

УДК 534-21

Шульга Н.Д., канд. техн. наук

ЧАСТОТИ ПРОПУСКАННЯ І ГРАНИЧНІ ПРОСТОРОВІ ФОРМИ ОБ'ЄМНИХ ХВИЛЬ ЗСУВУ В ДВОКОМПОНЕНТНИХ ШАРУВАТИХ КОМПОЗИТАХ З МІЖФАЗНИМИ НЕДОСКОНАЛОСТЯМИ

Механічні властивості композитних матеріалів визначаються механічними властивостями компонент, геометричною структурою матеріалу та якістю міжфазних поверхонь [3]. Врахування останнього фактору в теоретичних дослідженнях пов'язане з суттєвими складнощами. Для моделювання тонкого шару з міжфазними недосконаlostями та дефектами, який розділяє дві фази (компоненти) шаруватого композиту з різними фізико-механічними властивостями, вводиться [1, 2, 4 та ін.] гіпотетична міжфазна поверхня з певними властивостями. Кількісним виразником цих властивостей виступають міжфазні сталі, що входять в механічні умови спряження. Дана стаття є продовженням дослідження [2, 5, 6, 7] про зони пропускання і просторові форми коливань на їх границях для хвиль зсуву в ортотропних двокомпонентних шаруватих композитах з міжфазними недосконаlostями.

Розглянемо двокомпонентний регулярно-шаруватий композит з міжфазними недосконаlostями та дефектами, механічні властивості ортотропних компонент якого позначимо через $c_{ij,1}$, ρ_1 для шарів товщиною h_1 і $c_{ij,2}$, ρ_2 для шарів товщиною h_2 . Координатні вісі x_1 , x_2 , x_3 направимо вздовж головних напрямів ортотропії шарів. Для хвиль зсуву $u_1(0, x_2, x_3, t) \neq 0$, $u_2 = 0$, $u_3 = 0$ або $u_1 = 0$, $u_2(x_1, 0, x_3, t) \neq 0$, $u_3 = 0$ необхідно знайти розв'язок системи рівнянь

$$\rho(x_3) \frac{\partial^2 u_{6-m}}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{6-m, m-3}}{\partial x_{m-3}} + \frac{\partial \sigma_{3, 6-m}}{\partial x_3},$$

$$\sigma_{3, 6-m} = c_{mm}(x_3) \frac{\partial u_{6-m}}{\partial x_3}, \quad \sigma_{12} = c_{66}(x_3) \frac{\partial u_{6-m}}{\partial x_{m-3}}, \quad m = 4, 5. \quad (1)$$

Рівняння (1) справедливі поза площинами $x_3 = x_{3, 2n-2+q}$ ($q = 1, 2$, n – ціле число) розриву властивостей матеріалу, а на самих цих площинах з

міжфазними недосконалостями, зумовленими адгезійними неоднорідностями і дефектністю, повинні виконуватися [1, 2, 4 та ін.] контактні умови

$$\begin{aligned} \sigma_{3,6-m}(x_{3,2n-2+q} + 0) &= \sigma_{3,6-m}(x_{3,2n-2+q} - 0), \\ u_{6-m}(x_{3,2n-2+q} + 0) &= u_{6-m}(x_{3,2n-2+q} - 0) + \eta_{3,6-m} \sigma_{3,6-m}(x_{3,2n-2+q} - 0). \end{aligned} \quad (2)$$

Запишемо розв'язок рівняння (1) для кожного із шарів у вигляді біжучих хвиль

$$\begin{aligned} u_{6-m} &= h \operatorname{Re} \left[A_{2n-1}^{(1)} \frac{\sin \alpha_{mm,1}(x_3 - nh + h)}{\bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1}} + A_{2n-1}^{(2)} \cos \alpha_{mm,1}(x_3 - nh + h) \right] e^{i(kx_{m-3} - \omega t)}, \\ &\quad (n-1)h < x_3 < (n-1)h + h_1; \\ u_{6-m} &= h \operatorname{Re} \left[A_{2n}^{(1)} \frac{\sin \alpha_{mm,2}(x_3 - nh + h_2)}{\bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2}} + A_{2n}^{(2)} \cos \alpha_{mm,2}(x_3 - nh + h_2) \right] e^{i(kx_{m-3} - \omega t)}, \\ &\quad (n-1)h + h_1 < x_3 < nh. \end{aligned} \quad (3)$$

В формулах (3) і далі використовуються позначення $\bar{\rho}_q \rho_{00} = \rho_q$, $\bar{c}_{mm,q} c_{00} = c_{mm,q}$, $\alpha_{mm,q}^2 = (\rho_q \omega^2 - k^2 c_{66,q}) / c_{mm,q}$, $\bar{\alpha}_{mm,q} = h \alpha_{mm,q}$, $\bar{k} = kh$, причому величини $\bar{\rho}_q$, $\bar{c}_{mm,q}$, $\bar{\alpha}_{mm,q}$, \bar{k} як і невідомі сталі інтегрування $A_n^{(i)}$ безрозмірні.

Розв'язок (3) записаний при $\alpha_{mm,q}^2 \geq 0$. Якщо $\alpha_{mm,q}^2 = -\beta_{mm,q}^2 < 0$, то в формулах (3) і наступних треба прийняти $\alpha_{mm,q} = i\beta_{mm,q}$, $\sin i\beta_{mm,q}(\dots) = ish\beta_{mm,q}(\dots)$, $\cos i\beta_{mm,q}(\dots) = ch\beta_{mm,q}(\dots)$.

Контактні умови (2) на межах $x_3 = x_{3,2n-1} \equiv (n-1)h + h_1$ між $(2n-1)$ -им і $2n$ -им шарами і на межах $x_3 = x_{3,2n} \equiv nh$ між $2n$ -им і $(2n+1)$ -им шарами приводять до однорідних алгебраїчних рівнянь

$$\mathbf{A}_{2n+1} = \mathbf{M}_{mm}(h_2) \mathbf{A}_{2n}, \quad \mathbf{A}_{2n} = \mathbf{M}_{mm}(h_1) \mathbf{A}_{2n-1}, \quad (4)$$

в яких введені вектор-стовпці $\mathbf{A}_n = \operatorname{col}[A_n^{(1)}, A_n^{(2)}]$ і матриці $\mathbf{M}_{mm}(h_q)$ з елементами

$$M_{mm}^{(11)}(h_q) = \cos \alpha_{mm,q} h_q, \quad M_{mm}^{(12)}(h_q) = -\bar{c}_{mm,q} \bar{\alpha}_{mm,q} \sin \alpha_{mm,q} h_q,$$

$$M_{mm}^{(21)}(h_q) = \frac{\sin \alpha_{mm,q} h_q}{\bar{c}_{mm,q} \bar{\alpha}_{mm,q}} + \bar{\eta}_{3,6-m} \cos \alpha_{mm,q} h_q,$$

$$M_{mm}^{(22)}(h_q) = \cos \alpha_{mm,q} h_q - \bar{\eta}_{3,6-m} \bar{c}_{mm,q} \bar{\alpha}_{mm,q} \sin \alpha_{mm,q} h_q,$$

причому $\bar{\eta}_{3,6-m} = \eta_{3,6-m} c_{00}/h$.

Якщо розв'язок нескінченної системи однорідних алгебраїчних рівнянь (4) представити [2, 4-6] у вигляді

$$\mathbf{A}_{2n} = \chi_{mm}^n \mathbf{M}_{mm}(h_1) \mathbf{X}_{mm}, \quad \mathbf{A}_{2n-1} = \chi_{mm}^n \mathbf{X}_{mm}, \quad (5)$$

то для визначення скаляру χ_{mm} і вектора \mathbf{X}_{mm} одержимо систему однорідних алгебраїчних рівнянь

$$\left(\mathbf{M}_{mm}(h_2, h_1) - \chi_{mm}^{-1} \mathbf{I}_2 \right) \mathbf{X}_{mm} = 0. \quad (6)$$

Тут \mathbf{I}_2 – одинична матриця другого порядку, $\mathbf{M}_{mm}(h_2, h_1) = \mathbf{M}_{mm}(h_2) \mathbf{M}_{mm}(h_1)$ – передаточна матриця для двох шарів товщини h_1 і h_2 .

З умови існування нетривіального розв'язку однорідної системи (6) одержимо характеристичне рівняння

$$\chi_{mm}^2 - 2b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}) \chi_{mm} + 1 = 0, \quad (7)$$

оскільки безпосередніми перетвореннями знаходимо, що $\det \mathbf{M}_{mm}(h_2, h_1) = 1$, а коефіцієнт

$$b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}) = \cos \alpha_{mm,1} h_1 \cos \alpha_{mm,2} h_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1}}{\bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2}} + \frac{\bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2}}{\bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1}} - \right. \\ \left. - \bar{\eta}_{3,6-m}^2 \bar{c}_{mm,1} \bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,2} \right) \sin \alpha_{mm,1} h_1 \sin \alpha_{mm,2} h_2 - \\ - \bar{\eta}_{3,6-m} \left(\bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1} \sin \alpha_{mm,1} h_1 \cos \alpha_{mm,2} h_2 + \right. \\ \left. + \bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2} \sin \alpha_{mm,2} h_2 \cos \alpha_{mm,1} h_1 \right). \quad (8)$$

Кожному з нерівних між собою характеристичних чисел $\chi_{mm,1}$, $\chi_{mm,2}$ відповідають лінійно незалежні між собою власні вектори $\mathbf{X}_{mm,1}$, $\mathbf{X}_{mm,2}$ і невідомі \mathbf{A}_n в розв'язку (5) будуть суперпозицією

$$\mathbf{A}_{2n} = Q_1 \chi_{mm,1}^n \mathbf{M}_{mm}(h_1) \mathbf{X}_{mm,1} + Q_2 \chi_{mm,2}^n \mathbf{M}_{mm}(h_1) \mathbf{X}_{mm,2},$$

$$A_{2n-1} = Q_1 \chi_{mm,1}^n \mathbf{X}_{mm,1} + Q_2 \chi_{mm,2}^n \mathbf{X}_{mm,2}. \quad (9)$$

Невідомі сталі Q_1, Q_2 повинні бути визначені з граничних умов.

Для аналізу поширення об'ємних хвиль в характеристичному рівнянні (7) зробимо заміну $\chi_{mm} = \exp(\pm ihs_{mm})$ і запишемо його в тригонометричному вигляді

$$\cosh s_{mm} = b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}). \quad (10)$$

З представлення (9) випливає, що розв'язок (3) буде обмеженим при $n \rightarrow \pm\infty$ ($-\infty < x_3 < +\infty$), якщо дисперсійне рівняння (10) матиме дійсні корені. Це матиме місце при умові

$$-1 < b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}) < +1, \quad (11)$$

яка і визначає зони пропускання хвиль поперек структури матеріалу.

Фізично обґрунтований однозначний розв'язок рівняння (10) при умові (11) визначається за правилом відбору мод [4, 5]

$$hs_{mm} = (-1)^{N_{mm}-1} \arccos b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}) + 2\pi [N_{mm}/2]. \quad (12)$$

Тут $\arccos b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1})$ – головне значення оберненої тригонометричної функції, $N_{mm} = 1, 2, \dots$ – порядковий номер зони пропускання об'ємних хвиль (11), $[N_{mm}/2]$ – ціла частина числа.

На межах зон пропускання об'ємних хвиль (11) частота задовольняє одному з рівнянь

$$b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}) = +1, \quad b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}) = -1. \quad (13)$$

В першому випадку $b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}) = +1$ мультиплікатор $\chi_{mm} = +1$, а в другому випадку $b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}) = -1$ мультиплікатор $\chi_{mm} = -1$. Тоді з формул (5) випливає, що в першому випадку між сталими інтегрування мають місце залежності

$$A_{2n-1}^{(i)} = A_1^{(i)}, \quad A_{2n}^{(i)} = A_2^{(i)}, \quad (14)$$

тобто період розв'язку дорівнює періоду структури h , а в другому випадку між сталими інтегрування мають місце залежності

$$A_{2n-1}^{(i)} = (-1)^n A_1^{(i)}, \quad A_{2n}^{(i)} = (-1)^n A_2^{(i)}, \quad (15)$$

тобто період розв'язку дорівнює двом періодам структури $2h$.

Повніший аналіз частотних рівнянь на межах зон пропускання хвиль (13) одержимо, виходячи з наступних симетричних і антисиметричних розв'язків відносно серединних площин шарів товщиною $h_1 = 2H_1$ і $h_2 = 2H_2$

$$u_{6-m}(x_3) = \tilde{A}_{2n-1}^{(1)} \frac{\sin \alpha_{mm,1}(x_3 - nh + h - H_1)}{\bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1}} + \tilde{A}_{2n-1}^{(2)} \cos \alpha_{mm,2}(x_3 - nh + h - H_1),$$

$$nh - h < x_3 < nh - h + h_1;$$

$$u_{6-m}(x_3) = \tilde{A}_{2n}^{(1)} \frac{\sin \alpha_{mm,2}(x_3 - nh + H_2)}{\bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2}} + \tilde{A}_{2n}^{(2)} \cos \alpha_{mm,2}(x_3 - nh + H_2),$$

$$nh - h + h_1 < x_3 < nh. \quad (16)$$

Користуючись умовами спряження (2) і залежностями (14), (15) між сталими інтегрування прийдемо до наступного.

На межах зон пропускання $b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}) = +1$ відбуваються симетричні-симетричні відносно серединних площин шарів коливання (SS-коливання)

$$u_{6-m}(x_3) = \tilde{A}_1^{(2)} \cos \alpha_{mm,1}(x_3 - nh + h - H_1), \quad nh - h < x_3 < nh - h + h_1;$$

$$u_{6-m}(x_3) = \tilde{A}_2^{(2)} \cos \alpha_{mm,2}(x_3 - nh + H_2), \quad nh - h + h_1 < x_3 < nh \quad (17)$$

і антисиметричні-антисиметричні відносно серединних площин шарів коливання (AA-коливання)

$$u_{6-m}(x_3) = \tilde{A}_1^{(1)} \frac{\sin \alpha_{mm,1}(x_3 - nh + h - H_1)}{\bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1}}, \quad nh - h < x_3 < nh - h + h_1;$$

$$u_{6-m}(x_3) = \tilde{A}_2^{(1)} \frac{\sin \alpha_{mm,2}(x_3 - nh + H_2)}{\bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2}}, \quad nh - h + h_1 < x_3 < nh. \quad (18)$$

З умов спряження (2) між шарами товщиною $h_1 = 2H_1$ та $h_2 = 2H_2$ одержуємо алгебраїчні рівняння

$$\tilde{A}_1^{(2)} \bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1} \sin \alpha_{mm,1} H_1 + \tilde{A}_2^{(2)} \bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2} \sin \alpha_{mm,2} H_2 = 0,$$

$$\tilde{A}_1^{(2)} \left(\cos \alpha_{mm,1} H_1 - \frac{1}{2} \bar{\eta}_{3,6-m} \bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1} \sin \alpha_{mm,1} H_1 \right) -$$

$$-\tilde{A}_2^{(2)} \left(\cos \alpha_{mm,2} H_2 - \frac{1}{2} \bar{\eta}_{3,6-m} \bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2} \sin \alpha_{mm,2} H_2 \right) = 0 \quad (19)$$

для SS-коливань (17) і алгебраїчні рівняння

$$\begin{aligned} & \tilde{A}_1^{(1)} \cos \alpha_{mm,1} H_1 - \tilde{A}_2^{(1)} \cos \alpha_{mm,2} H_2 = 0 \\ & \tilde{A}_1^{(1)} \left(\frac{\sin \alpha_{mm,1} H_1}{\bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1}} + \frac{1}{2} \bar{\eta}_{3,6-m} \cos \alpha_{mm,1} H_1 \right) + \\ & + \tilde{A}_2^{(1)} \left(\frac{\sin \alpha_{mm,2} H_2}{\bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2}} + \frac{1}{2} \bar{\eta}_{3,6-m} \cos \alpha_{mm,2} H_2 \right) = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

для AA-коливань (18).

З умов існування ненульових розв'язків однорідних систем (19) і (20) випливають частотні рівняння і відношення між сталими інтегрування.

На межах зон пропускання $b_{mm}(\bar{\alpha}_{mm,2}, \bar{\alpha}_{mm,1}) = -1$ відбуваються симетричні-антисиметричні відносно серединних площин шарів коливання (SA-коливання)

$$\begin{aligned} u_{6-m}(x_3) &= \tilde{A}_1^{(2)} (-1)^n \cos \alpha_{mm,1} (x_3 - nh + h - H_1), \quad nh - h < x_3 < nh - h + h_1; \\ u_{6-m}(x_3) &= \tilde{A}_2^{(1)} (-1)^n \frac{\sin \alpha_{mm,2} (x_3 - nh + H_2)}{\bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2}}, \quad nh - h + h_1 < x_3 < nh \end{aligned} \quad (21)$$

і антисиметричні-симетричні відносно серединних площин шарів коливання (AS-коливання)

$$\begin{aligned} u_{6-m}(x_3) &= \tilde{A}_1^{(1)} (-1)^n \frac{\sin \alpha_{mm,1} (x_3 - nh + h - H_1)}{\bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1}}, \quad nh - h < x_3 < nh - h + h_1; \\ u_{6-m}(x_3) &= \tilde{A}_2^{(2)} (-1)^n \cos \alpha_{mm,2} (x_3 - nh + H_2), \quad nh - h + h_1 < x_3 < nh. \end{aligned} \quad (22)$$

З умов спряження (2) між шарами товщиною $h_1 = 2H_1$ та $h_2 = 2H_2$ одержуємо алгебраїчні рівняння

$$\begin{aligned} & \tilde{A}_1^{(2)} \bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1} \sin \alpha_{mm,1} H_1 + \tilde{A}_2^{(1)} \cos \alpha_{mm,2} H_2 = 0, \\ & \tilde{A}_1^{(2)} \left(\cos \alpha_{mm,1} H_1 - \frac{1}{2} \bar{\eta}_{3,6-m} \bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1} \sin \alpha_{mm,1} H_1 \right) + \end{aligned}$$

$$+ \tilde{A}_2^{(1)} \left(\frac{\sin \alpha_{mm,2} H_2}{\bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2}} + \frac{1}{2} \bar{\eta}_{3,6-m} \cos \alpha_{mm,2} H_2 \right) = 0 \quad (23)$$

для SA-коливань і алгебраїчні рівняння

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1^{(1)} \cos \alpha_{mm,1} H_1 - \tilde{A}_2^{(2)} \bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2} \sin \alpha_{mm,2} H_2 = 0 \\ \tilde{A}_1^{(1)} \left(\frac{\sin \alpha_{mm,1} H_1}{\bar{c}_{mm,1} \bar{\alpha}_{mm,1}} + \frac{1}{2} \bar{\eta}_{3,6-m} \cos \alpha_{mm,1} H_1 \right) - \\ - \tilde{A}_2^{(2)} \left(\cos \alpha_{mm,2} H_2 - \frac{1}{2} \bar{\eta}_{3,6-m} \bar{c}_{mm,2} \bar{\alpha}_{mm,2} \sin \alpha_{mm,2} H_2 \right) = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

для AS-коливань.

З умов існування ненульових розв'язків однорідних систем (23) і (24) одержимо частотні рівняння і відношення між сталими інтегрування.

Одержані результати дозволяють не тільки розщепити рівняння границь зон пропускання (13), а і показати, які форми коливань мають місце на кожній з цих границь.

Дисперсійне співвідношення (10) аналізувалося чисельно для композиту з механічними властивостями шарів $\bar{\rho}_1 = 1$, $\bar{c}_{44,1} = \bar{c}_{55,1} = \bar{c}_{66,1} = 1$, $\bar{\rho}_2 = 2$, $\bar{c}_{44,2} = \bar{c}_{55,2} = \bar{c}_{66,2} = 20$ при нормуючих параметрах $\rho_{00} = \rho_1$, $c_{00} = c_{66,1}$. Товщини шарів приймалися рівними $h_1 = 0,3h$ та $h_1 = 0,7h$. Міжфазний параметр $\bar{\eta}_{31} = \bar{\eta}_{32} = 0,0$ (міжфазні недосконалості відсутні); 0,1; 0,5; 1,0; 5,0. Типові зони пропускання показані на рис.1 при $h_1 = 0,3h$, $\bar{\eta}_{31} = \bar{\eta}_{32} = 0,5$. Написи SS, AA, SA, AS біля дисперсійних кривих вказують на типи коливань, які цим кривим відповідають.

Проведений аналіз показав, що в матеріалах з міжфазними недосконалостями на відміну від матеріалів з досконалим сполученням компонент [4] не існує напрямку, в якому проходять хвилі всіх частот. Найбільш характерною особливістю впливу міжфазного параметру на структуру зон пропускання хвиль є їх сильне звуження при збільшенні $\eta_{3,6-m}$. Виявити ці вузькі зони, особливо при високих частотах, можливо тільки по аналізу типів коливань на межах зон пропускання об'ємних хвиль. Цей аналіз виконаний по системах (19), (20), (23), (24) відповідно для SS-, AA-, SA-, AS-коливань.

При збільшенні міжфазних параметрів границі зон пропускання асимптотично наближаються до дисперсійних кривих для нормальних

хвиль зсуву в шарах товщиною h_1 і h_2 . Для композиту з прийнятими значеннями механічних параметрів це буде два сімейства гіпербол

$$\bar{\omega}^2 - \bar{k}^2 = \left(\frac{m_1 \pi}{h_1} \right)^2, \quad m_1 = 0, 1, 2, \dots;$$

$$\bar{\omega}^2 - 10\bar{k}^2 = 10 \left(\frac{m_2 \pi}{h_2} \right)^2, \quad m_2 = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

На рис. 1 вони показані буквами $H_1(0)$, $H_1(1)$, $H_2(0)$. По числу асимптотик в межах заданого частотного діапазону можна визначити число зони пропускання в цьому діапазоні.

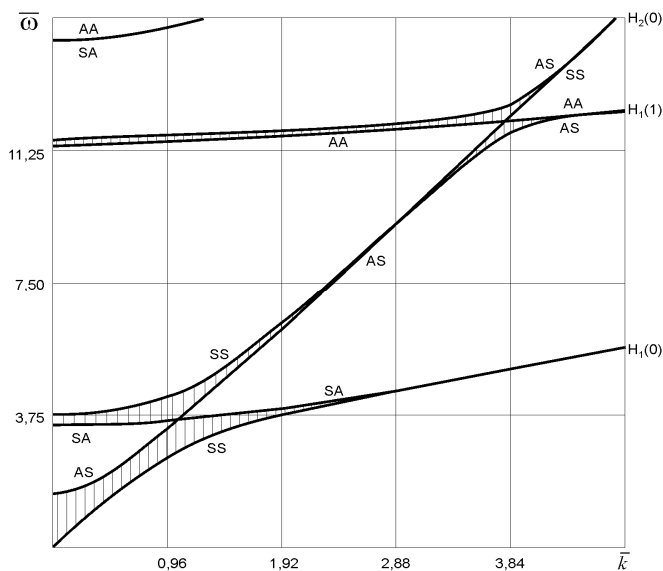


Рис. 1

При збільшенні міжфазних параметрів зменшуються частоти, при яких відбувається пропускання хвиль (друга і т.д. зони пропускання спускаються вниз по частоті).

На рис. 2 наведені результати розрахунку форм хвиль для того ж матеріалу при $\bar{k} = 0,96$ (рис.2,а) та $\bar{k} = 1,92$ (рис.2,б) на граничних частотах зон пропускання для трьох періодів структури. На рис.2,а крива 1 відповідає нижній границі першої зони пропускання

($\bar{\omega}_1 = 2,601746$, SS-коливання), крива 2 – верхній границі першої зони пропускання ($\bar{\omega}_2 = 3,369278$, AS-коливання), крива 3 – нижній границі другої зони пропускання ($\bar{\omega}_3 = 3,556016$, SA-коливання), крива 4 – верхній границі другої зони пропускання ($\bar{\omega}_4 = 4,230742$, SS-коливання), крива 5 – нижній границі третьої зони пропускання ($\bar{\omega}_5 = 11,572015$, AA-коливання), крива 6 – верхній границі третьої зони пропускання ($\bar{\omega}_6 = 11,658619$, AS-коливання). На рис.2,б крива 1 відповідає нижній границі першої зони пропускання ($\bar{\omega}_1 = 3,799316$, SS-коливання), крива 2 – верхній границі першої зони пропускання ($\bar{\omega}_2 = 3,929859$, SA-коливання), крива 3 – нижній границі другої зони пропускання ($\bar{\omega}_3 = 6,234196$, AS-коливання), крива 4 – верхній границі другої зони пропускання ($\bar{\omega}_4 = 6,374857$, SS-коливання), крива 5 – нижній границі третьої зони пропускання ($\bar{\omega}_5 = 11,706880$, AA-коливання), крива 6 – верхній границі третьої зони пропускання ($\bar{\omega}_6 = 11,782537$, AS-коливання).

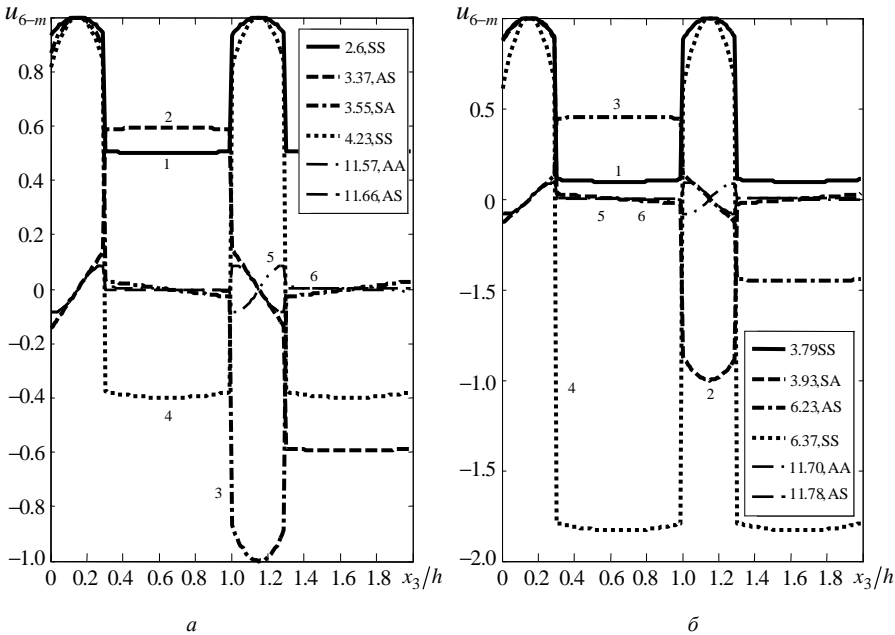


Рис. 2

Варто відзначити також, що форми коливань на верхній границі першої зони пропускання і на нижній границі другої зони пропускання міняються місцями: при $\bar{k} = 0,96$ це будуть відповідно AS- та SA-коливання, а при $\bar{k} = 1,92$ стають відповідно SA- та AS-коливаннями.

1. *Баженов В.А., Шульга Н.Д.* Скорости распространения длинных волн в слоистых композитах с тонкими прослойками // Соппротивление материалов и теория сооружений. – 1989. – Вып. 55. – С. 6-10.
2. *Баженов В.А., Шульга Н.Д.* Распространение объемных волн сдвига в слоистых композитах с межфазными дефектами // Соппротивление материалов и теория сооружений. – 1994. – Вып. 61. – С. 33-38.
3. *Композиционные материалы.* В 8-и т. Т.1. Поверхности раздела в металлических композитах. – Москва: Мир, 1978. – 438 с. Т.6. Поверхности раздела в полимерных композитах. – Москва: Мир, 1978. – 294 с.
4. *Механика композитов.* В 12 т. Т.2. Динамика и устойчивость материалов. – Киев: Наукова думка, 1993. – 431 с. Т.6. Технологические напряжения и деформации в материалах. – Киев: ПТОО «А.С.К.», 1997. – 394 с.
5. *Шульга М.О., Шульга Н.Д.* Вплив міжфазних недосконалостей на структуру зон пропускання хвиль зсуву в шаруватих композитах // Деп. в ДНТБ України 13.02.1995 р. № 310 – Ук. 95 (Донецький ун-т. – Донецьк, 1994). – 39 с.
6. *Шульга Н.Д.* Частоти пропускання і граничні форми об'ємних хвиль поперек структури двокомпонентних шаруватих композитів з міжфазними недосконалостями // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2006. – Вип. 79. – С. 109-117.
7. *Шульга Н.Д.* Форми коливань на границях зон пропускання одномірних хвиль в двокомпонентних шаруватих композитах з міжфазними недосконалостями // Системні технології. – 2007. – Вип. 4(51). – С. 44-49.