

УДК 539.376

**В.А. Баженов**, д-р техн. наук,  
**С.О. Пискунов**, канд. техн. наук,  
**Р.М. Остапенко**

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ КОНТИНУАЛЬНОГО РУЙНУВАННЯ РОТОРА ПАРОВОЇ ТУРБІНИ З ДЕФЕКТОМ В УМОВАХ ПОВЗУЧОСТІ**

На основі напіваналітичного методу скінчених елементів проведено дослідження процесу накопичення пошкоджень і розвитку зони континуального руйнування ротора з початковим дефектом в умовах повзучості. Показано, що зона континуального руйнування поширюється в межах поперечного перерізу ротора і набуває вигляду напівеліптичної тріщини.

**Вступ.** Ротори являють собою тіла обертання складної форми, які працюють в умовах тривалого навантаження під дією високих температур. Визначення їх несучої здатності та ресурсу вимагає визначення параметрів напружено-деформованого стану з урахуванням наявності деформацій повзучості і накопичення пошкожденості. Такі задачі розглядаються, здебільшого, у вісесиметричній постановці, що передбачає певну ідеалізацію, зокрема однорідність властивостей матеріалу. Але, з експериментальної практики відомо, що внаслідок технологічної обробки відхилення фізико-механічних властивостей матеріалу, що характеризують пружно-пластичне деформування сягає 2-3% від номінальних значень. При розгляді повзучості матеріалу такі відхилення можуть бути набагато більшими [6]. У зв'язку з цим актуальною є задача розрахункової оцінки ресурсу з урахуванням просторової неоднорідності напружено-деформованого стану, викликаного наявністю в матеріалі областей із зазначеними відхиленнями фізико-механічних характеристик матеріалу. Розв'язання просторової задачі на основі МСЕ в цьому призводить до значних обчислювальних витрат. Зважаючи на те, що ротор є тілом обертання раціональним є використання напіваналітичного методу скінчених елементів (НМСЕ).

У роботі [4] була розроблена та апробована методика розрахунку тіл обертання в умовах повзучості з урахуванням неоднорідності напружено-деформованого стану, а також розв'язана задача про визначення основного ресурсу ротора парової турбіни за наявності в ньому дефекту у вигляді розташованої в поперечному перерізі локальної області, фізико-механічні характеристики повзучості матеріалу в якій відрізняються від номінальних. Для подальшого дослідження процесу континуального

руйнування і визначення величини додаткового ресурсу, пов'язаного із часом утворення магістральної тріщини, необхідним є моделювання розвитку зони континуального руйнування ротора.

Таким чином, метою даної роботи є визначення додаткового ресурсу ротора парової турбіни за наявності в ньому дефекту на основі моделювання росту зони континуального руйнування.

**Вихідні співвідношення.** Опис пружного деформування матеріалу здійснюється із використанням закону Гука, припущення деформацій повзучості визначаються на основі теорії зміцнення:

$$d\varepsilon_{ij}^c = \lambda_c \frac{\partial f_c}{\partial s^{ij}} = \lambda_c s_{ij}, \quad (1)$$

де  $f_c$  – функція, що визначає поверхню повзучості.

При наявності континуального руйнування вираз функції поверхні повзучості містить параметр пошкодженості  $\omega$ :

$$f_c = \frac{3}{2} s_{ij} s^{ij} - \left[ \sigma_i \left( c, T, \xi_c^i, \omega \right) \right]^2 = 0, \quad (2)$$

для опису якого застосовується кінетичне рівняння вигляду:

$$\frac{d\omega}{dt} = C \left[ \frac{\sigma_e}{1 - \omega^r} \right]^m \frac{1}{(1 - \omega)^q} \omega^\beta,$$

наведене в роботі [3].

**Алгоритм розв'язання просторових задач повзучості.** Для розв'язання задач повзучості при дослідженні процесу нелінійного деформування необхідним є використання покрокового алгоритму. На кожній ітерації  $n$  кроку  $m$  вектор невідомих переміщень  $\{u\}_n^m$  системи нелінійних рівнянь НМСЕ може бути поданий у вигляді:

$$\{u_l\}_{n+1}^m = \{u_l\}_n^m + \beta [K_{ll}]^{-1} \left( \{Q_l\}_n^m - \{R_l\}_n^m \right). \quad (3)$$

де  $\{Q_l\}_n^m$  – вектор вузлових навантажень на кроці  $m$ ;  $\{R_l\}_n^m$  – вектор вузлових реакцій на ітерації  $n$ .

Умовою збіжності ітераційного процесу на кроці є нерівність:

$$\sum_{l=0}^L \left( \{ \Delta u \}_l^n \right)^2 \leq \zeta \sum_{l=0}^L \left( \{ u \}_l^n \right)^2 . \quad (4)$$

На початку кожної ітерації  $n$  кроку  $m$  компоненти тензора напружень  $\sigma_{ij}$  обчислюються за формулою:

$$\left( \sigma_{ij} \right)_n = \left( \sigma_{ij} \right)_{n-1} + \left( \Delta \sigma_{ij} \right)_n , \quad (5)$$

Дійсні значення напружень  $\left( \overline{\sigma}_{ij} \right)_n^m$ , що використовуються для визначення компонент вектора вузлових реакцій  $\{ R \}_n^m$ , обчислюються за формулою:

$$\left( \overline{\sigma}_{ij} \right)_n^m = \frac{1}{3} \delta^{ij} \left( \sigma_{ij} \right)_n^m + \left( s^{ij} \right)_n^m = \left( \sigma_o \right)_n^m + \left( s^{ij} \right)_n^m , \quad (6)$$

де

$$\left( \overline{s}^{ij} \right)_n^m = \left( s^{ij} \right)_n^m - G_1 \left( \Delta \varepsilon_{ij}^c \right)_n^m , \quad \left( \Delta \varepsilon_{ij}^c \right)_n^m = \left( \xi_{ij}^c \right)_n^m \Delta t_m , \quad (7)$$

Отримані за формулами (5), (6), (7) напруження перевіряються за умовою (4), після виконання якої проводиться обчислення прирощень деформацій повзучості  $\left( \Delta \varepsilon_{ij}^c \right)_m$  і пошкодженості  $\left( \Delta \omega \right)_m$  із використанням напружень, отриманих на останній ітерації кроку, і відповідних накопичених величин  $\left( \varepsilon_{ij}^c \right)_m$  і  $\omega_m$ :

$$\left( \varepsilon_{ij}^c \right)_m = \left( \varepsilon_{ij}^c \right)_{m-1} + \left( \Delta \varepsilon_{ij}^c \right)_m = \left( \varepsilon_{ij}^c \right)_{m-1} + \left( \xi_{ij}^c \right)_m \Delta t_m , \quad (8)$$

$$\omega_m = \omega_{m-1} + \left( \Delta \omega \right)_m = \omega_{m-1} + \left( \frac{d\omega}{dt} \right)_m \Delta t_m .$$

Формули (5)–(8) є інваріантними щодо конкретизованого вигляду виразів  $\xi_i^c$  і  $\frac{d\omega}{dt}$ .

У кінці кожного кроку для всіх точок тіла здійснюється перевірка умови локальної втрати несучої здатності матеріалу:

$$\omega > \omega^*, \quad (9)$$

де  $\omega^*$  – критичне значення параметра пошкодженості, що відповідає моменту руйнування матеріалу.

Момент часу  $t^*$ , коли хоч в одному із СЕ задовольняється умова (9), фіксується як момент переходу від процесу накопичення пор і несущільностей у матеріалі, що враховуються інтегрально за допомогою параметра пошкодженості, до процесу зародження макроскопічних дефектів. Моделювання їхнього розвитку до утворення початкових тріщин може бути продовжено на основі співвідношень континуальної механіки руйнування.

**Алгоритм моделювання розвитку зони континуального руйнування в умовах повзучості.** При розв'язанні задачі континуального руйнування в умовах повзучості момент часу  $t^*$ , коли в одному із СЕ, координати центра ваги якого  $\{z^{1*}, z^{2*}, z^{3*}\}$ , задовольняється умова  $\omega > \omega^*$ , де  $\omega^*$  – критичне значення параметра пошкодженості, що відповідає моменту руйнування матеріалу,  $\omega^* = 1$  [211], фіксується як момент переходу від процесу накопичення пор і несущільностей у матеріалі, наявність яких враховується інтегрально за допомогою параметра пошкодженості, до процесу зародження макроскопічних дефектів – розвитку зони континуального руйнування рис.1,а. Для моделювання розвитку зони континуального руйнування в точці з координатами  $\{z^{1*}, z^{2*}, z^{3*}\}$  вводиться порожнина об'ємом  $V_0$ , в межах якої напруження і модуль пружності матеріалу дорівнюють нулю (рис. 1,б).

Подальше розв'язання задачі виконується на основі алгоритму, що полягає в прирівнюванні до нуля напружень і модуля пружності для елементів, в центрі ваги яких виконується умова  $\omega = \omega^*$ . Процес закінчується при досягненні порожниною заданого об'єму  $V$  і визначенні необхідного для цього часу  $t_V$  (рис. 1,в).

При використанні НМСЕ розмір початкової зони руйнування в площині  $(z^1, z^2)$  визначається розмірами СЕ, а розмір в напрямку  $z^3$  – прийнятим для досліджуваного об'єкта числом гармонік в апроксимації переміщень за напрямком  $z^3$ .

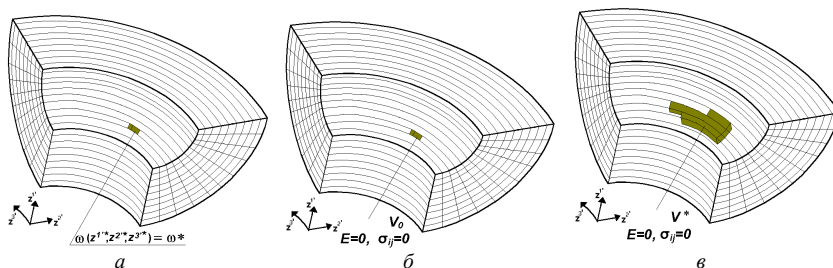


Рис.1. Розвиток зони континуального руйнування:

а –  $t = t^*$ ; б –  $t = t^* + \Delta t$ ; в –  $t = t_V$

Вірогідність такого підходу було перевірено шляхом розв'язання тестового прикладу про розвиток зони континуального руйнування в товстостінній трубі. Отримані розподілення колових напружень при різних характерних розмірах зони руйнування збігаються із наведеними в роботі [2], рис. 2.

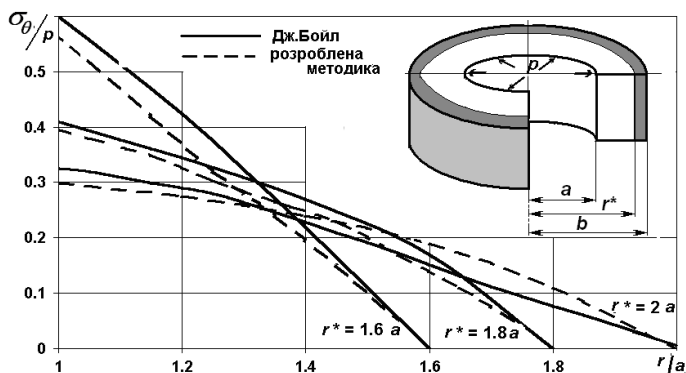


Рис. 2. Розподіл інтенсивності колових напружень в товстостінній трубі

**Моделювання розвитку зони континуального руйнування ротора парової турбіни за наявності дефекту.** При дослідженні впливу дефекту, що являє собою розташовану в поперечному перерізі локальну область, в межах якої значення фізико-механічних характеристик повзучості відрізняються від номінальних (рис. 3) в було досліджено накопичення параметра пошкоженості до моменту виконання умови локальної втрати несучої здатності матеріалу ( $\omega^* = 1$ ).

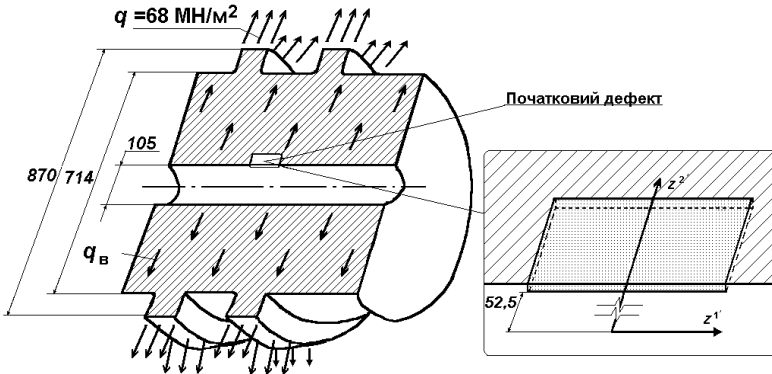


Рис. 3. Ротор парової турбіни з початковим дефектом

Дефект, що має форму паралелепіпеду (рис. 3), представлений у вигляді об'єму матеріалу розмірами 40\*20 мм в площині поперечного перерізу, товщиною 0,5 мм та являє собою ділянку, в межах якої одна з констант матеріалу, що входить до рівняння, яке описує деформування тіла в умовах повзучості з урахуванням накопичення пошкодженості матеріалу, розподіляється за нелінійним законом так, що максимальна розбіжність з номінальним значенням цієї константи для іншої частини матеріалу ротора складає 3,5% (рис. 4).

$$\xi_i^c = A \left( \frac{\sigma_i}{1 - c\omega} \right)^n t^m, \quad \frac{d\omega}{dt} = B \left[ \frac{(1 - \alpha)\sigma_i + \alpha\sigma_l}{1 - \omega} \right]^\phi$$

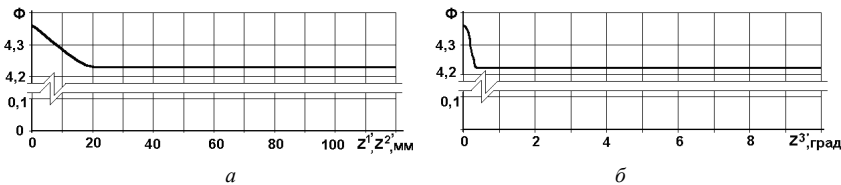


Рис.4 Графіки розподілу константи  $\Phi$  :  
 а – в площині поперечного перерізу ротора, б – по коловій координаті

Для проведення дослідження збіжності в залежності від кількості вузлів в поперечному перерізі дискретної моделі розглянуті дискретні моделі при  $N = 731$  та  $2047$  (рис. 5,а,б). Їх структура, на відміну від використаних в [1], орієнтована на опис особливостей напружено-

деформованого стану в okolí дефекту та подальше моделювання розвитку зони континуального руйнування.

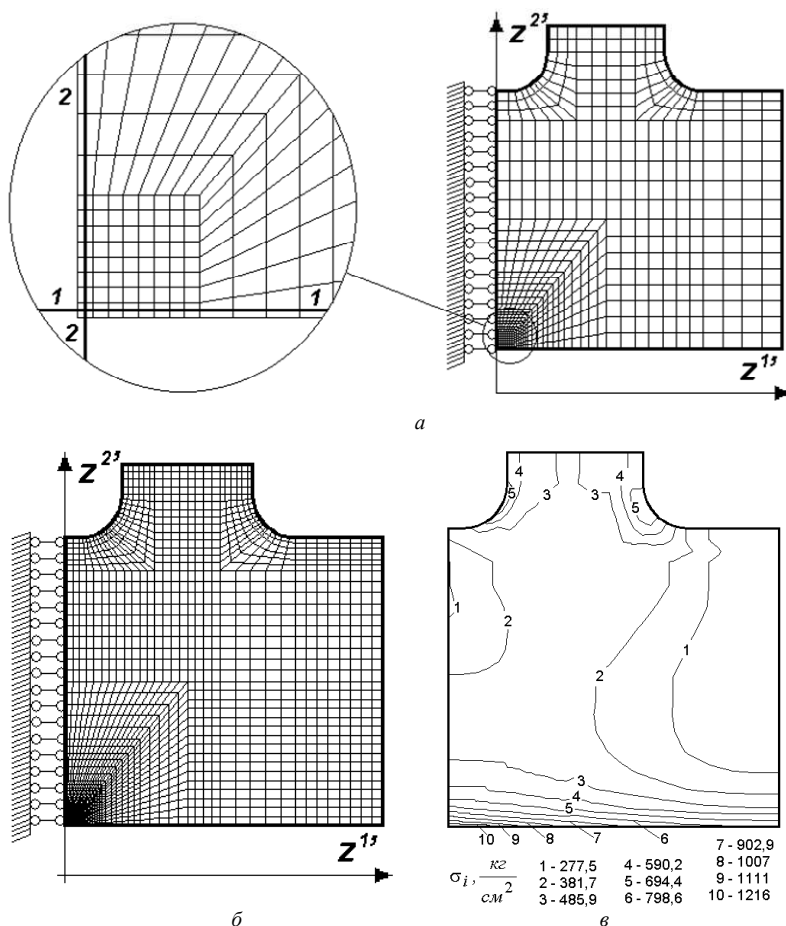


Рис. 5. Скінченноелементні моделі поперечного перерізу ротора (а, б) та напружено-деформований стан ротора при пружному деформуванні (в)

Область поперечного перерізу ротора, де розташований дефект дискретизована регулярною скінченноелементною сіткою 8x8 (рис. 5,а) та 16x16 (рис. 5,б) відповідно для скінченноелементних моделей з  $N = 731$  та 2047. Згущення скінченноелементної моделі сприяє отриманню результатів більш високої точності, проте використання густішої дискретної моделі

(рис. 5,б) дозволило уточнити величину додаткового ресурсу ротора менше ніж на 1%. Зважаючи на суттєво більший обсяг обчислювальних витрат, подальше збільшення кількості вузлів понад ніж 731 є недоцільним.

Розподілення напружень при пружному деформуванні, отримане з використанням вищезазначених скінченноелементних моделей ідентичні. (рис. 5,в).

З урахуванням проведених досліджень збіжності в залежності від числа гармонік, яке проводилось для скінченноелементної моделі при  $N = 731$ , величина основного ресурсу роботи ротора при наявності дефекту становить 104000 годин, що на 15% менше, ніж при відсутності дефекту.

З ізоліній розподілу параметра пошкодженості в межах поперечного перерізу ротора, до якого потрапляє дефект (рис. 6, 7) можна простежити еволюцію процесу руйнування та характер впливу дефекту на появу місця, в якому і відбувається зародження тріщини. Так уже після 2200 годин після початку навантаження видно, що максимальні значення параметра пошкодженості  $\omega_{\max}$  знаходяться поблизу дефекту і з часом досягають своїх критичних значень. У момент часу 103650 годин чітко спостерігається, що розповсюдження максимальних значень  $\omega$  відбувається в двох напрямках в межах площини поперечного перерізу ротора. З рис. 7 видно, що наявність дефекту, контур якого описаний штриховою лінією, носить лише локальний характер.

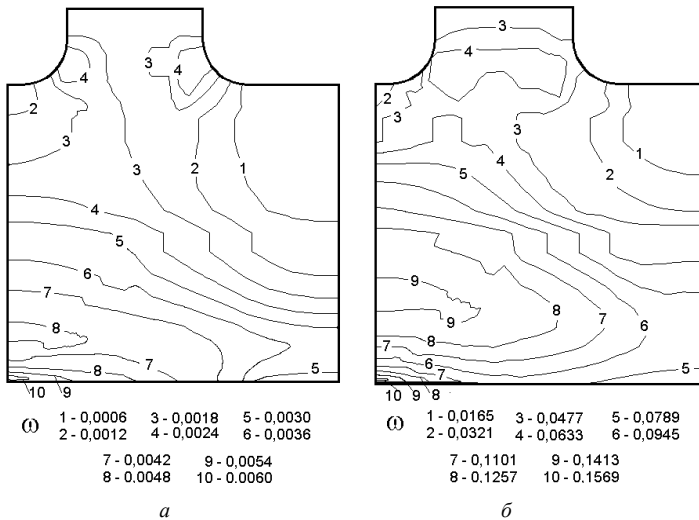


Рис.6. Розподілення параметра пошкодженості в поперечному перерізі ротора з дефектом: а - для  $t = 2200$  год., б - для  $t = 60400$  год.



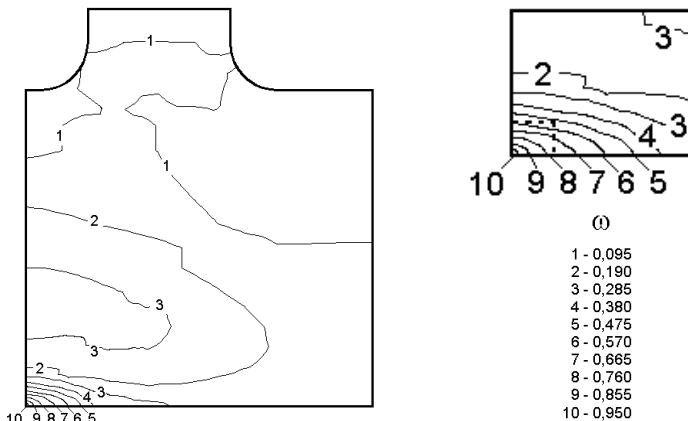


Рис.7. Розподілення параметра пошкоженості в поперечному перерізі ротора з дефектом для  $t = 103650$  год.

Величина додаткового ресурсу роботи ротора складає 6000 годин. Еволюцію розвитку зони континуального руйнування в околі дефекту проілюстровано на рис. 8, де зображено вигляд зони в поперечному перерізі на різних стадіях її розповсюдження (розмір розглядуваного фрагмента поперечного перерізу відповідає винесеному на рис. 5,а регулярному фрагменту дискретної моделі; його розташування також показано пунктирною лінією на збільшеному фрагменті ізоліній, рис. 7).

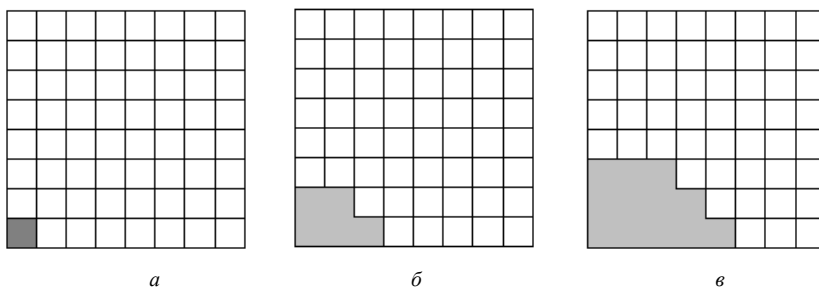


Рис.8. Розподілення параметра пошкоженості в околі початкового дефекту при континуальному руйнуванні для: а –  $t=104000$  год.; б –  $t=107000$  год.; в –  $t=110000$  год.

Так в момент часу 104 000 годин (рис. 8,а), що відповідає величині основного ресурсу, ще зарано говорити про форму зони континуального руйнування. Але з часом область накопичення максимальних значень  $\omega$  збільшується в обох напрямках поперечного перерізу ротора при чому

таким чином, що в напрямку осі обертання приріст максимальних значень параметра пошкоженості відбувається інтенсивніше. В момент часу 107000 годин (рис. 8,б) співвідношення між характерними розмірами зони в напрямку осей  $z^1$  і  $z^2$  становить  $2/3$ . Надалі якісний характер цього співвідношення зберігається і на моменту часу 110000 годин співвідношення розмірів зони континуального руйнування в площині поперечного перерізу становить приблизно  $1/2$ . При цьому, як свідчить аналіз, проведений на основі розгляду побудованих графіків розподілення пошкоженості в напрямку осі обертання і радіуса ротора, значення параметра пошкоженості (рис. 9,а,б) в скінчених елементах, що межують із зоною руйнування не перевищує 0,3, тобто накопичення пошкоженості носить ярко виражений локальний характер.

Крім того, розмір зони континуального руйнування по коловій координаті суттєво менший за її розміри в поперечному перерізі ротора, що підтверджується наведеними на рис. 10 графіками розподілення пошкоженості в коловому напрямку: це розподілення майже не змінюється із зростанням зони в площині поперечного перерізу. Як видно з графіків,  $\omega$  набуває максимальних значень по коловій координаті лише в області, прилеглої до поперечного перерізу ротора, і залишається однаковою по товщині. Внаслідок цього, в момент часу 110000 годин співвідношення характерного розміру зони руйнування в поперечному перерізі  $l$  до розміру по  $h$  складає  $l/h \approx 1/25$ . Таким чином можна зробити висновок про утворення в роторі дефекту у вигляді напівеліптичної тріщини із співвідношенням напівосей  $1/2$ .

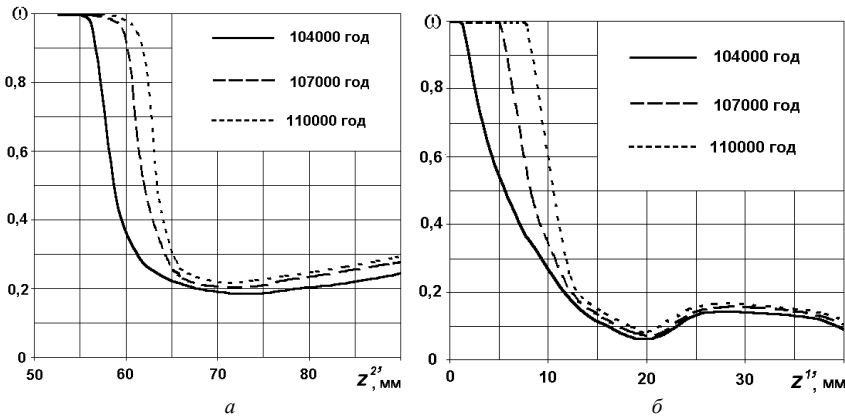


Рис.9. Розподілення параметра пошкоженості:  
а – вздовж радіуса; б – вздовж осі обертання

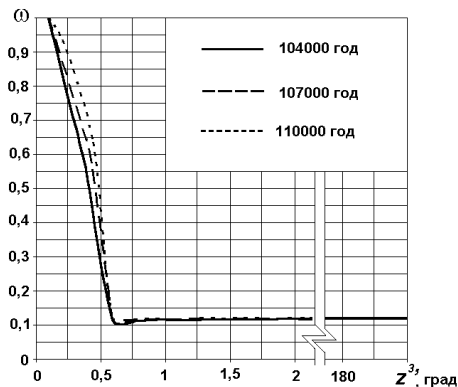
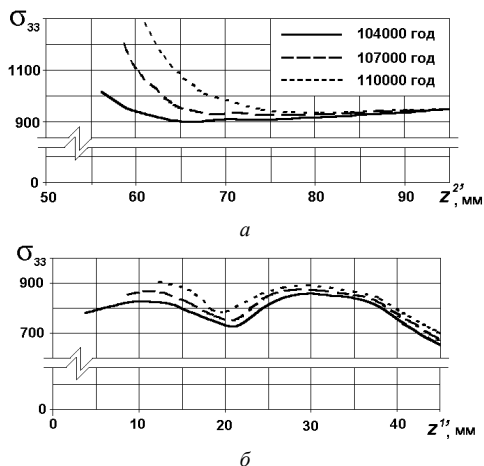


Рис.10. Розподілення параметра пошкоженості по коловій координаті

З метою більш детального дослідження розвитку зони континуального руйнування додатково був проведений аналіз одержаних розподілень колових напружень вздовж радіуса та осі обертання по лініях 1-1 і 2-2, точкою перетину яких є елемент, де спостерігається найбільша концентрація напружень та починається розвиток зони континуального руйнування (рис. 5,а, рис. 8,а). На графіках розподілу колових напружень (рис. 11) можна спостерігати процес вирівнювання їх значень для різних моментів часу при поступовому віддаленні від зони континуального руйнування.

Рис.11. Розподілення колових напружень:  
а – вздовж радіуса; б – вздовж осі обертання

**Висновки.** У роботі було проведено дослідження процесу континуального руйнування та визначено величину додаткового ресурсу ротора парової турбіни з дефектом. Час зростання зони континуального руйнування до утворення тріщиноподібного дефекту складає 6000 годин. Зона континуального руйнування поширюється в межах поперечного перерізу ротора і набуває вигляду напівеліптичної тріщини зі співвідношеннями напівосей  $1/2$ .

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Баженов В.А., Гуляр О.І., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінченних елементів в задачах руйнування просторових тіл: Монографія – К.: КНУБА, 2005. – 298 с.
2. *Бойл Дж., Спенс Дж.* Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. – М.: Мир, 1976. – 360с.
3. *Голуб В.П.* Нелинейная механика континуальной поврежденности и ее приложение к задачам ползучести и усталости // Прикл. механика. – 2000. – № 3. – С. 31–66.
4. *Пискунов С.О., Остапенко Р.М.* Врахування початкового дефекту при визначенні основного ресурсу ротора парової турбіни в умовах повзучості // Матеріали конференції „Математичні проблеми технічної механіки – 2009” –Дніпродзержнськ.– 2009. – С.177.
5. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций.– М., Наука, 1966. – 732 с.
6. *Шульженко М., Протасова Т., Мележик І.* Неосесиметричне деформування та тріщиностійкість роторів парових турбін //Машинознавство. – 2007. – №8. – С.13-17.

Отримано 01.05.09

На основе полуаналитического метода конечных элементов проведено исследование процесса накопления повреждений и развития зоны континуального разрушения ротора с начальным дефектом в условиях ползучести. Показано, что зона континуального разрушения распространяется в пределах поперечного сечения ротора и приобретает вид полуэллиптической трещины.

On the basis of a semianalytical finite element method a research of process of damage accumulation and continual failure zone propagation of a rotor with initial defect under conditions of creep has been made. It is shown that the continual failure zone extends within cross-section of a rotor and takes a form of a semielliptic crack.