

УДК 539.3

д-р техн. наук, доцент Іванченко Г.М.
Київський національний університет будівництва і архітектури

КОЛИВАННЯ ЗРІВНОВАЖУВАЛЬНОГО КАНАТУ ШАХТНОГО ПІДЙОМНИКА ПРИ КОНТУРНОМУ РУСІ

Досліджується вплив величини швидкості контурного руху зрівноважувального канату шахтного підйомника на частоти власних коливань петлі канату.

Ключові слова: зрівноважувальний канат шахтного підйомника, контурний рух, власні коливання.

В підймальних установках глибоких шахт для зрівноваження значної маси протяжних тягових канатів використовуються зрівноважувальні (хвостові) канати різної конструкції [1]. Зрівноважувальний канат підйомної установки кріпиться до шахтних підйомних клітей, створюючи петлю, що провисає в нижній зумпфовій частині шахтного стволу. Швидкість руху підйомних клітей досягає 20 м/с. В умовах експлуатації шахтних підйомників при динамічних навантаженнях [2] є загроза виникнення резонансів в зрівноважувальному канаті, що обумовлює потребу у вивченні впливу величини швидкості контурного руху тросової системи (швидкість клітей) на спектр частот власних коливань зрівноважувального канату.

Для визначення резонансних частот коливань канату при контурному русі він моделюється важкою нерозтяжною ниткою (рис. 1), довжина якої L а погонна щільність μ .

Рівняння контурного руху нитки має вигляд [3]:

$$\frac{d}{ds} \left[(T - \mu v_{\tau}^2) \vec{\tau} \right] + \vec{P} - \mu (\vec{a}^r + \vec{a}^c) = 0, \quad (1)$$

де: T – сила натягу нитки, $\vec{\tau}$ – дотичний орт звичайного трикутника, s – ейлерова координата, \vec{P} – інтенсивність зовнішніх сил, \vec{a}^r і \vec{a}^c відносно і кориолісове прискорення.

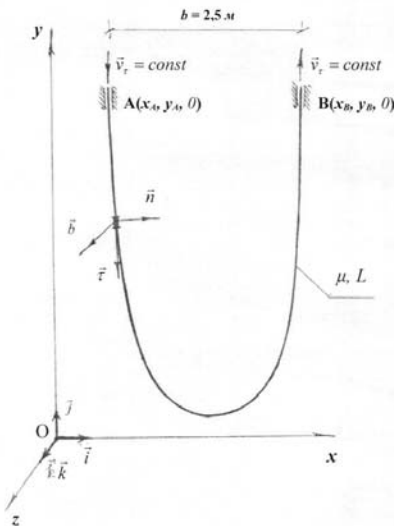


Рис. 1. Схема зрівноважувального канату, що здійснює контурний рух

Ввівши систему координат хуз з органами \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} , в якій площина xOy паралельна площині руху тросової петлі, можна отримати проекції векторного рівняння (1) з урахуванням рівняння в'язі:

$$\begin{aligned} \frac{dO}{ds} &= -\tau_{\delta} [\mathcal{D}_{\delta} - \mu(\dot{a}_{\delta}^r + \dot{a}_x^c)] - \tau_y [P_y - \mu(a_y^r + a_y^c)], \\ \frac{d\tau_x}{ds} &= \frac{1}{\dot{O} - \mu v_{\tau}^2} \left\{ -\tau_y^2 [\mathcal{D}_x - \mu(\dot{a}_x^r + \dot{a}_x^c)] + \tau_x \tau_y [P_y - \mu(a_y^r + a_y^c)] \right\}, \\ \frac{d\tau_y}{ds} &= \frac{1}{\dot{O} - \mu v_{\tau}^2} \left\{ \tau_x \tau_y [\mathcal{D}_x - \mu(\dot{a}_x^r + \dot{a}_x^c)] - \tau_x^2 [P_y - \mu(a_y^r + a_y^c)] \right\}, \\ \frac{dx}{ds} &= \tau_x, \quad \frac{dy}{ds} = \tau_y, \end{aligned} \quad (2)$$

де: $P_x = 0$, $a_x^r = \ddot{x}$, $a_x^c = 2v_r (\dot{\tau}_x \tau_y^2 - \dot{\tau}_y \tau_x \tau_y)$,
 $P_y = -\mu g$, $a_y^r = \ddot{y}$, $a_y^c = 2v_r (\dot{\tau}_y \tau_x^2 - \dot{\tau}_x \tau_x \tau_y)$.

Для дослідження малих коливань нитки система рівнянь (2) лінеаризована в околі ланцюгової лінії – форми, яку приймає ділянка лінії вдалого спокою рухомої вздовж себе нитки з натягом $T - \mu v_{\tau}^2$:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta O}{ds} &= \mu(\tau_{\delta} \Delta \dot{\delta} + \tau_{\delta} \Delta \ddot{\delta} + g \Delta \tau_y), \\ \frac{d\Delta \tau_x}{ds} &= \frac{\mu}{\dot{O} - \mu v_{\tau}^2} \left[\frac{g \tau_x \tau_y}{T - \mu v_{\tau}^2} \Delta T - g(\Delta \tau_x \tau_y + \tau_x \Delta \tau_y) - \tau_x \tau_y \Delta \ddot{y} + \right. \\ &\quad \left. + \tau_y^2 \Delta \ddot{x} + 2v_{\tau} (\Delta \dot{\tau}_x \tau_y^2 - \Delta \dot{\tau}_y \tau_x \tau_y) \right], \\ \frac{d\Delta \tau_y}{ds} &= \frac{\mu}{\dot{O} - \mu v_{\tau}^2} \left[-\frac{g \tau_x^2}{T - \mu v_{\tau}^2} \Delta T + 2g \tau_x \Delta \tau_{\delta} - \tau_x \tau_y \Delta \ddot{x} + \right. \\ &\quad \left. + \tau_x^2 \Delta \ddot{y} + 2v_{\tau} (\Delta \dot{\tau}_y \tau_x^2 - \Delta \dot{\tau}_x \tau_x \tau_y) \right], \\ \frac{d\Delta x}{ds} &= \Delta \tau_x, \quad \frac{d\Delta y}{ds} = \Delta \tau_y. \end{aligned} \quad (3)$$

Ця система лінеаризованих рівнянь обмежена крайовими умовами

$$\Delta x(0) = \Delta y(0) = \Delta x(L) = \Delta y(L) = 0.$$

Розв'язок лінеаризованої системи рівнянь (3) руху важкої нитки будуватиметься у вигляді

$$\begin{aligned}
 \Delta T &= \Delta T^s \sin \omega t + \Delta T^c \cos \omega t, \\
 \Delta \tau_x &= \Delta \tau_x^s \sin \omega t + \Delta \tau_x^c \cos \omega t, \\
 \Delta \tau_y &= \Delta \tau_y^s \sin \omega t + \Delta \tau_y^c \cos \omega t, \\
 \Delta x &= \Delta x^s \sin \omega t + \Delta x^c \cos \omega t, \\
 \Delta y &= \Delta y^s \sin \omega t + \Delta y^c \cos \omega t,
 \end{aligned} \tag{4}$$

де ω – частота коливань, t – часова координата.

З урахуванням побудованого розв'язку (4) вирішуюча система лінеаризованих диференціальних рівнянь (3) руху нитки набуває вигляду

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Delta\dot{\theta}^s}{ds} &= \mu(-\tau_\theta \omega^2 \Delta x^s - \tau_\theta \omega^2 \Delta y^s + g\Delta\tau_y^s), \\
 \frac{d\Delta\dot{\theta}^c}{ds} &= \mu(-\tau_\theta \omega^2 \Delta x^c - \tau_\theta \omega^2 \Delta y^c + g\Delta\tau_y^c), \\
 \frac{d\Delta\tau_x^s}{ds} &= \frac{\mu}{\dot{\theta} - \mu v_\tau^2} \left[\frac{g\tau_x\tau_y}{T - \mu v_\tau^2} \Delta T^s - g(\Delta\tau_x^s\tau_y + \tau_x\Delta\tau_y^s) + \right. \\
 &\quad \left. + \omega^2(\tau_x\tau_y\Delta y^s - \tau_y^2\Delta x^s) - 2v_\tau\omega\tau_y(\tau_y\Delta\tau_x^c - \Delta\tau_y^c\tau_x) \right], \\
 \frac{d\Delta\tau_x^{\bar{n}}}{ds} &= \frac{\mu}{\dot{\theta} - \mu v_\tau^2} \left[\frac{g\tau_x\tau_y}{T - \mu v_\tau^2} \Delta T^{\bar{n}} - g(\Delta\tau_x^{\bar{n}}\tau_y + \tau_x\Delta\tau_y^{\bar{n}}) + \right. \\
 &\quad \left. + \omega^2(\tau_x\tau_y\Delta y^{\bar{n}} - \tau_y^2\Delta x^{\bar{n}}) + 2v_\tau\omega\tau_y(\tau_y\Delta\tau_x^s - \Delta\tau_y^s\tau_x) \right], \\
 \frac{d\Delta\tau_y^s}{ds} &= \frac{\mu}{\dot{\theta} - \mu v_\tau^2} \left[-\frac{g\tau_x^2}{T - \mu v_\tau^2} \Delta T^s + 2g\tau_x\Delta\tau_x^s + \right. \\
 &\quad \left. + \omega^2(\tau_x\tau_y\Delta x^s - \tau_x^2\Delta y^s) - 2v_\tau\omega\tau_x(\tau_x\Delta\tau_y^c - \Delta\tau_x^c\tau_y) \right], \\
 \frac{d\Delta\tau_y^c}{ds} &= \frac{\mu}{\dot{\theta} - \mu v_\tau^2} \left[-\frac{g\tau_x^2}{T - \mu v_\tau^2} \Delta T^c + 2g\tau_x\Delta\tau_x^c + \right. \\
 &\quad \left. + \omega^2(\tau_x\tau_y\Delta x^c - \tau_x^2\Delta y^c) + 2v_\tau\omega\tau_x(\tau_x\Delta\tau_y^s - \Delta\tau_x^s\tau_y) \right], \\
 \frac{d\Delta x^s}{ds} &= \Delta\tau_x^s, \quad \frac{d\Delta x^c}{ds} = \Delta\tau_x^c, \quad \frac{d\Delta y^s}{ds} = \Delta\tau_y^s, \quad \frac{d\Delta y^c}{ds} = \Delta\tau_y^c.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Система рівнянь (5) має крайові умови

$$\begin{aligned}\Delta\delta^s(0) &= \Delta\delta^c(0) = \Delta y^s(0) = \Delta y^c(0) = 0, \\ \Delta\delta^s(L) &= \Delta\delta^c(L) = \Delta y^s(L) = \Delta y^c(L) = 0.\end{aligned}\quad (6)$$

Сформульовану крайову задачу (5) з умовами на краях (6) можна перетворити в задачу з початковими умовами. Для цього розв'язок однорідної системи лінеаризованих рівнянь (5) подається у вигляді суперпозиції її розв'язків при почерговому збуренні початкових параметрів. Для задоволення крайових умов в точці В маємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned}\Delta\tilde{\delta}_1^s \cdot \tilde{N}_1 + \Delta\tilde{\delta}_2^s \cdot \tilde{N}_2 + \Delta\tilde{\delta}_3^s \cdot \tilde{N}_3 + \Delta\tilde{\delta}_4^s \cdot \tilde{N}_4 &= 0; \\ \Delta\tilde{\delta}_1^c \cdot \tilde{N}_1 + \Delta\tilde{\delta}_2^c \cdot \tilde{N}_2 + \Delta\tilde{\delta}_3^c \cdot \tilde{N}_3 + \Delta\tilde{\delta}_4^c \cdot \tilde{N}_4 &= 0; \\ \Delta y_1^s \cdot \tilde{N}_1 + \Delta y_2^s \cdot \tilde{N}_2 + \Delta y_3^s \cdot \tilde{N}_3 + \Delta y_4^s \cdot \tilde{N}_4 &= 0; \\ \Delta y_1^c \cdot \tilde{N}_1 + \Delta y_2^c \cdot \tilde{N}_2 + \Delta y_3^c \cdot \tilde{N}_3 + \Delta y_4^c \cdot \tilde{N}_4 &= 0.\end{aligned}\quad (7)$$

В цій системі $\Delta\tilde{\delta}_i, \Delta y_i$ ($i = 1, 4$) – розв'язки вирішуючої системи лінеаризованих диференціальних рівнянь руху нитки (5) в точці В ($s = L$) при одиничних незалежних збуреннях $\Delta\tilde{\delta}^s(0) = 1; \Delta\tilde{\delta}^c(0) = 1; \Delta\tau_\delta^s = 1; \Delta\tau_\delta^c = 1$ та нульових значеннях решти початкових умов; C_i , ($i = 1, 4$) – невідомі початкові умови.

Значення частот збурень ω , при яких система рівнянь (7) вироджується, що свідчить про неєдинність розв'язку системи (5), відповідають власним частотам коливань нитки [4].

По методиці, викладеній вище, досліджено вплив величини швидкості контурного руху однорідної ідеальної нитки з погонною масою $\mu = 17,65$ кг/м на спектр власних частот провисаючої тросової петлі довжиною $L = 20$ м при відстані між точками підвісу $b = 2,5$ м. Побудовані залежності детермінанту Δ системи алгебраїчних рівнянь (7) від величини частоти збурення тросової петлі ω (рад/с) при декількох значеннях швидкості поздовжнього руху троса $v_\tau = 0; 1; 10$ і / \tilde{n} . При нерухомому тросі в провисаючій петлі $v_\tau = 0$ функція $\Delta = f(\omega)$ набуває нульового значення при частоті ω , величина якої дорівнює кожній із власних частот системи, що розглядається. Ця залежність зображена на рис. 2 та рис. 3 суцільною лінією. Точки дотику графіку цієї функції до осі абсцис співпадають зі значеннями власних частот нерухомої тросової петлі. Пунктирною лінією на рисунках зображена зміна детермінанту Δ для тросової петлі, що рухається вздовж себе зі швидкістю $v_\tau = 1$ і / \tilde{n} (рис. 2) та $v_\tau = 10$ і / \tilde{n} (рис. 3). Порівняння характеру зміни детермінанту системи алгебраїчних рівнянь Δ , зображених суцільною і пунктирною лініями, дозволяє стверджувати, що контурний рух троса надає системі демпфуючих властивостей. Спектр цих

частот зміщується в бік збільшення.

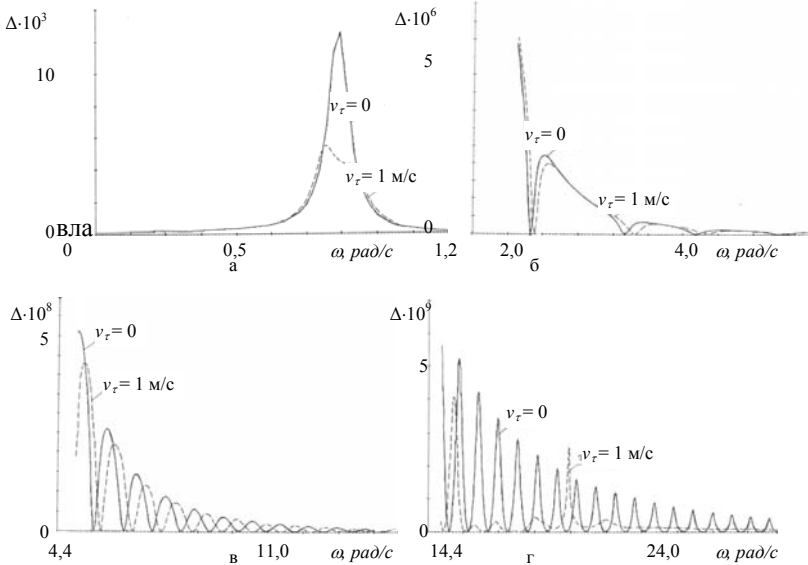


Рис. 2 Порівняння залежностей детермінанта Δ при нерухомому тросі і при $v_{\tau} = 1$ м/с

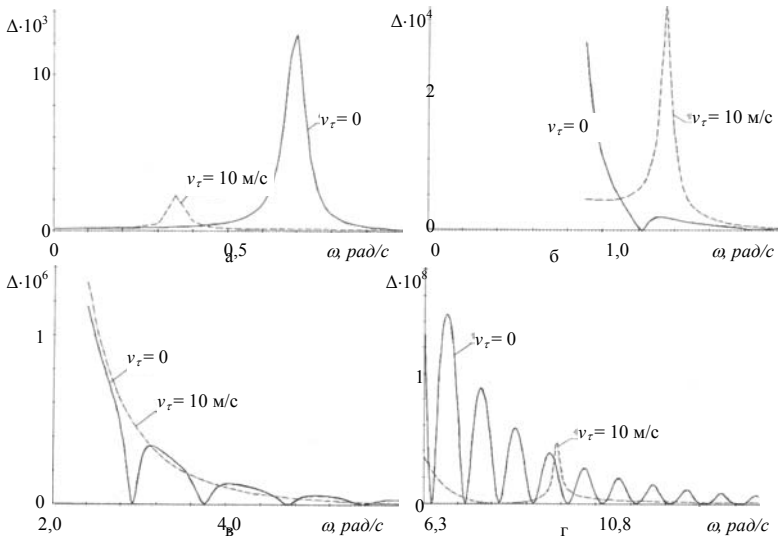


Рис. 3 Порівняння залежностей детермінанта Δ при нерухомому тросі і при $v_{\tau} = 10$ м/с

Крім того, для кожної величини контурної швидкості існує поріг чуттєвос-

ті до високочастотних збурень. При $v_{\tau} = 1 \text{ м/с}$ він становить $\omega = 18,25 \text{ рад/с}$, а при $v_{\tau} = 10 \text{ м/с}$ тросова петля взагалі сприймає лише одну резонансну частоту збурення $\omega = 8,32 \text{ рад/с}$.

Література:

1. Найдено И.С., Белый В.Д. Шахтные многоканатные подъемные установки. Изд.2, перераб. и доп. – М.: Недра, 1979. – 391 с.
2. Алексеева Л.А. Теория и практика подъема. – К.: Наукова думка, 1975. – 357 с.
3. Меркин Д.Р. Введение в механику гибкой нити. – М.: Наука, 1980. – 240 с.
4. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1975. – 682 с.

Аннотация

Исследуется влияние величины скорости контурного движения уравновешивающего каната шахтного подъемника на частоты собственных колебаний петли каната.

Ключевые слова: уравновешивающий канат шахтного подъемника, контурное движение, собственные колебания.

Annotation

The response of dimension of contouring motion speed of balancing rope of shaft hoist on natural vibration frequencies of the rope splice is under investigation.

Key words: balancing rope of shaft hoist, contouring motion, natural vibration frequencies.