

УДК 621.01

Кузьо І.В., Гурський В.М., Ланець О.В.<sup>1</sup>

## РЕАЛІЗАЦІЯ ДВОЧАСТОТНИХ КОЛИВАНЬ ВІБРАЦІЙНИХ СИСТЕМ З ОДНОТАКТНИМ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ПРИВОДОМ

В статті викладені принципи вибору параметрів і реалізації двочастотних коливань в тримасових лінійних механічних коливальних системах ланцюгової структури з однотоактними електромагнітними віброзбуджувачами (ЕМВ) з випрямленим струмом живлення.

**Вступ.** В машинобудівній, будівельній, переробній, хімічній галузях промисловості використовують різноманітні вібраційні системи у вигляді технологічних машин, випробувальних динамічних стендів, засобів інтенсифікації виробництв. Такі системи різняться структурою, типом приводу, режимами роботи, показниками технологічної ефективності, тощо. Як правило, значна частина машин вібраційної дії представляють нелінійні системи (з механічної, електричної, технологічної точки зору) [1, 2]. Тому, їхні робочі чи виконавчі органи можуть здійснювати негармонійні та багаточастотні за спектром коливання. Із загалу можна виділити машини із явно вираженими одночастотними (гармонійні), двочастотними (бігармонійні) та полічастотними режимами роботи.

**Постановка проблеми.** Якщо мова йде про вібраційні системи із резонансним режимом роботи, то найчастіше мають місце машини із ЕМВ. Останній є нелінійним щодо законів зміни сили струму та повітряного проміжку між якорем і осердям ЕМВ, що може породжувати багаточастотні коливання.

**Аналіз останніх досліджень.** Серед різноманітних схем живлення ЕМВ [3] найбільш часто використовується однотоактна схема на випрямленому струмі живлення [5]. Останнім часом від цієї схеми почали відмовлятися, з огляду на відомі її недоліки [3-5].

Отримати результуючі двочастотні коливання в системах із ЕМВ можна використовуючи незалежне збудження тримасових механічних систем на власних частотах в резонансних режимах [6].

Визнані недоліки однотоактних ЕМВ можна спробувати використати в позитивній стороні, представляючи імпульсний закон збудження багаточастотним (із кратними частотами) за спектром. Ефективність реалізації двочастотних режимів може бути обґрунтована раціональним використанням резонансних частот механічної сис-

теми [7], налаштованих на відповідні гармоніки тягового зусилля ЕМВ із випрямленим струмом живлення.

У праці [8] побудовані замкнуті електромеханічні моделі резонансних вібраційних систем та проведений порівняльний аналіз за статичних і динамічних характеристик ЕМВ (в першому випадку враховано реальну зміну повітряного зазору між якорем та осердям, а в випадку другому модель реалізована за постійного зазору). Моделі мають високу збіжність, коли розглядається лінійна вібраційна система.

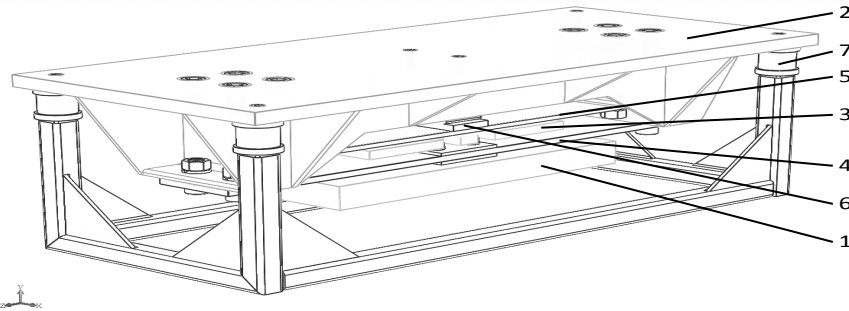
**Постановка задачі.** В цій статті апробується варіант реалізації двочастотних коливань робочого органа тримасової лінійної механічної системи (розглядаються малі коливання) за умови імпульсного збудження ЕМВ на основі однотоактної схеми із випрямленим струмом живлення.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо вібраційну систему, що реалізована у вигляді вібраційного стола за тримасовою коливальною системою ланцюгової структури (рис. 1, а). Масові характеристики коливальних мас становлять (рис. 1,б):  $m_1 = 18,7 \text{ кг}$ ;  $m_2 = 60 \text{ кг}$ ;  $m_3 = 3,55 \text{ кг}$ . Для збудження коливань використовуються однотоактні ЕМВ з випрямленим струмом живлення. Для прикладу, частота напруги живлення відповідає основній (нижчій) частоті і становить  $\omega = 157 \text{ рад/с}$ . За відомих масових характеристик коливальних мас потрібно вибрати такі пружні параметри системи [6, 7], за яких вона визначатиметься двома власними, кратністю 2, частотами коливань  $\omega_{02} = 2\omega_{01} = 2\omega/z$ , де  $z$  – резонансне налагодження системи, що визначається за масою технологічного середовища ( $z = 0,94 \dots 0,96$ ). Внутрішнє тертя системи описується моделлю Кельвіна-Фойхта, де коефіцієнти в'язкого тертя отримано переходом від моделі комплексного тертя через коефіцієнти непружної опору, жорсткості та частоту коливань.

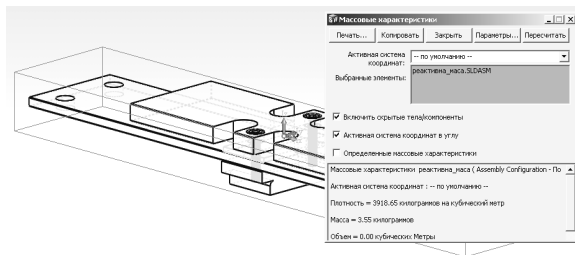
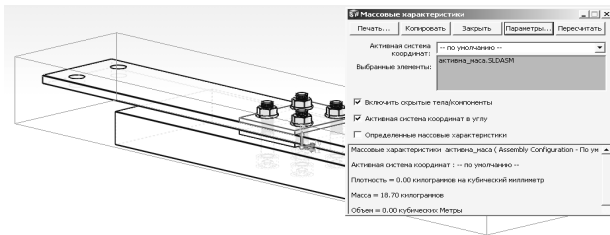
Дослідження зводяться до представлення імпульсного струму у вигляді полічастотного спектру, вибору пружних параметрів, реалізації двочастотних коливань робочого органа та аналізу електромеханічних коливань на основі відомої

<sup>1</sup> Кузьо І.В., д.т.н., професор НУЛП; Гурський В.М., канд. техн. наук, ст. викл. НУЛП; Ланець О.В., аспірантка НУЛП.

математичної моделі електровібраційної системи.



а



б

Рис. 1. 3D модель (а) та масові характеристики конструктивних модулів вібраційної системи (б): 1, 2, 3 – активна, робоча та реактивна маси, 4,5 – плоскі пружини (резонансні), 6 – якорь ЕМВ, 7 – віброізолятор.

Диференціальне рівняння коливань електричних параметрів ЕМВ за статичною моделлю зведене до наступного виду [4, 8]:

$$\frac{k}{2\delta_0} \cdot i(t) + r \cdot i(t) = u(t), \quad (1)$$

де  $k = \mu_0 S w^2$ ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  – магнітна проникливість повітря;  $S$  – площа поверхні полюсів магніту;  $w$  – кількість витків котушки ЕМВ;  $r$  – активний опір обмотки;  $\delta_0$  – номінальне (постійне) значення повітряного проміжку.

Рівняння (1) за нульових початкових умов дозволяє отримати аналітичний розв'язок для випадку живлення напряму згідно закону  $u(t) = U_0 \sin(\omega t)$ , де  $\omega$  – частота коливань напруги живлення.

$$i(t) = \frac{U_0 \left( \frac{-r \cdot t}{Z} + r \cdot \sin(\omega t) - Z \omega \cdot \cos(\omega t) \right)}{Z^2 \omega^2 + r^2}, \quad (2)$$

де  $Z = k / 2\delta_0$ .

Усталені коливання сили струму запишуться в такому вигляді:

$$i(t) = \frac{U_0 (r \cdot \sin(\omega t) - Z \omega \cdot \cos(\omega t))}{Z^2 \omega^2 + r^2}. \quad (3)$$

Нехтуючи величиною другого порядку малості, оскільки  $r \ll Z\omega$ , вираз (3) буде визначати одночастотні коливання сили струму:

$$i(t) = \frac{-U_0}{Z\omega} \cos(\omega t) = \frac{U_0}{Z\omega} \sin(\omega t - \pi/2). \quad (4)$$

На котушки ЕМВ подається випрямлений (пульсуючий) струм, тому вираз (4) можна подати у вигляді ряду Фур'є з коефіцієнтами, що описують амплітудні значення постійної, основної та кратної гармоніки сили струму:

$$i(t)^* = \frac{U_0}{\pi Z \omega} - \frac{U_0}{2Z\omega} \cos(\alpha t) + \frac{2U_0}{3\pi Z \omega} \cos(2\alpha t). \quad (5)$$

Вираз для тягового зусилля з  $n$  числом ЕМВ,, ввімкнених паралельно, має вигляд [4, 8]:

$$F(t) = \frac{n \cdot k}{4} \left[ \frac{i(t)}{\delta_0} \right]^2, \quad (6)$$

де  $i(t) = \begin{cases} i(t) & \text{if } i(t) > 0 \\ 0 & \text{if } i(t) \leq 0 \end{cases}$  – закон зміни імпульсного

струму. У виразі (6) можна використовувати замість (4) та останньої умови вираз (5). Результуюче тягове зусилля ЕМВ буде мати дещо складніший частотний спектр по відношенню до сили струму.

Реалізувати двочастотні резонансні режими роботи вібраційної системи за відомих її масових характеристик можна за комбінації пружних параметрів, що визначені [7] на основі синтезу кратності 2 власних частот коливань лінійної тримасової системи:

$$c_2 = \frac{m_3 [5M \cdot m_2 + \sqrt{M \cdot m_2 (9M \cdot m_2 - 16m_1 m_3)}]}{2M(m_2 + m_3)} \omega_{01}^2$$

$$c_1 = 4 \cdot m_1 m_2 m_3 \cdot \omega_{01}^4 / (M \cdot c_2), \quad (7)$$

де  $M = m_1 + m_2 + m_3$  – маса вібраційної системи.

Узагальнена математична модель електромеханічних тримасових вібраційних систем (без врахування динаміки зміни зазору ЕМВ) набуде вигляду:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{y}_1(t) + c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) + b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) = 0; \\ m_2 \ddot{y}_2(t) - c_1 \cdot (y_1(t) - y_2(t)) - b_1 \cdot (\dot{y}_1(t) - \dot{y}_2(t)) + \\ + c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t)) + b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t)) + \\ + c_{i3} \cdot y_2(t) + b_{i3} \cdot \dot{y}_2(t) = \frac{n \cdot k}{4} \left[ \frac{i(t)}{\delta_0} \right]^2; \\ m_3 \ddot{y}_3(t) - c_2 \cdot (y_2(t) - y_3(t)) - \\ b_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_3(t)) = -\frac{n \cdot k}{4} \left[ \frac{i(t)}{\delta_0} \right]^2. \end{cases} \quad (8)$$

Використання статичної моделі ЕМВ дозволяє окремо розглядати електричну (1) та механічну (8) складові вібраційної системи, оперуючи тільки силовими характеристиками ЕМВ (6).

Результати чисельного моделювання системи диференціальних рівнянь подано на рис. 2–рис. 4: часові залежності імпульсних електросилових параметрів, визначених згідно формул (3)-(6) наведено на рис. 2; гармонійний аналіз та значення коефіцієнтів ряду Фур'є подано на рис. 3, що підтверджує можливість реалізації полічастотних коливань вібраційних систем на основі випрямленого струму живлення котушок ЕМВ. Усталені двочастотні коливання робочого органа та їхній спектр показано на рис. 4. На відміну від сили струму тягове зусилля ЕМВ має додаткову, кратністю 3 гармоніку. Однак на неї механічна система не в змозі зреагувати, оскільки її амплітудно-частотна характеристика в цій зарезонансній області має малі значення коефіцієнтів динамічності. Реально використовуються основна та кратна їй друга гармоніка, оскільки вони знаходяться в околі резонансних частот механічної коливальної системи. Якщо б розглядалася нелінійна механічна система із широким спектром кратних власних частот коливань, то мали б місце суб- і супергармонійні резонансні режими.

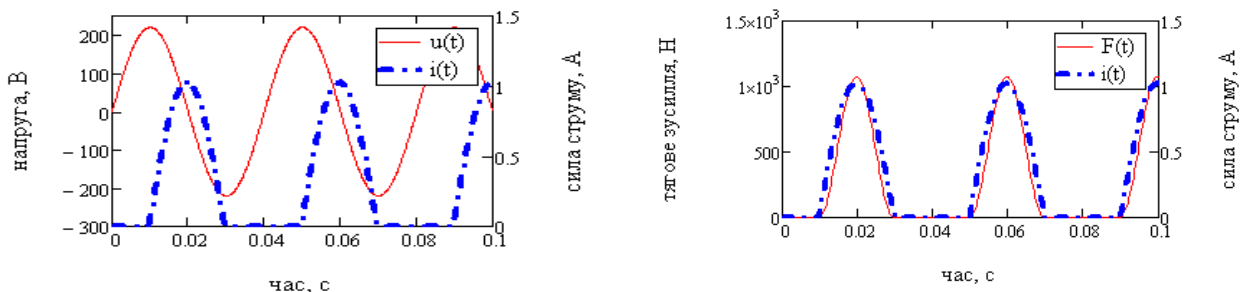


Рис. 2. Часова залежність електричних і силових параметрів ЕМВ.

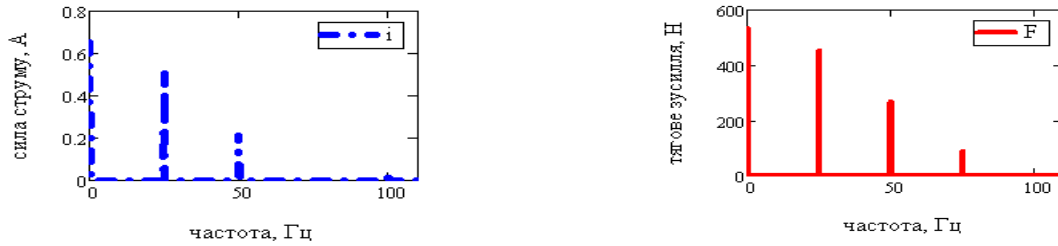


Рис. 3. Частотний спектр електричних і силових параметрів ЕМВ (примітка: відображена на графіках постійна складова має подвійне значення від дійсного).

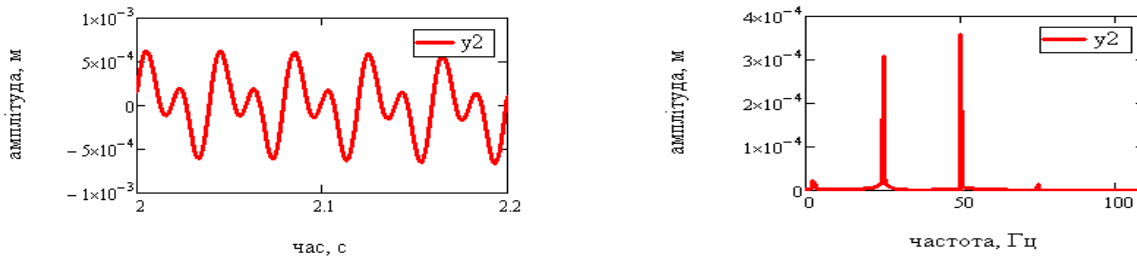


Рис. 4. Усталені двочастотні коливання робочого органа та їхній амплітудно-частотний спектр.

## Висновки

Реалізовано двочастотні коливання робочого органа вібраційного стола за умови імпульсного збудження ЕМВ на основі однотактної схеми із випрямленим струмом живлення. Розрахунком пружних параметрів тримасової моделі досягнуто кратності 2 основних власних частот коливань механічної системи, що знаходяться в околі частот збудження. Значення потрібних амплітуд коливань робочих органів вібраційних систем на відповідних гармоніках можуть бути реалізовані за рахунок певного підбору інерційних параметрів коливальних мас, що входять в структуру лінійної механічної коливальної системи.

## Література

1. Цыфанский С. Л. Электрическое моделирование колебаний сложных нелинейных механических систем. – Рига: Зинатне, 1979. – 180 с.
2. Цыфанский С.Л., Бересневич В.И., Окс А.Б. Нелинейные и параметрические колебания вибрационных машин технологического назначения. - Рига: Зинатне, 1991. – 231 с.
3. Назаренко І.І. Використання електромагнітних вібраторів на змінному струмі в ударно-вібраційних системах / І.І. Назаренко, Ю.О. Баранов, Т.Ф. Щербина // Теорія і практика будівництва. Збірник наукових праць. – 2007, Вип. 3.
4. Низкочастотные электровибрационные машины / М. В. Хвингия, М. М. Тедошвили, И. А. Питимашвили и др.; под ред. К. М. Рагульскиса. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1989. – 95 с.: ил.
5. Ланець О. С. Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні основи та практика створення): Монографія. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с.
6. Гурський В. М. Динаміка резонансного двочастотного вібраційного стола з електромагнітним приводом / В. М. Гурський, О. С. Ланець // Всеукраїнський збірник наукових праць “Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини”. – Київ: КНУБА, 2010. – № 76. – С. 50-54.
7. Гурський В. М. Встановлення раціональних пружних параметрів двочастотних резонансних вібраційних систем / В. М. Гурський, Я. В. Шпак // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” “Динаміка, міцність та проектування машин і приладів”. – Львів, 2011. – № 701 – С. 15-21.
8. Гурський В. М. Аналіз електромеханічних характеристик резонансних вібраційних систем / В. М. Гурський, Я. В. Шпак // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. Український міжвід. наук.-техн. зб. – Львів: НУ “Львівська політехніка”, 2011. – Вип. 45. – С. 192-198.