

## СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ GNSS-ВИМІРЮВАНЬ ПРИ СТВОРЕННІ ГЕОДЕЗИЧНИХ МЕРЕЖ НА ГЕОДИНАМІЧНИХ ПОЛІГОНАХ

*Розглянуто основні підходи до проектування геодезичних мереж для геодезичного моніторингу засобами GNSS-технологій. Запропоновано при проектуванні геодезичних мереж виконувати статистичне моделювання з використанням методу Монте-Карло. На прикладі реальної геодезичної мережі виконано статистичне моделювання GNSS-вимірювань. За результатами вирівнювання модельної GNSS-мережі встановлено, що при значній надлишковості вимірювань базових ліній можна досягти підвищення точності визначення координат пунктів мережі.*

*Ключові слова: геодезичний моніторинг, статистичне моделювання, GNSS-вимірювання, метод Монте-Карло, коваріаційна матриця, середня квадратична похибка.*

**Постановка проблеми.** Основу будь-якого геодезичного проектування становлять вимоги до точності виконання робіт. Стосовно до побудови геодезичних мереж завдання полягає в призначенні або розрахунку похибки функції того або іншого елемента мережі. При проектуванні геодезичних мереж, виходячи із призначення, виду і площі об'єкта, необхідно вирішити наступні завдання:

- визначити вихідні вимоги до точності побудови мережі;
- визначити кількість стадій розвитку мережі;
- вибрати для кожної стадії вид побудови мережі;
- призначити загальні вимоги до точності побудови мережі на кожній стадії;
- визначити необхідну точність окремих видів вимірювань на кожній стадії побудови мережі.

Існує два підходи до вирішення цих завдань.

*Перший підхід.* Виходячи з умов проектування, визначають конкретний вид мережі і вибирають клас її побудови. Для вибраного класу мережі існують геометричні і точнісні параметри, які наводяться в нормативних документах. Керуючись ними, розробляють проект і виконують його оцінку. Результати оцінки порівнюють із заданими або нормативними вимогами і роблять відповідні висновки. Далі вибирають рекомендовані інструкціями методи і

засоби вимірювань. Такий принцип вирішення задачі проектування звичайно застосовують при проектуванні мереж для виконання крупномасштабного топографічного знімання.

*Другий підхід.* Для геодезичних мереж проектування і розрахунок точності виконують, керуючись призначенням мережі. При цьому можна керуватися геометричними параметрами, які приблизно відповідають певним класам мереж. Далі на основі розрахунків визначається клас побудов для кожного рівня розвитку мережі. Так само на основі розрахунків визначається методика і вибираються засоби вимірювань на кожній стадії.

Звичайно, у випадку геодезичних мереж для моніторингу на геодинамічних полігонах необхідно використовувати другий підхід. При цьому недостатньо виконати звичайний попередній розрахунок точності мережі, оскільки такий розрахунок буде відповідати точності мережі для конкретних умов спостережень і не враховуватиме статистичні закономірності, що проявляються при виконанні геодезичних спостережень. Тому найбільш правильним та сучасним є підхід до проектування геодезичних мереж на основі багаторазового статистичного моделювання результатів спостережень у мережі. За результатами такого моделювання можна правильно підібрати конфігурацію мережі, встановити необхідну кількість та точність вимірювань та виявити приховані закономірності, що можуть впливати на точність і надійність геодезичної мережі.

**Огляд попередніх публікацій.** Вирішення завдань геодинаміки було завжди однією з найбільш актуальних та одночасно складних проблем геодезії. До винаходу та широкого впровадження глобальних навігаційних супутникових систем, методи геодезії дозволяли вирішувати геодинамічні завдання на невеликих за розміром ділянках (до 5 км). Впровадження GNSS-технологій дозволило на більш якісному рівні вирішувати, як традиційні завдання геодезичного моніторингу інженерних споруд, таких, як висотні будівлі, мости, греблі та інше [1-3], так і завдання глобальної геодинаміки, такі як спостереження за тектонічними розломами, зонами постійних землетрусів та рухом континентів [18]. Незважаючи на всі переваги GNSS-технологій, їм притаманні деякі недоліки притаманні традиційним геодезичним технологіям. Базове для геодезії поняття – геодезична мережа, залишається базовим і для GNSS-технологій. Отже питання проектування геодезичної мережі при GNSS-вимірюваннях залишається актуальним.

З моменту появи якісних програм на ЕОМ для вирівнювання геодезичних мереж, всі попередні розрахунки почали виконувати строгим методом через отримання коваріаційної матриці мережі та обчислення за її елементами очікуваних середніх квадратичних похибок вимірних величин у геодезичній

мережі [11,15]. Через те, що точність GNSS-вимірювань не залежить від погодних умов і є екстремально високою, особливо на великих відстанях (понад 1000 км) ряд авторів вважають, що достатньо використати паспортні дані GNSS-обладнання і на їх основі спрогнозувати очікувану точність визначення координат в геодезичній мережі. Такий підхід слід вважати абсолютно непрофесійним, оскільки при цьому нехтуються базові принципи геодезичної науки – не враховуються кореляційні зв'язки між базовими лініями, не враховуються кореляційні зв'язки між компонентами окремої базової лінії, не враховується принцип надлишковості вимірювань і нарешті ігнорується вплив комплексу умов на результати геодезичних вимірювань, таких наприклад, як похибки спостерігача (центрування, вимірювання висоти приладу та ін.).

Аналіз закордонних публікацій вказує, що світові вчені приділяють достатньо уваги питанню проектування GNSS-вимірювань для створення геодезичних мереж. При проектуванні мереж враховуються такі критерії як: довжини базових ліній, геометрія розміщення станцій та стратегія оброблення результатів вимірювань [7,12]. В наведеному прикладі мова йде про мережу, що вже функціонує і якість мережі перевіряється за результатами реальних вимірювань. Інший підхід до проектування GNSS-мереж базується на критеріях надійності фіксування переміщень в геодинамічній мережі [5,6]. Такий критерій є дуже важливим у випадку геодинамічного моніторингу, проте без врахування особливостей самого процесу вимірювань він є недостатнім.

Одним з найсучасніших підходів до проектування геодезичних мереж є так званий алгоритм «рою часток» [4]. За своєю структурою даних підхід певною мірою подібний до методу статистичного моделювання. На теперішній час метод недостатньо досліджений і поки, що не може бути рекомендований як базовий для статистичного моделювання геодезичних мереж.

Відомі роботи свідчать, що метод статистичного моделювання Монте-Карло використовується при дослідженні традиційних, лінійно-кутових та висотних мереж. Можливості цього методу при дослідженні GNSS-мереж не розглядалися.

**Постановка завдання.** Головне завдання роботи – це дослідження ефективності використання статистичного моделювання геодезичних вимірювань при проектуванні та створенні геодезичних мереж засобами GNSS-технологій.

**Основний зміст роботи.** Незалежно від того якого типу і якої точності буде створена мережа, в основу розрахунків для проектування покладене рішення відомого рівняння:

$$m_f = \mu \sqrt{\frac{1}{P_f}} \quad (1)$$

де  $m_f$  – середня квадратична похибка функції в найбільш слабкому місці мережі або потрібного елемента у вирівнюваній мережі;  $\mu$  – середня квадратична похибка одиниці ваги;  $\frac{1}{P_f} = Q_f$  – зворотна вага оцінюваного елемента.

Вихідна точність може бути задана в технічному завданні, у нормативних документах або отримана розрахунковим шляхом.

З урахуванням похибки вихідних даних  $m_{ВЛХ}$  сумарна похибка елементу мережі, в нашому випадку пункту, буде:

$$m = \sqrt{m_{ВЛХ}^2 + m_f^2} \quad (2)$$

Виходячи із підходів, що викладені у постановці завдання, у першому випадку, знайшовши зворотну вагу і задавши середню квадратичну похибку одиниці ваги, що відповідає обраному нормативному класу, визначають похибку  $m_f$  функції оцінюваного елемента мережі і порівнюють її з нормативною. У другому випадку - за обчисленою величиною зворотної ваги і заданій похибці функції оцінюваного елемента знаходять похибку одиниці ваги  $\mu$ . На основі отриманої величини  $\mu$  вибирають методику вимірювань.

При строгому рішенні зворотну вагу функції оцінюваного елемента звичайно знаходять із вирівнювання. Оскільки вимірювань до створення мережі немає, питання про вирівнювання відпадає. Але, оскільки оцінюється зворотна вага функції вирівняних елементів, то для її обчислення, приймають вільні члени відповідних рівнянь рівними нулю і таким чином можна використати принципи і прийоми вирівнювання.

При вирівнюванні GNSS-мереж можливі два підходи: одночасне вирівнювання всіх базових ліній, з уточненням параметрів орбіт та інших елементів; побазове вирівнювання окремих базових ліній з подальшим вирівнюванням їх у геодезичній мережі [14,17]. Вибір методу вирівнювання є дискусійним питанням, кожний з підходів має свої переваги та недоліки [10]. У нашому випадку при виконанні статистичного моделювання та попереднього розрахунку точності ми скористаємось математичною моделлю побазового методу вирівнювання [10,14,17].

Як зазначалося вище, найбільш повною оцінкою точності будь-якої мережі є коваріаційна матриця похибок в координатах пунктів мережі. При оцінці проекту мережі вихідними даними слугують наближені координати пунктів мережі, базові лінії, а також очікувані середні квадратичні похибки вимірювань. За цими даними відповідно до програми, яка побудована на основі

параметричного способу вирівнювання, складають матрицю  $\mathbf{A}$  коефіцієнтів рівнянь поправок для всіх вимірних величин. Потім складають відповідну до цих рівнянь матрицю  $\mathbf{P}$  та за правилами методу найменших квадратів переходять до матриці  $\mathbf{N}$  коефіцієнтів нормальних рівнянь для мережі в цілому:

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \quad (3)$$

Для того щоб знайти зворотні ваги функцій елементів мережі, знаходять зворотну матрицю коефіцієнтів нормальних рівнянь.

$$\mathbf{N}^{-1} = \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1m} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{m1} & Q_{m2} & \dots & Q_{mm} \end{pmatrix} \quad (4)$$

де  $m$  – потроєне число визначуваних пунктів.

Помноживши зворотну матрицю, на середню квадратичну похибку одиниці ваги, отримаємо коваріаційну матрицю похибок координат пунктів мережі:

$$\mathbf{K}_X = \begin{bmatrix} m_{x_i}^2 & k_{x_i y_i} & k_{x_i z_i} & \dots & k_{x_i z_n} \\ k_{x_i y_i} & m_{y_i}^2 & k_{z_i y_i} & \dots & k_{y_i z_n} \\ k_{x_i z_i} & k_{z_i y_i} & m_{z_i}^2 & \dots & k_{z_i z_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{x_i z_n} & k_{y_i z_n} & k_{z_i z_n} & \dots & m_{z_n}^2 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де  $m_{x_i}$ ,  $m_{y_i}$ ,  $m_{z_i}$  – середні квадратичні похибки абсциси, ординати та аплікати  $i$ -го пункту;  $k_{x_i y_j}$  – кореляційні моменти;  $n$  – кількість пунктів мережі. На головній діагоналі цієї матриці розташовані квадрати середніх квадратичних похибок координат пунктів мережі, так що відразу видно, чи задовольняє запроєктована мережа вимогам до точності розташування пунктів чи необхідно підвищити точність вимірювань або покращити конфігурацію мережі.

Маючи коваріаційну матрицю похибок в координатах пунктів, можна дати відповідь на ряд питань стосовно точності елементів мережі. Компоненти коваріаційної матриці дозволяють оцінити наприклад точність лінії, між двома пунктами мережі. Позначимо проекції лінії  $S$  на координатні вісі через  $\Delta x$  та  $\Delta y$ . Коваріаційну матрицю цих проекцій обчислимо, використавши при цьому компоненти коваріаційної матриці  $\mathbf{K}_X$  (5),

$$\mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} m_{\Delta x}^2 & k_{\Delta x \Delta y} \\ k_{\Delta x \Delta y} & m_{\Delta y}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{x_1}^2 + m_{x_2}^2 - 2k_{x_1 x_2} & k_{x_1 y_1} - k_{x_2 y_1} - k_{x_1 y_2} + k_{x_2 y_2} \\ k_{x_1 y_1} - k_{x_2 y_1} - k_{x_1 y_2} + k_{x_2 y_2} & m_{y_1}^2 + m_{y_2}^2 - 2k_{y_1 y_2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Для моделювання запроєктованої геодезичної мережі застосовують метод спотвореної математичної моделі. Даний метод базується на використанні можливостей, що їх надає сучасне програмне забезпечення при моделюванні випадкових величин. В основі методу спотвореної математичної моделі лежить використання методу Монте-Карло.

Загальна філософія методу Монте-Карло полягає в наступному. Нехай при вирішенні деякої практичної задачі необхідно обчислити невідому величину  $x$ . Введемо таку випадкову величину  $\xi$ , що для неї  $M(\xi) = x$  і  $D(\xi) = \sigma^2$ . Якщо розглянути послідовність випадкових величин  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ , розподіл яких співпадає з розподілом  $\xi$ . Відповідно до центральної граничної теореми розподіл суми випадкових величин:

$$\Sigma = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_N,$$

буде наближатись до нормального розподілу з параметрами  $\alpha = Nx$  та  $m^2 = N\sigma^2$  з будь-якою довільною точністю при збільшенні числа  $N$ . З відомого виразу

$$P(\alpha - 3m \leq z \leq \alpha + 3m) = 0,997,$$

отримуємо

$$P(xN - 3\sigma\sqrt{N} \leq \Sigma \leq xN + 3\sigma\sqrt{N}) = 0,997.$$

Розділивши вираз в дужках почленно на  $N$ , отримаємо еквівалентну нерівність:

$$P\left(x - \frac{3\sigma}{\sqrt{N}} \leq \frac{\Sigma}{N} \leq x + \frac{3\sigma}{\sqrt{N}}\right) = 0,997.$$

Перетворивши останній вираз, отримаємо співвідношення, що лежить в основі методу статистичних випробувань:

$$P\left\{\left|\left(\frac{\sum_{i=1}^N \xi_i}{N}\right) - x\right| \leq \left(\frac{3\sigma}{\sqrt{N}}\right)\right\} = 0,997.$$

Це співвідношення дозволяє розрахувати величину  $X$  з оцінкою точності розрахунку. Дійсно, середнє арифметичне з випадкових величин  $\xi_i$  прямує до величини  $X$  і похибка такого наближення не перевищує величини  $\frac{3\sigma}{\sqrt{N}}$ , яка прямує до нуля при  $N \rightarrow \infty$ .

Розглянемо тепер порядок статистичного моделювання GNSS-мереж. З цифрової карти або плану знімають координати запроєктованих пунктів мережі. Після цього обчислюють компоненти базових ліній, які передбачається виміряти  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ . Таким чином отримують GNSS-мережу яка є безпомилковою.

Для переходу від безпомилкової мережі до реальної в компоненти базових ліній вводять випадкові похибки, які змодельовані на EOM і мають заданий розподіл. У випадку геодезичних мереж найчастіше використовують нормальний закон розподілу. При цьому отримані при моделюванні похибки повинні приводити до заданої для запроєктованої мережі середньої квадратичної похибки одиниці ваги. Якщо умови побудови мережі можуть призвести до появи систематичних похибок, то їх також вводять в результати вимірювань за певним відомим законом. У випадку GNSS-мереж при моделюванні випадкових похибок можуть бути використані різні стохастичні моделі [8,9,13,16]. Для демонстрації роботи методу статистичного моделювання ми використаємо найбільш просту стохастичну модель утворення похибок базових ліній. Для трьох компонентів базової лінії модель похибок є однаковою і має наступний вигляд:

$$m_{\Delta X, \Delta Y, \Delta Z} = a + b \cdot S + c, \quad (8)$$

де,  $a$  - постійна похибка базової лінії (приймаємо 4 мм),  $b$  - складова, що залежить від довжини базової лінії (0,5),  $c$  - похибка центрування (0,5 мм).

Використовуючи координати пунктів і отримані описаним способом компоненти базових ліній складають рівняння поправок. Виконують оброблення отриманої мережі, обчислюють вирівняні значення «вимірювань» величин, координати пунктів та базові лінії. Порівняння отриманих значень елементів мережі з їх безпомилковими значеннями дозволяє отримати істинні похибки «вимірювань».

Описаний процес моделювання виконують  $N$  разів і на кожному етапі для кожного елемента мережі знаходять  $N$  значень істинних похибок. Наприклад для кожного пункту отримують  $N$  пар координат  $(X, Y, Z)$ , які порівнюють з безпомилковими координатами. Це дає можливість обчислити істинні похибки координат:

$$\delta X_j = X_j - X_0; \quad \delta Y_j = Y_j - Y_0; \quad \delta Z_j = Z_j - Z_0.$$

За відомою формулою Гауса для істинних похибок розраховують середні квадратичні похибки визначення положення пункту:

$$m_X^2 = \frac{\sum_1^N \delta X^2}{N}; \quad m_Y^2 = \frac{\sum_1^N \delta Y^2}{N}; \quad m_Z^2 = \frac{\sum_1^N \delta Z^2}{N};$$

$$m_P^2 = m_X^2 + m_Y^2; \quad m_P^2 = m_X^2 + m_Y^2 + m_Z^2.$$

Важливим є визначити мінімальну кількість необхідних кроків моделювання  $N$ . Для цього використовують формулу обчислення точності самої середньої квадратичної похибки:

$$m_m = \frac{m}{\sqrt{2N}} \Rightarrow \frac{m^2}{m_m^2} = 2N. \quad (9)$$

Для визначення середніх квадратичних похибок  $m$  з похибкою не більше 20%, моделювання необхідно виконати мінімум 12-13 разів, для похибки  $m$  не більше 10% необхідно виконати моделювання мінімум 50 разів для похибки  $m$  не більше 5% необхідно виконати моделювання мінімум 200 разів.

Для перевірки розглянутої методики статистичного моделювання використаємо координати пунктів GNSS-мережі на геодинамічному полігоні, що створений в зоні функціонування Ростовської АЕС (РФ). Схему мережі представлено на рис. 1. Загальна довжина мережі складає приблизно 30 км.

За викладеною методикою було виконано 50 статистичних випробувань для кожної із запроєктованих базових ліній. Результати статистичних випробувань наведені у табл. 1.

Таблиця 1

## Результати моделювання компонентів базових ліній

База		S, м	$m_{\Delta X}$ , мм	$m_{\Delta Y}$ , мм	$m_{\Delta Z}$ , мм	$m_{\Delta P}$ , мм	$m_{\Delta}$ , мм
1	2	3	4	5	6	7	8
R13A	R17A	10992.414	4.3	3.9	4.8	5.8	7.5
R13A	RO08	21874.212	7.8	5.8	6.4	9.7	11.6
R13A	RO09	20816.474	7.1	7.1	8.2	10	13
R13A	RO10	19331.578	6.6	5.8	5.9	8.8	10.6
R13A	RO11	11839.891	4.4	4.1	4	6	7.2
R13A	RO41	25045.019	8.7	6.4	8.2	10.8	13.6
R14A	R13A	7822.978	3.2	3.4	3.4	4.7	5.8
R14A	R17A	16198.392	5.2	4.6	5.4	6.9	8.8
R14A	RO08	29670.057	6.5	9.4	8.9	11.4	14.5
R14A	RO09	27893.56	9.5	18	9	20.4	22.2



1	2	3	4	5	6	7	8
R14A	RO10	27093.06	8.8	7.9	8	11.8	14.3
R14A	RO11	18731.375	6.2	5.8	6.1	8.5	10.4
R14A	RO41	32835.412	9.1	9	9.3	12.8	15.8
R15A	R13A	9544.076	3.3	2.8	3.6	4.3	5.6
R15A	R14A	8826.577	3.3	3.2	2.8	4.6	5.4
R15A	R17A	9994.552	3.9	3.7	3.8	5.4	6.6
R15A	RO08	27230.619	8.2	9	8.6	12.2	14.9
R15A	RO09	22959.987	6	7.5	7.8	9.6	12.4
R15A	RO10	24478.688	8.2	6.2	8.2	10.3	13.1
R15A	RO11	14365.507	5.1	4.2	5	6.6	8.3
R15A	RO41	30198.061	10.1	9	9.8	13.5	16.7
R17A	RO08	18289.514	5.5	6.1	5.6	8.2	9.9
R17A	RO09	12996.282	4.6	4.2	4.3	6.2	7.6
R17A	RO10	15573.432	4.8	5.4	5.1	7.2	8.8
R17A	RO11	5191.555	2.8	3.2	2.6	4.2	5
R17A	RO41	21010.669	6.5	7.9	6.7	10.2	12.2
RO08	RO41	3175.699	2.4	2.6	2.6	3.5	4.4
RO09	RO08	8907.41	3.4	3.3	3.7	4.7	6
RO09	RO10	7448.839	3.3	3.4	3.7	4.7	6
RO09	RO41	10212.404	4.2	3	3.3	5.2	6.1
RO10	RO08	2755.067	2.1	2.4	2.5	3.2	4
RO10	RO41	5795.185	2.8	2.9	2.8	4	4.9
RO11	RO08	13153.738	4.3	4.2	4.6	6	7.6
RO11	RO09	9163.411	3.1	3.1	3.5	4.4	5.6
RO11	RO10	10418.364	3.7	3.4	3.6	5	6.2
RO11	RO41	15966.758	4.9	4.8	4.9	6.8	8.4

За отриманими компонентами базових ліній було виконано 50-кратне вирівнювання GNSS-мережі, обчислені істинні похибки та середні квадратичні похибки пунктів.

Таблиця 2

### Результати статистичного моделювання GNSS-мережі

Назва пункту	$m_X$ , мм	$m_Y$ , мм	$m_Z$ , мм	$m_P$ , мм	$m$ , мм
R13A	2.0	1.9	1.9	2.8	3.4
R14A	1.8	2.4	2.9	3.0	4.2
R17A	2.2	2.1	2.1	3.0	3.7
RO08	1.8	1.8	2.0	2.5	3.2
RO09	1.9	3.0	2.6	3.6	4.4
RO10	2.0	1.8	2.0	2.7	3.4
RO11	1.6	3.0	2.7	3.4	4.3

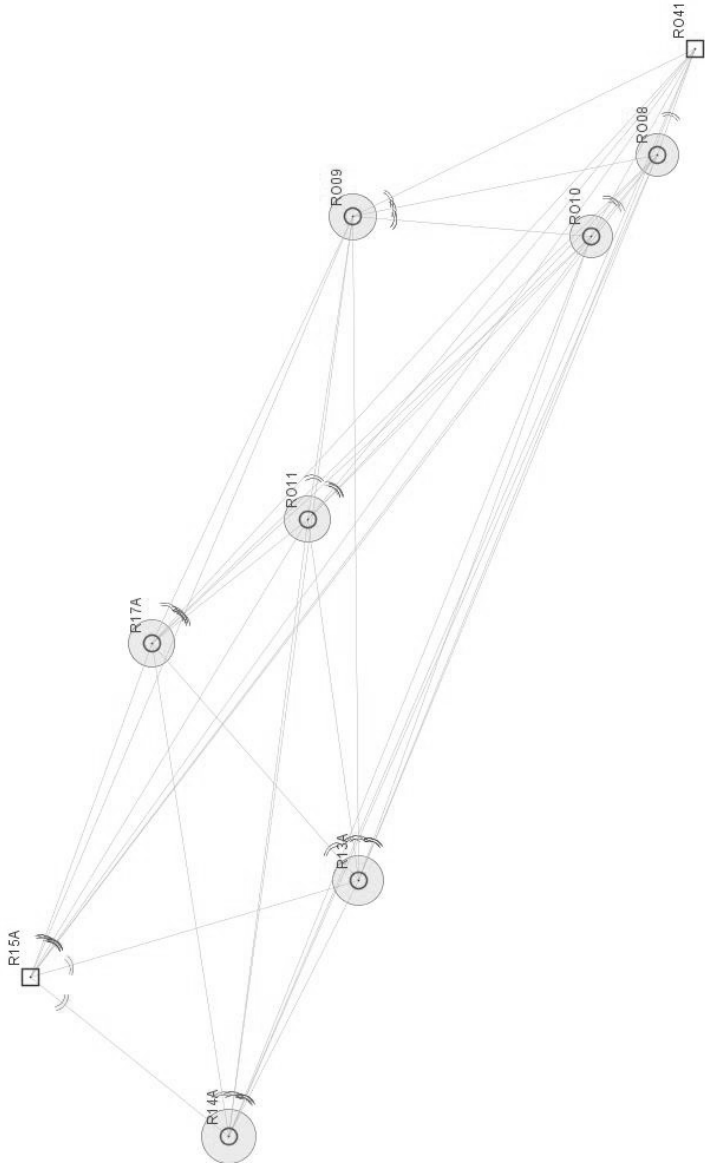


Рис. 1. Схема експериментальної GNSS-мережі Ростовської АЕС

GNSS-мережі такого класу створюються в першу чергу для спостережень за горизонтальними переміщеннями. Розрахуємо очікувану точність визначення

горизонтального переміщення, як  $m_{\delta} = m_p \sqrt{2}$ , та величину надійно визначуваного переміщення для довірчої ймовірності 95%, як  $\delta = 2.5m_{\delta}$ . Для вихідних пунктів прийємо СКП у плані рівною 3 мм.

Таблиця 3

**Очікувана точність визначення переміщень у запроєктованій GNSS-мережі**

Назва пункту	СКП пунктів з урахуванням похибок вихідних даних, мм	СКП визначення переміщень пунктів, мм	Величина надійно визначуваного переміщення, мм
R13A	4.1	5.8	14.5
R14A	4.2	6	15
R17A	4.2	6	15
RO08	3.9	5.5	13.8
RO09	4.7	6.6	16.6
RO10	4	5.7	14.3
RO11	4.5	6.4	16

Аналізуючи результати, представлені у табл. 2 відмітимо, що завдяки надлишковості вимірювань в середньому кожна координата визначуваних пунктів визначається з точністю не гірше 3 мм, при тому, що окремі компоненти базових ліній визначаються з точністю нижче 10 мм. З табл. 3 випливає, що незважаючи на те, що деякі базові лінії в плані фіксують місцеположення з точністю нижче 20 мм, за результатами статистичного моделювання, видно, що фактично величина переміщення 15 мм і більше визначається достатньо надійно.

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** Представлені в роботі дослідження є першою спробою дослідити можливості та ефективність методу статистичного моделювання при проектуванні GNSS-мереж. Отримані в роботі результати вказують на високу ефективність статистичного моделювання. На прикладі геодезичної мережі, створеної для спостережень за горизонтальними переміщеннями земної кори, доведено доцільність використання методу статистичного моделювання та його переваги перед наближеними методами попереднього розрахунку.

Даний напрям досліджень є дуже перспективним. Потребують подальшого дослідження різні стохастичні моделі похибок базових ліній, доцільність використання повної коваріаційної матриці окремої базової лінії при вирівнюванні побазовим методом та статистичне моделювання GNSS-

мереж при визначенні не тільки координат, а й безпосередньо при визначенні переміщень між двома довільними епохами спостережень.

### Список літератури

1. Ali R. High Accuracy Real-time Dam Monitoring Using Low-Cost GPS Equipment. /R.Ali, P. Cross, A. Ali El-Sharkawi// From Pharaohs to Geoinformatics FIG Working Week 2005 and GSDI-8, TS 43 – Deformation Measurement and Analysis, Cairo, Egypt, April 16-21, 2005 pp. 1-20.
2. Cosser E. Single Frequency GPS for Bridge Deflection Monitoring: Progress and Results /E. Cosser, G.W. Roberts, X. Meng, A. Dodson// 1st FIG International Symposium on Engineering Surveys for Construction Works and Structural Engineering, Session 4 - Structural Health Monitoring of Bridges, Nottingham, United Kingdom, 28 June – 1 July 2004, pp. 1-13.
3. Ding X.L. Application of Multi-Antenna GPS Technology in Monitoring Stability of Slopes. /X.L. Ding, W.J. Dai, Q. Zhang, L. Wang, W.T. Yang, X.W. Zhou, J.Lam// Strategic Integration of Surveying Services FIG Working Week 2007, TS 3F – Subsidence and Landslide Monitoring, Hong Kong SAR, China, 13-17 May 2007, pp. 1-11.
4. Doma M.I. Particle swarm optimization in comparison with classical optimization for GPS network design /M.I. Doma// Journal of Geodetic Science 3(4), 2013, pp. 250–257. <http://dx.doi.org/10.2478/jogs-2013-0030>.
5. Even-Tzur G. Designing a geodetic-geodynamic network: a comparative study of data processing tools. /G. Even-Tzur, E. Salmon, M. Kozakov, M. Rosenblum// GPS Solutions 8, 2004, pp. 30–35. <http://dx.doi.org/10.1007/s10291-004-0083-9>.
6. Even-Tzur G. GPS vector configuration design for monitoring deformation networks, /G. Even-Tzur// Journal of Geodesy 76, 2002, pp. 455–461. <http://dx.doi.org/10.1007/s00190-002-0274-5>.
7. Grejner-Brzezinska D.A.. On accuracy and reliability of instantaneous network RTK as a function of network geometry, station separation, and a data processing strategy. /D.A. Grejner-Brzezinska, I. Kashani, P. Wielgosz// GPS Solutions 9, 2005, pp. 212–225. <http://dx.doi.org/10.1007/s10291-005-0130-1>.
8. Han S. Selection and scaling of simultaneous baselines for GPS network adjustment, or correct procedures for processing trivial baselines. /S. Han, C. Rizos// Geomatics Research Australasia 63(12), 1995, pp. 51–66.
9. Han S. Standardization of the variance-covariance matrix for GPS rapid static positioning. /S. Han, C. Rizos// Geomatics Research Australasia 62(6), 1995, pp. 37–54.
10. Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H.; Wasle, E. 2007. GNSS-Global Navigation Satellite Systems GPS, GLONASS, Galileo, and more. Wien New York: Springer. 516 p.
11. Huanan Fan Theory of Errors and Least Squares Adjustment. Royal Institute of Technology (KTH), Sweden, 2010. – 229 p.
12. Kashani I. On the reliability of VCV matrix: a case study based on GAMIT and Bernese GPS software. /I. Kashani, P. Wielgosz, D.A. Grejner-Brzezinska// GPS Solutions 8, 2004, pp. 193–199. <http://dx.doi.org/10.1007/s10291-004-0103-9>.
13. Musa, T.A.; Wang, J.; Rizos, C.; Satirapod, C. Stochastic modelling for network-based GPS positioning, in Proc. of the 6th International Symposium on Satellite Navigation Technology Including Mobile Positioning & Location Services, July 22–25, 2003, Melbourne. Australia.
14. Rizos C. Principles and Practice of GPS Surveying [Electronic resource]. Version 1.1, 1999. [http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/gps\\_survey](http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/gps_survey).
15. Strang G., Borre K. Linear Algebra, Geodesy and GPS. Wellesley-Cambridge Press, USA, 648 p.

16. Антонович К.М. Выбор стохастической модели при уравнивании спутниковых геодезических сетей /К.М. Антонович, В.В. Яхман// Вестник СГГА №11, 2006. - С. 58-64.
17. Дударев В.И. Уравнивание геодезических сетей по результатам относительных GPS-измерений. /В.И. Дударев// Вестник СГГА, Вып. 15(2), Новосибирск, 2011. - С. 7-15.
18. Панкрушин В.К. Математическое моделирование и идентификация геодинамических систем. - Новосибирск: СГГА, 2002. - 424 с.

### **Аннотация**

В статье рассмотрены основные подходы к проектированию геодезических сетей для геодезического мониторинга средствами GNSS-технологий. Предложено при проектировании геодезических сетей выполнять статистическое моделирование с использованием метода Монте-Карло. На примере реальной геодезической сети выполнено статистическое моделирование GNSS-измерений. По результатам уравнивания модельной GNSS сети установлено, что при значительной избыточности измерений базовых линий можно добиться повышения точности определения координат пунктов сети.

### **Annotation**

The article considers the main approaches to the design of geodetic networks for geodetic monitoring by GNSS-technologies. For the design of geodetic networks, it is proposed to perform statistical modeling using Monte Carlo method. For example, the real geodetic network perform statistical modeling of GNSS-measurements. As a result of the adjustment model GNSS network found that while considerable redundancy measurement baselines you can improve the accuracy of determining the coordinates of the network points.