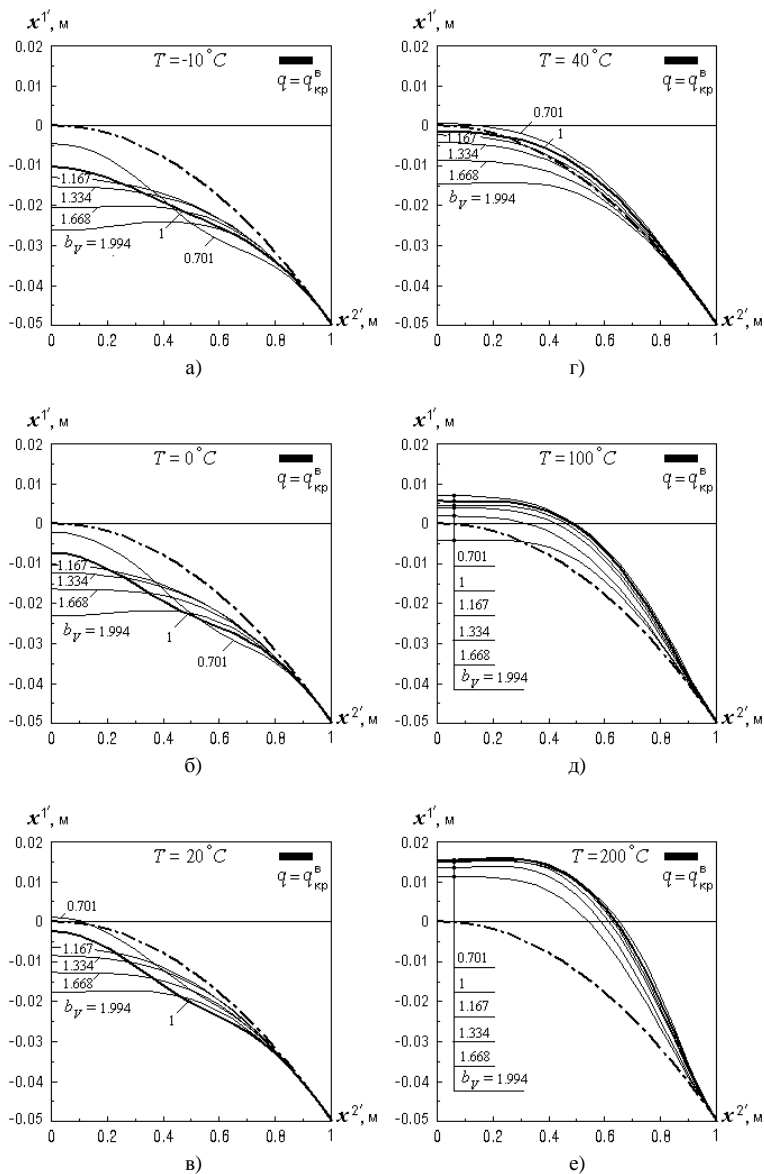


Рис. 10. Порівняння форм втрати стійкості панелями різної сталі товщини при однаковій інтенсивності попереднього нагріву

$T < 0^\circ \text{C}$

$T = 0^\circ \text{C}$

$T > 0^\circ \text{C}$

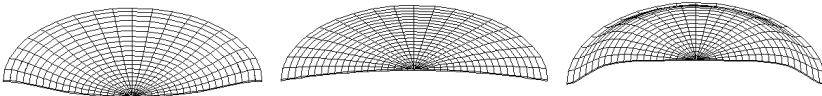


Рис. 11. Форми деформованих панелей сталюї товщини після попереднього нагрівання

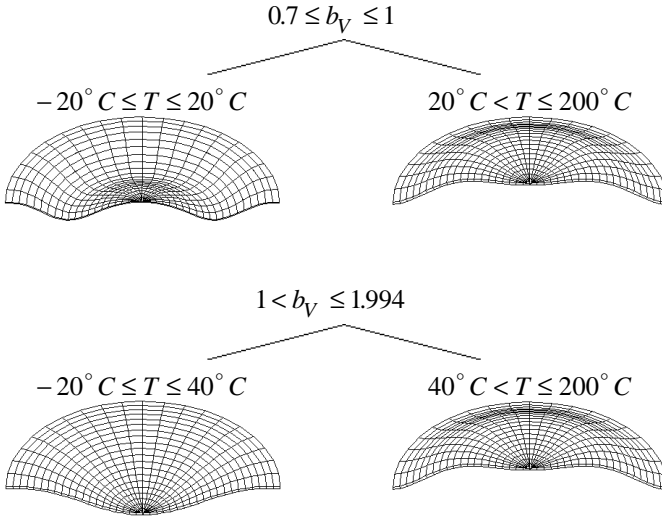


Рис. 12. Форми втрати стійкості нагрітих панелей сталюї товщини від навантаження тиском

Описані результати досліджень, в яких врахована додаткова дія температурного нагріву, підтверджують факт більшої ефективності та несучої спроможності панелей лінійно-змінної товщини у порівнянні з панелями сталюї товщини.

1. *Бажанов В.Л., Гольденблат И.И., Николаенко Н.А., Синюков А.М.* Расчет конструкций на тепловые воздействия. - М.: Машиностроение, 1969. - 600 с.
2. *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. - М.: Наука, 1967. - 984 с.
3. *Григолок Э.И., Кабанов В.В.* Устойчивость оболочек. - М.: Наука, 1978. - 360 с.
4. *Кантор Б.Я.* Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. - К.: Наукова думка, 1974. - 136 с.
5. *Огибалов П.М., Грибанов В.Ф.* Термоустойчивость пластин и оболочек. - М.: Изд-во МГУ, 1968. - 520 с.
6. *Бажанов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П.* Вплив змінної товщини на стійкість пологих панелей при дії рівномірного тиску // Системні технології. Математичні проблеми

- технічної механіки. Збірник наукових праць. - Випуск 4(27).- Дніпропетровськ: "Сист. тех.", 2003. - С. 15-20.
7. *Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П.* Устойчивость пологих оболочек вращения линейно-переменной толщины // *Авиационно-космическая техника и технология.* - 2004. - № 2 (10). - С. 18-25.
 8. *Соловей М.О., Кривенко О.П.* Аналіз стійкості гладких лінійно-змінної та гранованих ступінчато-змінної товщини пологих сферичних оболонок // *Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн.* - К.: КНУБА, 2003 р. - Вип. 72. - С. 83-96.
 9. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Нелінійні рівняння деформування тонких багатощарових оболонок при термосилових навантаженнях // *Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн.* - К.: КДТУБА, 1998. - Вип. 64. - С. 116-127.
 10. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П., Аят Н.* Стійкість гнучких оболонок в умовах складного термосилового навантаження // *Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн.* - К.: КДТУБА, 1999. - Вип. 65. - С. 75-90.
 11. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Співвідношення моментної схеми скінчених елементів у задачах стійкості неоднорідних оболонок при термосилових навантаженнях // *Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн.* - К.: КНУБА, 1999. - Вип. 66. - С. 22-25.
 12. *Металлические конструкции. В 3-х томах. Т 1. Элементы стальных конструкций: Учеб. пособие для строит. вузов / В.В.Горев, Б.Ю.Уваров, В.В. Филиппов и др.; Под ред. В.В.Горева.* - М.: Высш. школа, 1997. - 527 с.
 13. *Баженов В.А., Соловей Н.А., Кривенко О.П.* Нелинейные уравнения МКЭ в задачах устойчивости неоднородных оболочек // *Математическое моделирование в механике сплошных сред на основе методов граничных и конечных элементов: доклады XVII Международной конференции. Доклады.* - СПб.: НИИХ СПбГУ, 1999. С. 40-44.
 14. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Стійкість гладких ребристих та послаблених вирізаних гнучких пологих панелей // *Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн.* - К.: КНУБА, 2000 р. - Вип.67. - С. 92-103.
 15. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Стійкість гнучких пологих панелей ступінчато-змінної товщини // *Системні технології. Математичні проблеми технічної механіки. Збірник наукових праць.* - Випуск 2(13).- Спец. вип. - Дніпропетровськ: "Сист. тех.", 2001. - С. 7-11.
 16. *Баженов В.А., Соловей М.О., Кривенко О.П.* Вплив параметрів ребер на стійкість гнучких панелей // *Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн.* - К.: КНУБА, 2001 р.- Вип. 69. - С. 18-24.
 17. *Соловей М.О., Кривенко О.П.* Вплив кривини на стійкість гнучких пологих панелей, що нерівномірно нагріваються // *Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн.* - К.: КНУБА, 1999. - Вип. 66. - С. 18-21.
 18. *Баженов В.А., Сахаров А.С., Соловей Н.А., Кривенко О.П., Аят Н.* Моментная схема метода конечных элементов в задачах прочности и устойчивости гибких оболочек при термосиловых воздействиях // *Проблемы прочности,* 1999. - № 5. - С. 96-100.
 19. *Соловей М.О., Кривенко О.П.* Порівняльний аналіз розв'язків у задачах стійкості гнучких оболонок при різних законах нерівномірного нагріву // *Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн.* - К.: КНУБА, 2002 р. - Вип. 70. - С. 104-109.

Матеріал надійшов до редакції 31.05.04.