

Критичний стан взаємодії хвилі сильних розривів у воді з пружним екраном

Григорій Іванченко

Київський національний університет будівництва і архітектури,
Повітрофлотський просп., 31, Київ, Україна, 03680. e-mail: ivgm@mail.ru

Анотація. Використовуючи нульове наближення променевого методу, чисельно досліджена перебудова геометрії сферичних фронтів підводної хвилі сильних розривів та зміну імпульсу, що переноситься ними, при подоланні хвилею пружного екрану. Виявлено, що в ідеально пружних екранах поблизу місць повного внутрішнього відображення променів на межі середовищ вода-екран додаткові внутрішні напруження стрімко зростають.

Ключові слова: пружне середовище, хвилі сильних розривів, взаємодія, критичні стани.

льсів, які переносяться ними, виявляється нульове наближення променевого методу [4]. Цей метод при своїй простоті дозволяє отримувати досить точний розв'язок в прифронтових зонах нестационарних хвиль, які розповсюджуються в різних середовищах.

При відсутності об'ємних сил вектор переміщень елемента пружного одно-рідного ізотропного середовища визначається через скалярний та векторний потенціали $\vec{U} = \nabla\Phi + \nabla \times \vec{\Psi}$, які задовольняють хвильові рівняння

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Інженерна практика з використанням вибухів під водою обумовлює необхідність з'ясування впливу хвиль сильних розривів на підводні об'єкти, а також розробку засобів захисту останніх. Традиційні аналітичні та чисельні методи дослідження напружено-деформованого стану занурених у воду пружних тіл при швидкоплинних динамічних впливах ускладнюються побудовою профілів полів напружень та деформацій, які належать до класу розривних функцій. Більш ефективним для аналізу геометрії поверхонь розриву польової функції, які утворюють фронти розповсюдження хвиль, а також для визначення інтенсивності імпу-

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \vec{\Psi} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \vec{\Psi}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

де $\alpha = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, $\beta = \sqrt{\mu/\rho}$ – швидкості поширення поздовжньої (P) та поперечної (S) хвиль, $\lambda = \lambda(E, \nu)$, $\mu = \mu(E, \nu)$ – параметри Ламе, E – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуассона, ρ – густина.

Розглядатиметься плоска вісесиметрична задача, тому векторному потенціалу можна надати вигляд $\vec{\Psi} = \Psi \vec{q}$, де \vec{q} – одинична нормаль до площини розв'язку, і хвильові потенціали записати у вигляді променивих рядів [2, 4]:

$$\Phi(\bar{x}, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\varphi_k(t - \tau)^{k+2} H(t - \tau)}{(k+2)!}, \quad (2)$$

$$\bar{\Psi}(\bar{x}, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\psi_k \bar{q}(t - \bar{\tau})^{k+2} H(t - \bar{\tau})}{(k+2)!},$$

де \bar{x} – радіус-вектор, $\varphi_k = \varphi_k(\bar{x})$, $\psi_k = \psi_k(\bar{x})$, $\tau_k = \tau_k(\bar{x})$, $\bar{\tau}_k = \bar{\tau}_k(\bar{x})$, $H(t - \tau)$ – функція Хевісайда. Підстановкою виразів (2) в (1) можна отримати рівняння ейконалу та рівняння переносу в рекурентній формі

$$(\nabla \tau)^2 = \frac{1}{\alpha^2}, (\nabla \bar{\tau})^2 = \frac{1}{\beta^2},$$

$$2(\nabla \tau)(\nabla \varphi_k) + \varphi_k \nabla^2 \tau = \nabla^2 \varphi_{k-1}, \quad (0 \leq k < \infty) \quad (3)$$

$$2(\nabla \bar{\tau})(\nabla \bar{\psi}_k) + \bar{\psi}_k \nabla^2 \bar{\tau} = \nabla^2 \bar{\psi}_{k-1}.$$

Рівняння ейконалу зводяться до системи диференціальних рівнянь

$$\frac{d\bar{p}}{ds} = 0, \quad \frac{d\bar{x}}{ds} = \bar{p}, \quad \frac{d\tau}{ds} = |\bar{p}|^2, \quad \bar{p} = \nabla \tau. \quad (4)$$

В променевій системі координат $\xi\eta\zeta$, де напрямок ξ співпадає з променем, η належить площині розповсюдження фронту, а ζ доповнює систему до правої трійки, розв’язок (4) для P -хвилі будуватиметься у вигляді

$$\bar{x} = \bar{n}\xi + \bar{f}, \quad \tau = \frac{\xi}{\alpha}, \quad \nabla \tau = \frac{\bar{n}}{\alpha}, \quad (5)$$

де \bar{n} – одиничний вектор нормалі до поверхні фронту, \bar{f} – вектор, який визначає початкову геометрію фронту. Аналогічно будуватиметься розв’язок системи (4) і для S -хвилі. Таким чином, формується сімейство прямолінійних променів та поверхні фронтів хвиль сильних розривів ($\tau = \text{const}$), перпендикулярних до цих променів. Шукані переміщення, напруження та їх інтенсивності визначаються через знайдені із розв’язків рівняння переносу величини φ_k та ψ_k ($k = 0, 1, 2, \dots$).

Для аналізу хвиль сильних розривів найважливіша інформація про динамічний вплив хвилі на пружне середовище міститься у нульових членах рядів (2), які визначають величину стрибка польової функції на фронті хвилі та основну частину хвильового імпульсу. Тому можна обмежитись врахуванням лише їх, що значно спрощує задачу. В цьому випадку розглядаються імпульсні хвилі малої довжини, для вивчення яких зручно використовувати методи, що застосовуються в стереомеханічній теорії удару [1].

Враховуючи зроблені припущення для вісесиметричного випадку при розповсюдженні вздовж променя хвилі зміщень частинок середовища напруження на фронті визначається із залежностей [3]:

$$\sigma = \frac{C(\eta)}{\sqrt{RS}}, \quad \bar{\sigma} = \frac{\bar{C}(\eta)}{\sqrt{RS}}, \quad (6)$$

де R та S – радіуси кривини поверхні фронту, $C(\eta)$ – початкові напруження.

МЕТА РОБОТИ

Метою роботи є дослідження дифракції поздовжньої нестационарної хвилі сильних розривів, породженої у воді, на двох поверхнях пружного екрану (площинах розмежування середовищ) та виявлення ефекту квазіповного внутрішнього відображення хвиль.

МЕТОДИКА РОЗВ’ЯЗУВАННЯ

Отримані співвідношення (4-6) дають можливість за початковими імпульсними впливами визначати форму фронтів та величину розривів, що переносяться ними. В однорідних пружних середовищах поперечні та поздовжні хвилі сильних розривів розповсюджуються незалежно. Вони взаємодіють лише на межах розділу середовищ з різними механічними властивостями, на яких падаюча хвиля розчіплюється на сис-

тему відображених та заломлених хвиль, причому, в рідинах можливі лише P -хвилі.

Алгоритм комп'ютерного моделювання явищ дифракції хвиль сильних розривів на пружному екрані будується на використанні "локально-площинного наближення" [2], яке дозволяє вважати, що в місці падіння на поверхню фронт є локально плоским. Позначатимемо індексами "1" і "2" хвилі та їх параметри, що розповсюджуються відповідно у воді та в тілі екрана. Другі індекси "–" і "+" відповідатимуть хвилям до та після взаємодії з ближньою до джерела хвилі поверхнею G_1 пружного екрана. Індекси "P" та "S" матимуть параметри хвиль, породжених на зовнішній поверхні екрана падінням на неї відповідно поздовжньої та поперечної хвиль. Розв'язок задачі розпочинається з побудови системи падаючих променів P_{1-} хвиль. В точках взаємодії променів із межею G_1 породжується пучок променів P_{2+} , S_{2+} хвиль, заломлених в середовище екрана, та відображеної в рідину P_{1+} хвилі. Напрямки променів, які опираються на одну малу ділянку межі розділу середовищ задовольняють рівнянням Снеліуса

$$\frac{\sin \Theta_{1-}}{\alpha_1} = \frac{\sin \Theta_{1+}}{\alpha_1} = \frac{\sin \Theta_{2+}}{\alpha_2} = \frac{\sin \Psi_{2+}}{\beta_2}, \quad (7)$$

де Θ і Ψ – кути між нормальними до поверхні екрана та напрямками променів відповідно P - та S -хвиль.

Кожна із заломлених через межу вода-екран хвиль на другій поверхні розділу середовищ в свою чергу породжує P -хвилю у воді та хвилі обох поляризацій, що відбиваються в середовище екрана. Напрямки променів, породжених падінням поздовжньої хвилі, визначаються із залежності

$$\frac{\sin \Theta_{2+}}{\alpha_2} = \frac{\sin \Psi_{2P}}{\beta_2} = \frac{\sin \Theta_{2P}}{\alpha_2} = \frac{\sin \Theta_{1P}}{\alpha_1}, \quad (8)$$

а для поперечної хвилі

$$\frac{\sin \Psi_{2+}}{\beta_2} = \frac{\sin \Psi_{2S}}{\beta_2} = \frac{\sin \Theta_{2S}}{\alpha_2} = \frac{\sin \Theta_{1S}}{\alpha_1}. \quad (9)$$

Інтенсивності імпульсних хвиль визначаються із співвідношень теорії пружності в променевій системі координат $\xi\eta\zeta$ [3]

$$\sigma_{\xi\xi} = -\rho\alpha\dot{u}, \quad \sigma_{\xi\eta} = -\rho\beta\dot{v}, \quad (10)$$

де позначено \dot{u} та \dot{v} – швидкості елементів пружного середовища на фронті поздовжньої та поперечної хвиль.

Зв'язок між стрибками напружень на фронті хвиль сильних розривів та швидкостями руху пружних елементів дозволяє для дослідження процесів взаємодії хвиль на межах розділу середовищ використати локальні умови збереження кількості руху та умови безперервності швидкостей елементів середовищ.

Ці умови на межах вода-екран реалізуються трьома лінійними алгебраїчними рівняннями відносно швидкостей \dot{u}_{1+} , \dot{u}_{2+} , \dot{v}_{2+} (\dot{v}_{1+} – відсутня, оскільки рідина не сприймає дотичних напружень і в ній немає зчеплення на зсув), які дозволяють для кожного променя визначати початкові швидкості руху елементів середовища, які належать фронту хвилі, після їх взаємодії на межах розподілу середовищ, а далі за допомогою співвідношень (6, 10) – напруження в будь-якій точці площини розв'язку, де проходить фронт хвилі сильних розривів

КВАЗПОВНЕ ВІДОБРАЖЕННЯ ХВИЛІ СИЛЬНИХ РОЗРИВІВ

В геометричній оптиці відомий ефект повного внутрішнього відображення, пов'язаний із особливістю заломлення світлових променів при їх проходженні через межу розділу G двох ізотропних прозорих середовищ із показниками заломлення n_1 і n_2 , які відрізняються. Як випливає із закону Снеліуса, для світлового променя, який падає під кутом φ на поверхню розділу і заломлюється під кутом χ , має місце спів-

відношення $n_1 \sin \varphi = n_2 \sin \chi$. Із цієї рівності видно, що $\chi = \arcsin [(n_1/n_2) \sin \varphi]$ і у разі $n_1 > n_2$ при деякому значенні φ вираз в дужках дорівнює одиниці, а при подальшому збільшенні φ – перевищує її. Оскільки функція \arcsin аргументу, більшого за одиницю, не існує, при таких значеннях φ не може існувати і явище заломлення світлового променя. В цьому випадку вся енергія, принесена на межу G падаючою світловою хвилею, несеться відображеною хвилею і в друге середовище світловий промінь не проникає. Вказана особливість є підставою для назви цього явища ефектом повного внутрішнього відображення.

Деяка аналогія цього ефекту має місце і для хвильових процесів, які протікають на межах розділу пружних середовищ, хоча в цьому випадку всі явища є набагато складнішими [6, 7].

Явище квазіповного внутрішнього відображення в пружних середовищах зі стрімким зростанням напружень підтверджується експериментом (Рис.1), проведеним в Інституті механіки НАН України під керівництвом професора П.З. Лугового [5]. Експеримент проводився для ізотропних середовищ. Оскільки спроби експериментальної перевірки цього ефекту зустрічаються зі

значними технічними труднощами, пов'язаними зі складністю вимірювання напружень всередині шаруватого масиву, дослідження проводилися для випадку, коли в якості середовища, в якому ініціювалася початкова хвиля сильного розриву, була вибрана вода, а пружним середовищем, яке відчувало дію падаючої хвилі і яке сприяло виникненню ефекту повного внутрішнього відображення, було органічне скло.

Експериментальні результати отримані при таких значеннях фізико-механічних параметрів середовищ: для води $\rho_1 = 10^3$ кг/м³, $\alpha_1 = 1500$ м/с; для оргскла $\rho_2 = 1,12 \cdot 10^3$ кг/м³, $E = 5,25 \cdot 10^5$ Па, $\nu = 0,35$, $\alpha_2 = 2500$ м/с. Було прийнято, що сферична хвиля стиснення ініційована точковим джерелом у воді на відстані 0,3 м від поверхні розділу G . Значення напружень на її фронті у момент підходу фронту до точки перетину із межею розділу на поверхні пружної пластини склали $\sigma_{1-} = 10^6$ Па. Обчислені складові тензора напружень $\sigma_x = \sigma_{x2+}(x)$ (див. Рис.1, а) і $\sigma_y = \sigma_{y2+}(x)$ (Рис.1, б) у пластині в точці H по міру її переміщення по площині G уздовж осі x . Можна бачити, що стискуючі напруження $\sigma_x = \sigma_{x2+}(x)$ монотонно зростають і прагнуть до нескін-

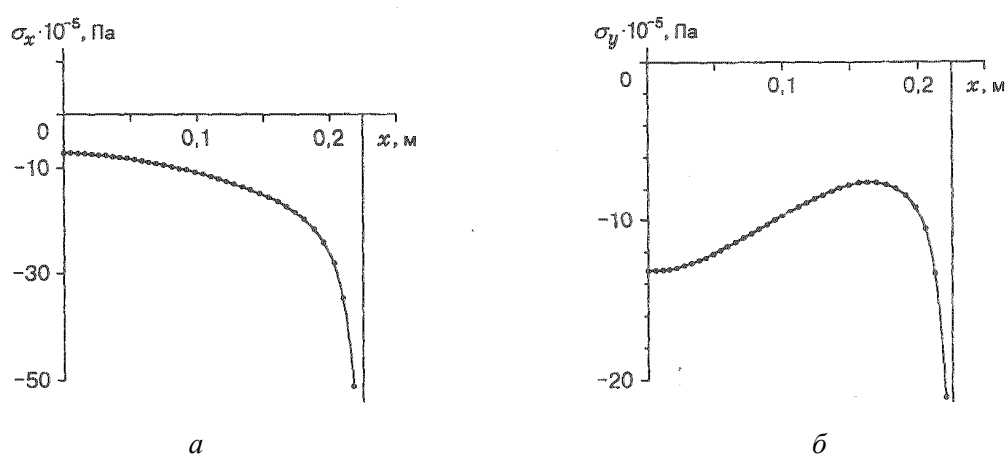


Рис. 1. Залежності величин складових тензора напружень в пластині від координати x точки H падіння променя

Fig. 1. Quantities functions of plate stresses tensor components from x -coordinate point H of beam incidence

ченності в точці квазіповного внутрішнього відображення при $x = 0,225$ м, яка відповідає куту квазіповного внутрішнього відображення $\theta_{1-} = -\arcsin(\alpha_1/\alpha_2) = 36,87^\circ$.

Функція $\sigma_y = \sigma_{n2+}(x)$ (див. Рис.1, б) спочатку спадає, проте в околі точки квазіповного внутрішнього відображення також швидко прагне до нескінченності. При $x > 0,225$ м функції напружень $\sigma_x = \sigma_{x2+}(x)$ і $\sigma_y = \sigma_{n2+}(x)$ не обчислювалися, оскільки хвилі напружень в другому середовищі перестають мати сильні розриви.

РЕЗУЛЬТАТИ ТЕОРЕТИЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

За допомогою запропонованої методики проведено чисельне дослідження зміни інтенсивності хвиль сильних розривів у воді після проходження ними пружних екранів, що мають різні фізико-механічні та геометричні параметри. Численні розрахунки показали, що при падінні хвилі сильних розривів із середовища з меншою акустичною жорсткістю в середовище, яке має більшу акустичну жорсткість, в точках на поверхні останнього, де виконується умова $\sin \Theta_{1+} \alpha_2 = \alpha_1$, виникає критичний стан. Він характеризується тим, що в цих точках для фронту заломленої хвилі добуток радіусів кривини поверхні фронту $RS \rightarrow 0$, то-

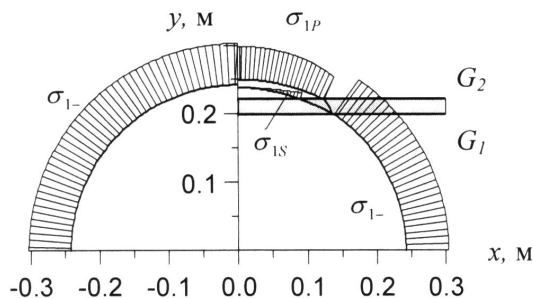


Рис. 2. Перерозподілення інтенсивності хвилі сильних розривів у воді пружним екраном

Fig. 2. Waves of heavy breaks in the water with elastic barrier integrator

му $i_{2+} \rightarrow \infty$. Такий стан в геометричній оптиці називається повним внутрішнім відображенням.

Закритичний стан не досліджувався, тому що хвилі напружень в екрані перестають бути хвилями сильних розривів і створений алгоритм в цьому випадку втрачає силу. Отримані ефекти проілюстровано для екрана з органічного скла товщиною 0,02м. Приймались при розрахунках для води: $\rho_1 = 10^3$ кг/м³, $\alpha_1 = 1500$ м/с; для оргскла: $E = 5,25 \cdot 10^5$ Па, $\nu = 0,35$; $\alpha_2 = 2500$ м/с. Хвиля стиснення ініціювалася в точці розміщеній на відстані 0,2 м від поверхні екрана і викликала у воді на фронті в точці $x = 0$, $y = 0,2$ м в системі координат, пов'язаній з епіцентром вибуху, додаткове напруження $\sigma_{1-} = 10^6$ Па.

На Рис.2 суміщені епюри додаткових напружень σ_{1-} у воді на фронті первинної хвилі сильних розривів при відсутності пружного екрана (ліворуч осі y) та напружень σ_{1P} , σ_{1S} на фронтах хвиль сильних розривів, які проникли через екран. Відображені хвилі від обох поверхонь екрана та епюри напружень на фронтах хвиль сильних розривів у середовищі екрана умовно не показані. Видно, що пружний екран перебудовує фронт хвилі сильних розривів у воді, розчіплюючи його на два фронти меншої інтенсивності зі зміщенням у часі.

Також досліджувався вплив хвилі сильних розривів на напружено-деформований

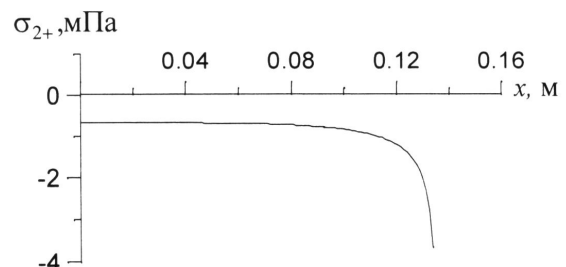


Рис. 3. Зміна напружень при віддаленні від точки падіння нормального до екрану променя

Fig. 3. Stress variations at the distance from normal incidence point to beam shield

стан екрана. На Рис. 3 зображено залежність напружень σ_{2+} в точках падіння променів хвилі сильних розривів на поверхню G_1 від координати x . Виявлено, що при наближенні падаючої хвилі на межі вода-екран до точок, де відбувається повне внутрішнє відображення, додаткові напруження σ_{2+} в ідеально пружних екранах стрімко зростають.

ВИСНОВКИ

З використанням запропонованого нового підходу для дослідження закономірностей поширення хвиль сильних розривів в пружних середовищах (в тому числі в неоднорідних та в композитних), який базується на використанні нульового наближення променевого методу, вивчено явище дифракції поздовжньої хвилі у воді на площинах пружного екрану. Виявлено, що пружний екран перебудовує фронт хвилі сильних розривів, розчіплюючи його на два фронти у воді за екраном (від поздовжньої і поперечної хвиль в екрані), які мають меншу інтенсивність та зміщені у часі.

Теоретично обґрунтовано явище квазіповного внутрішнього відображення, що підтверджено експериментально, при якому стрімко зростають деформації і напруження в екрані. Слід підкреслити, що знайдений ефект необмеженого зростання деформацій і напружень в точці квазіповного внутрішнього відображення на межах розділу пружних середовищ справедливий лише в рамках теорії ідеально пружних тіл. У реальних суцільних середовищах, що не є ідеально пружними, цей ефект виявляється в швидкому збільшенні цих параметрів в околі особливої точки.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Гольдсмит В., 1965.** Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. Москва, Изд-во литературы по строительству, 456.
2. **Гуз А.Н., Головчан В.Т., 1972.** Дифракция ударных волн в многосвязных телах. Киев, Наукова думка, 254.

3. **Гуляев В.И., Луговой П.З., Иванченко Г.М., 1997.** Дифракция сферической ударной волны на плоскости раздела упругих сред. Прикладная механика, Т.33, №10, 51-58.
4. **Подильчук Ю.Н., Рубцов Ю.К., 1988.** Лучевые методы в теории распространения и рассеивания волн. Киев, Наукова думка, 220.
5. **Аникьев И. И., Гуляев В.И., Иванченко Г. М., Луговой П.З., Сущенко Е. А., Яковенко Е.В., 2000.** Об эффекте квазиполного внутреннего отражения ударных волн на границах раздела упругих сред. Прикл. механика и техн. физика, Т.41, №1, 21-27.
6. **Иванченко Г. М., 2008.** Повне внутрішнє відображення розривних хвиль на межах анізотропних середовищ. Опір матеріалів і теорія споруд, №82, 137-145.
7. **Гуляев В. И., Иванченко Г. М., 2009.** Критические состояния взаимодействия разрывных волн с поверхностями раздела упругих сред. Прикладная механика, Т.45 (55), №2, 79-90.

REFERENCES

1. **Goldsmith V., 1965.** Udar. Teoriya i fizicheskie svojstva soudaryaemych tel [Impact. The Theory and Physical Behavior of Colliding Solids]. Moskau, Izdatelstvo literatury po stroitelstvu, 456.
2. **Guz A.N., Golovchan V.T., 1972.** Difrakciya udarnych voln v mnogosvyaznykh telach [Diffraction of shock waves in multiconnected bodies]. Kiev, Naukova dumka, 254.
3. **Gulyaev V.I., Lugovoj P.Z., Ivanchenko G.M., 1997.** Difrakciya sfericheskoy udarnoy volny na ploskosti razdela uprugich sred [Diffraction of Spherical Shock Waves on Interfaces of Elastic Media]. Prikladnaya mekhanika [International Applied Mechanics]. Vol.33, №10. 51-58.
4. **Podilchuk Yu.N., Rubcov Yu.K., 1988.** Luchevye metody v teorii rasprostraneniya i rasseivaniya voln [Ray Methods in Theory of Propagation and Diffraction of Waves]. Kiev, Naukova dumka, 220.
5. **Anikev I. I., Gulyaev V. I., Ivanchenko G. M., Lugovoj P.Z., Sushhenko E. A., Yakovenko E.V., 2000.** Ob effekte kvazipolnogo vnutrennego otrazheniya udarnych volch na granicach razdela uprugich sred

[Effect of quasi-total internal reflection of shock wave at an interface between two elastic media]. Prikl. mechanika i techn. fizika [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics], Vol.41, №1, 21-27.

6. **Ivanchenko G.M., 2008.** Povne vnutrishnje vidobrazhennya rozrivnich chvil na mezhach anizotropnich seredovishh [Total internal mapping of discontinuous waves on boundaries anisotropic environment]. Opir materialiv i teoriya sporud [Strength of Materials and Theory of Structures], Nauk.-texn.zbirnyk, KNUCA, № 82, 137-145.
7. **Gulyaev V.I., Ivanchenko G.M., 2009.** Kriticheskie sostoyaniya vzaimodejstviya razryvnych voln s poverchnostyami razdela uprugich sred [The critical state of interaction discontinuous waves with surface of elastic environment]. Prikladnaya mechanika [International Applied Mechanics], Vol.45 (55), №2, 79-90.

CRITICAL STATE OF THE WAVE INTERACTION OF HEAVY BREAKS IN THE WATER WITH ELASTIC BARRIER

Grygorii Ivanchenko

Kyiv National University of Construction and Architecture,
Povitroflotskyy prosp., 31, Kyiv, Ukraine, 03680.
e-mail: ivgm@mail.ru

Summary. Work shadowing is oriented at the analysis of spherical front diffraction of heavy breaks S-wave in the water with elastic barrier and stress calculations which appear in the elastic barrier in position of mutual wave front interaction. Analytic investigations with ray-trace method application were introduced and real data were illustrated in this work. It was explored that the elastic barrier regroups heavy breaks wave in the water front uncoupling it into two fronts of less intensity with time bias. Significant development phenomenon of strains and stresses at the point of quasicomplete inner mapping at the breaking point of discontinuity structures was proved. The results of investigation can be used for measures development aimed at underwater objects protection from blast effects. This work is of research and practice interest.

Key words: elastic subsurface, waves of significant faults, impact, critical states.