

УДК 539.3

Баженов В.А., д-р техн. наук,
Гуляр О.І., д-р техн. наук,
Пискунов С.О., канд. техн. наук,
Андрієвський В.П.

ВПЛИВ ТЕМПЕРАТУРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА ОСНОВНИЙ ТА ДОДАТКОВИЙ РЕСУРС ЛОПАТКИ ГАЗОТУРБІННОЇ УСТАНОВКИ

Досліджено вплив температурного навантаження на основний та додатковий ресурс лопатки газотурбінної установки, а також проілюстровано ефективність алгоритму з екстраполяцією переміщень при розв'язанні нелінійних задач на основі напіваналітичного методу скінчених елементів (НМСЕ).

Вступ. Забезпечення тривалої безаварійної експлуатації газотурбінних установок (ГТУ) потребує необхідності отримання інформації про зміну несучої здатності їх відповідальних вузлів та деталей. Одними з найбільш відповідальних елементів ГТУ є лопатки. При силовому навантаженні під дією високої температури ресурс лопаток ГТУ визначається накопиченням деформацій повзучості, що приводить до необхідності проведення розрахунку на довготривалу міцність.

Згідно з роботами [6, 7] під ресурсом розуміють час від введення об'єкта в експлуатацію до виникнення граничного стану, який визначається як момент тимчасового або остаточного припинення експлуатації, зокрема, внаслідок зниження показників безпеки. В загальному випадку в процесі експлуатації елементів конструкцій можуть бути виділені такі етапи деформування:

час прихованого руйнування – період зародження, зростання і об'єднання мікроскопічних дефектів, зокрема обумовлених наявністю повзучості, до утворення макроскопічного дефекту (початкової зони континуального руйнування) – основний ресурс, тобто час до початку руйнування;

час зростання макроскопічного дефекту (зони континуального руйнування) до утворення тріщиноподібного дефекту – додатковий ресурс.

Як зазначено в роботах [5, 18] для особливо відповідальних елементів конструкцій в якості ресурсу розглядається перша складова часу до руйнування. При цьому в [8] відзначено, що моделювання процесів деформування деталей стаціонарних ГТУ, розрахунковий ресурс яких складає 50–100 тис. год., потребує використання фізичних рівнянь, що

враховують супутнє повзучості накопичення пошкодженості матеріалу. Необхідність прогнозування виникнення дефектів матеріалу на початковій стадії їх розвитку відмічається також в [15]. Співвідношення континуальної механіки руйнування, що містять параметр пошкодженості дозволяють проводити моделювання цих етапів деформування. Подальше визначення несучої здатності за наявності тріщин потребує залучення співвідношень дискретної механіки руйнування.

Лопатки являють собою просторові тіла складної форми. Тому розв'язання задач із визначення ресурсу лопатки необхідно проводити в просторовій постановці.

Питання визначення напружено-деформованого стану лопаток ГТУ з врахуванням деформацій повзучості в просторовій постановці розглянути, зокрема, в роботах [1, 3], де з використанням розробленої на основі напіваналітичного методу скінчених елементів (НМСЕ) методики чисельного моделювання напружено-деформованого стану, повзучості і континуального руйнування просторових призматичних тіл змінної площі поперечного перерізу, проведено визначення основного ресурсу, розташування початкового макроскопічного дефекту (початкової зони руйнування), та часу її розвитку (додаткового ресурсу) для лопатки ГТУ. Показано, що розв'язання цієї задачі необхідно проводити з врахуванням перерозподілення напружень в процесі повзучості і залежності фізико-механічних властивостей матеріалу від температури. При цьому розглянуто питання можливості фрагментації лопатки і застосування НМСЕ для визначення напружено-деформованого стану неоднорідних просторових призматичних тіл змінної геометрії. Необхідно зазначити, що згадані дослідження виконані без врахування температурних деформацій. В той же час, лопатка знаходиться під дією високих температур з складним характером розподілення, як в поперечному перерізі, так і по висоті, тому виникає необхідність дослідження її напружено-деформованого стану з врахуванням температури. Особливо важливість таких досліджень обумовлена наведеними в [3] даними про суттєвий вплив незначних відхилень значень параметрів напружено-деформованого стану на величину ресурсу в умовах повзучості. В зв'язку з цим становить інтерес визначення впливу урахування температурного навантаження на параметри напружено-деформованого стану лопатки, встановлення закономірностей деформування лопатки при урахуванні температурного навантаження в умовах повзучості та залежності величин ресурсу від величини температурного навантаження.

Таким чином, метою даної роботи є розробка на основі напіваналітичного методу скінчених елементів (НМСЕ) методики моделювання напружено-деформованого стану просторових

призматичних тіл при термосиловому навантаженні в умовах повзучості і та визначення основного та додаткового ресурсу і дослідження на її основі впливу температурного навантаження на основний та додатковий ресурс лопатки газотурбінної установки.

Визначення напружено-деформованого стану просторових тіл в умовах повзучості за наявності континуального руйнування та з урахуванням температурних деформацій являє собою складну задачу механіки деформівного твердого тіла. Її розв'язання потребує, насамперед, інформації про розподілення температури в розглядуваній області, що в свою чергу потребує розв'язання задачі стаціонарної теплопровідності. Отримані значення температури використовуються для подальшого визначення напружено-деформованого стану і розрахункового ресурсу лопатки. Зважаючи на змінний з часом просторовий напружено-деформований стан досліджуваного об'єкта, розв'язання задачі повзучості потребує застосування покрокових алгоритмів і багаторазового розв'язання систем рівнянь великої розмірності. В зв'язку з цим для забезпечення прийнятних обсягів обчислювальних витрат необхідним є застосування ефективних засобів скінченоелементної дискретизації і ефективних алгоритмів розв'язання систем рівнянь.

Фізичні співвідношення континуальної механіки руйнування в умовах повзучості. Опис процесу деформування матеріалу лопатки в умовах повзучості здійснюється з використанням теорії накопичення пошкоджень Ю.М.Работнова [9, 16]:

$$\begin{cases} \xi_i^c = D \left(\frac{\sigma_i}{1-\omega} \right)^m \\ \frac{d\omega}{dt} = C \left[\frac{\sigma_e}{1-\omega^r} \right]^m \frac{1}{(1-\omega)^q} \omega^\beta \end{cases}; \quad (1)$$

де $\xi_i^c = \frac{d\varepsilon_i^c}{dt}$ – інтенсивність швидкості деформацій повзучості; ε_i^c – інтенсивність деформацій повзучості; t – час; ω – параметр пошкодженості Качанова-Работнова, $0 \leq \omega \leq 1$ [16]; $\sigma_i = \sqrt{3s_{ij}s^{ij}}/2$ – інтенсивність нормальних напружень; D, m, C, r, q, β – константи матеріалу, що залежать від температури і визначаються з базових експериментів на повзучість, σ_e – еквівалентне напруження, обчислене із використанням критеріїв міцності.

Неоднорідний косокутний призматичний скінчений елемент для задач термов'язкопружності. Розв'язання задач термов'язкопружності передбачає необхідність визначення температурних деформацій, які обчислюються із використанням компонент метричного тензора. В той же час, опис геометрії просторових тіл потребує використання дискретних моделей великої розмірності, що призводить до значних обчислювальних витрат, які обумовлені необхідністю багатократного розв'язання систем рівнянь великої розмірності при використанні кроково-ітераційних алгоритмів розв'язання нелінійних задач. Зменшення обчислювальних витрат може бути досягнуто використанням нерегулярних скінченоелементних сіток і косокутних скінчених елементів, що враховують змінність компонент метричного тензора в площині поперечного перерізу СЕ. З цією метою розроблений неоднорідний косокутний призматичний СЕ [4]. Виведення розв'язувальних співвідношень для неоднорідного косокутного призматичного СЕ з довільними граничними умовами на торцях проведено на основі моментної схеми скінчених елементів [17] в термінах фізичних величин деформацій і напружень:

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\sqrt{g_{ii}g_{jj}}}, \quad \tilde{\sigma}^{ij} = \sigma^{ij} \sqrt{g_{ii}g_{jj}}. \quad (2)$$

Ефективність використання такого підходу показана на тестових прикладах в [4].

Розв'язання стаціонарних задач теплопровідності на основі НМСЕ. Стаціонарна теплопровідність описується рівнянням Лапласа [13]:

$$\nabla^2 T = 0. \quad (3)$$

В криволінійній системі координат покомпонентна форма рівняння (3) набуває вигляду:

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\lambda_T(T) g^{ij} \sqrt{g} \frac{\partial T}{\partial x^j} \right) = 0, \quad (4)$$

де λ_T – коефіцієнт теплопровідності; T – температура в точці тіла, що розглядається.

Граничні умови обумовлені розподіленням температур, заданим вздовж поверхні досліджуваного об'єкта S (граничні умови першого роду):

$$T(z^{i'}) = f(z^{i'}), \quad z^{i'} \in S. \quad (5)$$

Диференційне рівняння (4) з граничними умовами (5) еквівалентно варіаційному рівнянню просторової задачі стаціонарної теплопровідності [11]:

$$\delta\chi = \int_V \lambda_T \frac{\partial T}{\partial x^i} \frac{\partial \delta T}{\partial x^j} g^{ij} dV = 0. \quad (6)$$

Для призматичних тіл в місцевій декартовій системі координат x^i варіаційне рівняння (6) має вигляд:

$$\delta\chi = \int_V (\lambda_T \frac{\partial T}{\partial x^\alpha} \frac{\partial \delta T}{\partial x^\beta} g^{\alpha\beta} + \lambda_T \frac{\partial T}{\partial x^3} \frac{\partial \delta T}{\partial x^3} g^{33}) dV = 0. \quad (7)$$

Для чисельного розв'язання задач теплопровідності розроблений неоднорідний призматичний скінчений елемент (рис.1), що являє собою призму, утворену рухом чотирикутника довільної форми вздовж прямої лінії (твірної). Вздовж вісі елемента розташована певна кількість точок інтегрування, передбачається можливість зміни теплофізичних характеристик матеріалу за напрямом твірної. При цьому передбачається, що коефіцієнт теплопровідності λ_T незначно змінюється в поперечному перерізі елемента і приймається рівним відповідному значенню в центрі перерізу:

$$\lambda_T = \overset{\circ}{\lambda}_T = \lambda_T |_{x^\alpha=0}. \quad (8)$$

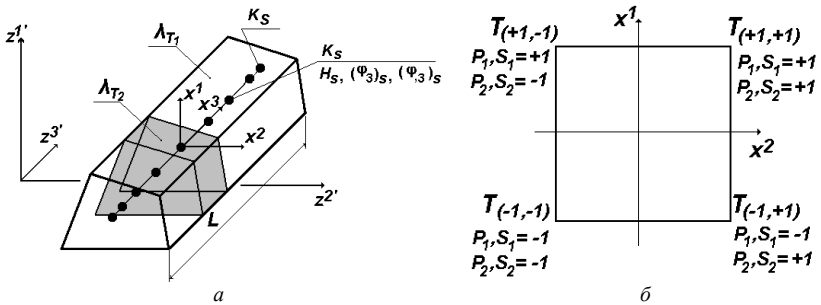


Рис. 1. Неоднорідний косокутний призматичний скінчений елемент для розв'язання задач теплопровідності в базисній системі координат (а) та його поперечний переріз в місцевій системі координат (б)

В якості невідомих при розв'язанні задачі стаціонарної теплопровідності приймається значення температури в вузлах елемента

$T_{(S_1, S_2)}$. В межах поперечного перерізу СЕ температура змінюється за білінійним законом:

$$T = \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1, S_2)} \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right). \quad (9)$$

В центрі поперечного перерізу температура та її похідні виражаються формулами:

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{T} &= \frac{1}{4} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1, S_2)}; \\ \overset{\circ}{T}_{,\alpha} &= \frac{1}{2} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1, S_2)} S_{\alpha}; \\ \overset{\circ}{T}_{,12} &= \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} T_{(S_1, S_2)} S_1 S_2. \end{aligned} \quad (10)$$

В напрямку утворюючої (x^3) температура та її похідні апроксимуються розкладенням за системою координатних функцій, утвореної на основі поліномів Лагранжа ($l = 0, 1$) і Міхліна ($l = 2, \dots, L$) [3]:

$$T_{(S_1, S_2)} = \sum_{l=0}^L T_{(S_1, S_2)}^l \varphi^{(l)}. \quad (11)$$

Кількість членів ряду L визначається з умов збіжності отриманого розв'язку задачі. Застосована система функцій задовольняє умовам повноти та лінійної незалежності і дозволяє формулювати різні види граничних умов на торцях тіла шляхом виключення відповідних рівнянь [3].

Розв'язання варіаційного рівняння (7), яке описує розподілення температури в неоднорідному призматичному тілі, здійснюється за допомогою метода Канторовича (або процедури часткової дискретизації) [12] в вигляді лінійної комбінації незалежних базисних функцій за часовою та просторовою координатами. Підстановка апроксимацій (9) і (11) в вихідне варіаційне рівняння (7) приводить до співвідношення відносно невідомих функцій:

$$\delta \chi = \sum_{i=1}^M \sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^L \sum_{S_1} \sum_{S_2} \sum_{P_1} \sum_{P_2} \int_V [\lambda_T (T_{(S_1, S_2)}^l \left(\frac{1}{2} + S_{(3-\alpha)} x^{(3-\alpha)} \right)) S_{\alpha}^*]$$

$$\begin{aligned}
& * \delta T_{(P_1, P_2)}^l \left(\frac{1}{2} + P_{(3-\beta)} x^{(3-\beta)} \right) P_\beta g^{\alpha\beta} \varphi^{(l)} \varphi^{(m)} + \\
& + T_{(S_1, S_2), 3}^l \left(\frac{1}{2} S_1 x^1 + \frac{1}{2} S_2 x^2 + S_1 S_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right) * \\
& * \delta T_{(S_1, S_2), 3}^m \left(\frac{1}{2} P_1 x^1 + \frac{1}{2} P_2 x^2 + P_1 P_2 x^1 x^2 + \frac{1}{4} \right) g^{33} \varphi_{,3}^{(l)} \varphi_{,3}^{(m)}] dV \Big|_i = 0. \quad (12)
\end{aligned}$$

Грунтуючись на введених гіпотезах про постійність теплофізичних і геометричних характеристик в межах поперечного перерізу СЕ, а також з врахуванням значень інтегралів

$$\begin{aligned}
& \int_{x^1=\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{x^2=\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx^1 dx^2 = 1; & \int_{x^1=\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{x^2=\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x^\alpha dx^1 dx^2 = 0; \\
& \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{x^2=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} dx^1 dx^2 = 1; & \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{x^2=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x^\alpha dx^1 dx^2 = 0; \\
& \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{x^2=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x^\alpha x^\beta dx^1 dx^2 = \begin{cases} 0, & \alpha \neq \beta \\ \frac{1}{12}, & \alpha = \beta; \end{cases} \\
& \int_{x^1=\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{x^2=\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x^\alpha x^1 x^2 dx^1 dx^2 = 0; & \int_{x^1=\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{x^2=\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (x^1)^2 (x^2)^2 dx^1 dx^2 = \frac{1}{144}, \quad (13) \\
& \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{x^2=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} x^\alpha x^1 x^2 dx^1 dx^2 = 0; & \int_{x^1=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{x^2=-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (x^1)^2 (x^2)^2 dx^1 dx^2 = \frac{1}{144},
\end{aligned}$$

інтегрування по площі поперечного перерізу вдається виконати в замкнутій формі. В результаті маємо:

$$\begin{aligned}
\delta \chi &= \sum_{i=1}^M \left[\sum_{l=0}^L \sum_{m=0}^L \sum_{S_1} \sum_{S_2} \sum_{P_1} \sum_{P_2} \sum_{x^3} \int \lambda_T T_{(S_1, S_2)}^l \delta T_{(P_1, P_2)}^l (S_\alpha P_\beta g^{\alpha\beta} * \right. \\
& * \left. \left(1 + \frac{1}{12} S_1 P_1 + \frac{1}{12} S_2 P_2 \right) \varphi^{(l)} \varphi^{(m)} + \right. \\
& \left. + \left(\frac{1}{48} S_1 P_1 + \frac{1}{48} S_2 P_2 + \frac{1}{144} S_1 S_2 P_1 P_2 + \frac{1}{16} \right) g^{33} \varphi_{,3}^{(l)} \varphi_{,3}^{(m)} \right] \sqrt{g} dx^3 \Big|_i = 0. \quad (14)
\end{aligned}$$

Введемо наступні співвідношення:

$$a_1^{lm} = \int \lambda_T \varphi^{(l)} \varphi^{(m)} dx^3; \quad a_2^{lm} = \int \lambda_T \varphi_{,3}^{(l)} \varphi_{,3}^{(m)} dx^3. \quad (15)$$

В силу довільності варіацій $\delta T_{(P_1, P_2)}^l$ рівняння (14) еквівалентне системі звичайних диференціальних рівнянь з змінними коефіцієнтами

$$\sum_{i=1}^M \left[\sum_{l=0}^L \sum_{S_1} \sum_{S_2} \sum_{P_1} \sum_{P_2} A_{(S_1, S_2, P_1, P_2)}^{lm} T_{(S_1, S_2)}^l \right]_i = 0, \quad (16)$$

де

$$A_{(S_1, S_2, P_1, P_2)}^{lm} = \left[a_1^{lm} S_\alpha P_\beta g^{\alpha\beta} \left(1 + \frac{1}{12} S_1 P_1 + \frac{1}{12} S_2 P_2 \right) + a_2^{lm} g^{33} \left(\frac{1}{48} S_1 P_1 + \frac{1}{48} S_2 P_2 + \frac{1}{144} S_1 S_2 P_1 P_2 + \frac{1}{16} \right) \right] \sqrt{g} -$$

коефіцієнти матриці теплопровідності.

До складу коефіцієнтів розкладу температур $T_{(S_1, S_2)}^l$ в рівнянні (16) входять як відомі величини, обчислені на основі заданих граничних умов (5) для вузлів на поверхні тіла, так і невідомі – для внутрішніх вузлів розглядуваної області, температура в яких підлягає визначенню. В процесі розв'язання системи рівнянь (16) її права частина формується як сума добутків відомих коефіцієнтів розкладу температур у вузлах на відповідні коефіцієнти матриці теплопровідності.

З метою доведення вірогідності результатів розв'язку задачі стаціонарної теплопровідності із використанням отриманих співвідношень розглянуто тестову задачу про теплопровідність циліндричної стінки. Вихідні дані: $r_1 = 10$ мм, $r_2 = 40$ мм, температура на внутрішній поверхні стінки $T_1 = 100^\circ \text{C}$, температура на зовнішній поверхні стінки $T_2 = 400^\circ \text{C}$.

Дискретна модель МСЕ наведена на рис. 2. Поверхні вздовж осей z^1 та z^2 абсолютно теплоізолювані.

В якості еталонного прийнятий аналітичний розв'язок отриманий в роботі [10]. Як видно, отримані результати майже повністю збігаються із еталонним розв'язком.

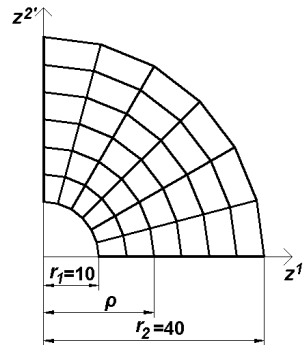


Рис. 2. Дискретна модель МСЕ

Таблиця 1

ρ , мм	Температура T , °C		Похибка, %
	аналітично	МСЕ	
10	100	100	0
15	187,74	186,62	0,60
20	250	247,87	0,85
25	298,27	296,12	0,72
30	337,74	336,62	0,33
35	371,10	370,33	0,21
40	400	400	0

На наступному етапі, з метою доведення вірогідності отримуваних на основі НМСЕ результатів, було розглянуто тестову задачу про теплопровідність призматичного стрижня. Вихідні дані: температура на торцях стрижня $T(z^2 = 0) = 100^\circ C$, $T(z^2 = 30) = 400^\circ C$. Поверхні вздовж інших граней абсолютно теплоізовані.

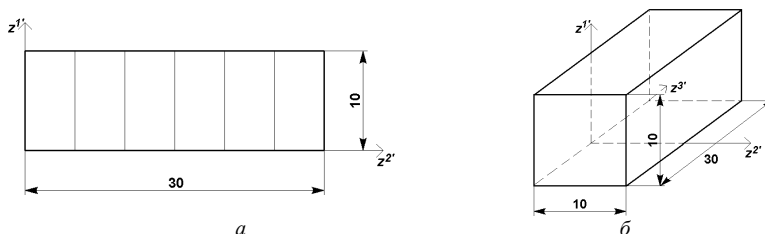
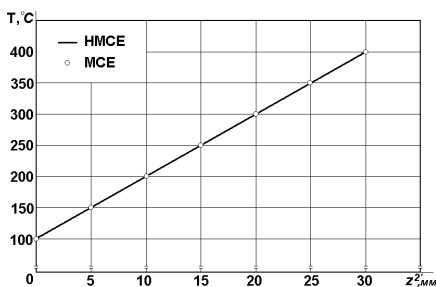


Рис. 3. Розрахункові дискретні моделі МСЕ (а) та НМСЕ (б)

Рис. 4. Графік розподілення температури по напрямку z^2 (z^3)

В якості еталонного прийнятий розв'язок отриманий на основі МСЕ. Як видно з наведеного графіка розподілення температури вздовж вісі стрижня (рис.4), результати отримані із використанням НМСЕ (рис.3,б) повністю збігаються із еталонним розв'язком.

Алгоритм розв'язання просторових задач термов'язкопружності. Розв'язання просторових задач термов'язкопружності потребує застосування ефективних алгоритмів, які орієнтовані на моделювання тривалих за часом процесів деформування матеріалу, що є інваріантними щодо використовуваних форм рівнянь повзучості та надають можливість урахування змін фізико-механічних властивостей матеріалу залежно від параметрів напружено-деформованого стану і температури.

Процес нелінійного деформування може бути поданий у вигляді сукупності дискретних кроків за параметрами зовнішнього навантаження – часом. Таким чином, для розв'язання задачі необхідним є використання покрокового алгоритму. В свою чергу, на кожному кроці для розв'язання систем нелінійних рівнянь МСЕ використовуються ітераційні алгоритми.

Вибір величини кроку за параметром навантаження (Δt за часом) здійснюється виходячи з необхідності дотримання умов збіжності, як ітераційного процесу розв'язання систем нелінійних рівнянь, так і отримуваних результатів. При цьому значення Δt суттєво залежать від механічних характеристик матеріалу (параметрів кривих повзучості). Правильний вибір кроку за часом суттєво впливає на точність отримуваних результатів, тому проведення відповідних досліджень збіжності є важливим етапом розв'язання задачі.

Для урахування змін фізико-механічних властивостей матеріалу залежно від температури і зовнішнього навантаження на початку кожного кроку розв'язання задачі передбачено можливість їх коригування. В межах кроку фізико-механічні характеристики передбачаються незмінними.

Алгоритм розв'язання нелінійних задач має вигляд:

$$\{u_l\}_{n+1}^m = \{u_l\}_n^m + \beta [K_{ll}]^{-1} (\{Q_l\}_n^m - \{R_l\}_n^m), \quad (17)$$

де β – параметр релаксації, $1 < \beta < 2$; $[K_{ll}]$ – матриця жорсткості, $\{Q_l\}_n^m$ – вектор вузлових навантажень на кроці m ; $\{R_l\}_n^m$ – вектор вузлових реакцій на ітерації n .

При обчисленні вектора вузлових реакцій $[R_l]$, крім пружних деформацій, враховуються температурні деформації та деформації повзучості.

Умовою збіжності ітераційного процесу на кроці є нерівність:

$$\sum_{l=0}^L \left(\{ \Delta u \}_l^n \right)^2 \leq \zeta \sum_{l=0}^L \left(\{ u \}_l^n \right)^2 . \quad (18)$$

Формула (17) описує метод блочних ітерацій із послідовною верхньою релаксацією для розв'язання систем нелінійних рівнянь, використання якого обмежено простим навантаженням в межах кроку m .

При реалізації даного алгоритму в роботах [1, 3] в якості першого наближення розв'язку задач на першій ітерації кроку m використаний розв'язок, що відповідає не звантаженому стану тіла ($\{u_l\}_1^m = 0$, $\{R_l\}_1^m = 0$). Але, при покроковому розв'язанні задач, зважаючи на необхідність виконання умов збіжності за кроками по параметру навантаження, відмінності розподілення параметрів напружено-деформованого стану при відносно невеликому співвідношенні прирощення параметра навантаження до його абсолютних значень є несуттєвими. Тому, для підвищення ефективності запропонованого алгоритму при розв'язанні задач в'язкопружності та, відповідно, зменшення обсягу обчислювальних витрат, було реалізовано підхід, що базується на застосуванні екстраполяції переміщень $\{\widehat{u}_l\}_1^m$ за їх величинами, отриманими на попередньому кроці $\{u_l\}^{m-1}$ та відношенням величин параметра навантаження даного $\{Q_l\}^m$ та попереднього $\{Q_l\}^{m-1}$ кроків:

$$\{\widehat{u}_l\}_1^m = \{u_l\}^{m-1} \frac{\{Q_l\}^m}{\{Q_l\}^{m-1}} . \quad (19)$$

За величиною отриманих переміщень обчислюються вузлові реакції $\{R_l\}_1^m$, які в подальшому використовуються в ітераційному процесі.

Визначення напружень при температурному навантаженні. В загальному випадку на кожному кроці розв'язання задач на першому етапі проводиться визначення напружено-деформованого стану при термопружному деформуванні.

Для ізотропного матеріалу температурні складові компонент тензора деформацій [2] визначаються за формулою:

$$\varepsilon_{ij}^T = \alpha_T \Delta T g_{ij} , \quad (20)$$

де $\alpha_T = \alpha_T(z^{k'}, T)$ – коефіцієнт лінійного розширення матеріалу,

$\Delta T = T - T_0$ – приріст температури в досліджуваній точці тіла відносно його вихідного стану при $T = T_0$.

Фізичні компоненти тензора температурних деформацій в місцевій системі координат визначаються виразом:

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}^T = \frac{\varepsilon_{ij}^T}{\sqrt{g_{ii}g_{jj}}}. \quad (21)$$

У відповідності до моментної схеми скінчених елементів (MCSE) [17] компоненти тензора температурних деформацій в поперечному перетині, що відповідає точці інтегрування, подамо відрізками ряду Маклорена:

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_{\alpha(\alpha)}^T &= \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha(\alpha)}^T + \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha(\alpha),(3-\alpha)}^T x^{(3-\alpha)}; & \tilde{\varepsilon}_{12}^T &= \overset{\circ}{\varepsilon}_{12}^T; \\ \tilde{\varepsilon}_{\alpha 3}^T &= 0; & \tilde{\varepsilon}_{33}^T &= \overset{\circ}{\varepsilon}_{33}^T + \overset{\circ}{\varepsilon}_{33,\beta}^T x^\beta. \end{aligned} \quad (22)$$

Запишемо коефіцієнти розкладання компонент фізичних температурних деформацій в ряд Маклорена з урахуванням подання фізичних компонент температурних деформацій в місцевій системі координат з врахуванням (21) та з підстановкою (20). Після відповідних перетворень та підстановок [2, 4] отримаємо вирази для визначення коефіцієнтів розкладу температурних деформацій через коефіцієнти розкладу вузлових температур:

$$\begin{aligned} \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha(\alpha)}^T &= \frac{\alpha T}{4} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \Delta T_{(S_1 S_2)} g_{\alpha(\alpha)}; \\ \overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha(\alpha),(3-\alpha)}^T &= \frac{\alpha T}{4} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \Delta T_{(S_1 S_2)} 2S_{(3-\alpha)} g_{\alpha(\alpha)}; \\ \overset{\circ}{\varepsilon}_{12}^T &= \frac{\alpha T}{4} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \Delta T_{(S_1 S_2)} g_{12}; \\ \overset{\circ}{\varepsilon}_{33}^T &= \frac{\alpha T}{4} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \Delta T_{(S_1 S_2)} g_{33}; \\ \overset{\circ}{\varepsilon}_{33,\beta}^T &= \frac{\alpha T}{4} \sum_{S_1=\pm 1} \sum_{S_2=\pm 1} \Delta T_{(S_1 S_2)} g_{33} 2S_\beta. \end{aligned} \quad (23)$$

$$\text{де } \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij}^T = \varepsilon_{ij}^T \Big|_{x^\alpha=0}, \quad \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij,\beta}^T = \frac{\partial \varepsilon_{ij}^T}{\partial x^\beta} \Big|_{x^\beta=0}.$$

Співвідношення, що описують залежність між коефіцієнтами розкладення деформацій у ряд Маклорена і температурою, у матричній формі мають наступний вигляд:

$$\left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}^T \right\} = \left[\overset{\circ}{B}^T \right] \{ T \}, \quad \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{,\alpha}^T \right\} = \left[\overset{\circ}{B}_{,\alpha}^T \right] \{ T \}, \quad (24)$$

$$\text{де } \{ T \}^T = \{ T_{(-1;-1)} \quad T_{(1;-1)} \quad T_{(-1;1)} \quad T_{(1;1)} \};$$

$$\left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}^T \right\} = \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{11}^T \quad 2\overset{\circ}{\varepsilon}_{12}^T \quad \overset{\circ}{\varepsilon}_{22}^T \quad 2\overset{\circ}{\varepsilon}_{23}^T \quad 2\overset{\circ}{\varepsilon}_{13}^T \quad \overset{\circ}{\varepsilon}_{33}^T \right\};$$

$$\left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{,\alpha}^T \right\} = \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{(3-\alpha)(3-\alpha),\alpha}^T \quad 2\overset{\circ}{\varepsilon}_{\alpha 3,(3-\alpha)}^T \quad \overset{\circ}{\varepsilon}_{33,\alpha}^T \right\}.$$

$$\left[\overset{\circ}{B}^T \right] = \left[\left[\overset{\circ}{B}^T \right]^{(-1;-1)} \left[\overset{\circ}{B}^T \right]^{(1;-1)} \left[\overset{\circ}{B}^T \right]^{(-1;1)} \left[\overset{\circ}{B}^T \right]^{(1;1)} \right]; \quad (25)$$

$$\left[\overset{\circ}{B}_{,\alpha}^T \right] = \left[\left[\overset{\circ}{B}_{,\alpha}^T \right]^{(-1;-1)} \left[\overset{\circ}{B}_{,\alpha}^T \right]^{(1;-1)} \left[\overset{\circ}{B}_{,\alpha}^T \right]^{(-1;1)} \left[\overset{\circ}{B}_{,\alpha}^T \right]^{(1;1)} \right].$$

Значення компонент підматриць $\left[\overset{\circ}{B}^T \right]^{(S_1, S_2)}$, $\left[\overset{\circ}{B}_{,\alpha}^T \right]^{(S_1, S_2)}$ у виразі (25)

для неоднорідних призматичних тіл визначаються відповідно до формул (23) з урахуванням обчислених за значеннями компонент метричного тензора для призматичних тіл [2]:

$$\left[\overset{\circ}{B}^T \right]^{(S_1, S_2)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \overset{\circ}{\alpha}_T g_{11} \\ \frac{1}{2} \overset{\circ}{\alpha}_T g_{12} \\ \frac{1}{4} \overset{\circ}{\alpha}_T g_{22} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{4} \overset{\circ}{\alpha}_T g_{33} \end{bmatrix}; \quad \left[\overset{\circ}{B}_{,\alpha}^T \right]^{(S_1, S_2)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \overset{\circ}{\alpha}_T S_{(3-\alpha)} g_{\alpha(\alpha)} \\ 0 \\ \frac{1}{2} \overset{\circ}{\alpha}_T S_{\alpha} g_{33} \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Коефіцієнти розкладання прирощень напружень визначаються за величинами повних і температурних деформацій:

$$\left\{ \overset{\circ}{\sigma} \right\} = \left[\overset{\circ}{D} \right] \left(\left\{ \overset{\circ}{\varepsilon} \right\} - \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}^T \right\} \right), \quad \left\{ \overset{\circ}{\sigma}_{,\alpha} \right\} = \left[\overset{\circ}{D}_{\alpha} \right] \left(\left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{,\alpha} \right\} - \left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{,\alpha}^T \right\} \right), \quad (27)$$

де $\left[\overset{\circ}{D} \right] = \left[\overset{\circ}{C}^{ijkl} \right]$, $\left[\overset{\circ}{D}_{\alpha} \right] = \left[\left[\overset{\circ}{C}^{ij(3-\alpha)(3-\alpha)} \right] \left[\overset{\circ}{C}^{ij(3-\alpha)3} \right] \left[\overset{\circ}{C}^{ij33} \right] \right]$, C^{ijkl} –

компоненти тензора пружних сталей для ізотропного тіла;

$\left\{ \overset{\circ}{\varepsilon} \right\}$, $\left\{ \overset{\circ}{\varepsilon}_{,\alpha} \right\}$ – компоненти величин повних деформацій в векторній формі.

Обчислення напружень при наявності деформацій повзучості. На кожній ітерації $n+1$ кроку m розв'язання системи нелінійних рівнянь здійснюється із використанням алгоритму (17) [3]. На початку кожної ітерації $n+1$ кроку m компоненти тензора напружень σ_{ij} обчислюються за формулою:

$$\left(\overset{\circ}{\sigma}_{ij} \right)_{n+1} = \left(\overset{\circ}{\sigma}_{ij} \right)_n + \left(\Delta \overset{\circ}{\sigma}_{ij} \right)_{n+1}, \quad (28)$$

де $\left(\Delta \overset{\circ}{\sigma}_{ij} \right)_{n+1}$ – прирощення напружень, які визначаються згідно з законом Гука за величиною прирощення деформацій, обчислених згідно (27).

Дійсні значення напружень, що використовуються для визначення компонент вектора вузлових реакцій $\{R\}_{n+1}^m$, обчислюються за формулою:

$$\left(\overline{\overset{\circ}{\sigma}}_{ij} \right)_{n+1}^m = \frac{1}{3} \delta^{ij} \left(\overset{\circ}{\sigma}_{ij} \right)_{n+1}^m + \left(\overline{s^{ij}} \right)_{n+1}^m = \left(\overset{\circ}{\sigma}_o \right)_{n+1}^m + \left(\overline{s^{ij}} \right)_{n+1}^m, \quad (29)$$

де $\left(\overline{s^{ij}} \right)_{n+1}^m$ – компоненти девіатора напружень, що враховують прирощення нелінійних деформацій.

Визначення компонент девіатора тензора дійсних напружень при наявності деформацій повзучості здійснюється за формулою:

$$\left(\overline{s^{ij}} \right)_{n+1}^m = \left(s^{ij} \right)_{n+1}^m - G_1 \left(\Delta \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij}^c \right)_{n+1}^m, \quad \left(\Delta \overset{\circ}{\varepsilon}_{ij}^c \right)_{n+1}^m = \left(\overset{\circ}{\varepsilon}_{ij}^c \right)_{n+1}^m \Delta t_m, \quad (30)$$

де $(\xi_{ij}^c)_{n+1}^m = \frac{3}{2} [\xi_i^c]_m^{n+1} \frac{(s_{ij})_{n+1}^m}{(\sigma_i)_{n+1}^m}$, Δt_m – величина кроку за часом.

Напруження, отримані за формулами (28) – (30), використовуються для подальшого обчислення вектора вузлових реакцій і перевіряються за умовою (18), після виконання якої проводиться обчислення дійсних значень прирощень деформацій повзучості $(\Delta \varepsilon_{ij}^c)_m$ і пошкодженості $(\Delta \omega)_m$:

$$\begin{aligned} (\varepsilon_{ij}^c)_m &= (\varepsilon_{ij}^c)_{m-1} + (\Delta \varepsilon_{ij}^c)_m = (\varepsilon_{ij}^c)_{m-1} + (\xi_{ij}^c)_m \Delta t_m, \\ \omega_m &= \omega_{m-1} + (\Delta \omega)_m = \omega_{m-1} + \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_m \Delta t_m. \end{aligned} \quad (31)$$

Формули (28)–(31) є інваріантними щодо конкретизованого вигляду виразів ξ_i^c і $\frac{d\omega}{dt}$ (1).

У кінці кожного кроку для всіх точок тіла здійснюється перевірка умови локальної втрати несучої здатності матеріалу:

$$\omega > \omega^*, \quad (32)$$

де ω^* – критичне значення параметра пошкодженості, що відповідає моменту руйнування матеріалу.

Теоретично $\omega^* = 1$ [16], але при чисельному розв'язанні задач для ξ_i^c і $\frac{d\omega}{dt}$ приймається $\omega^* < 1$ ($\omega^* = 0,9 - 0,99$ [3]).

Момент часу t^* , коли хоч в одному із СЕ задовольняється умова (32), фіксується як момент переходу від процесу накопичення пор і несучильностей у матеріалі, що враховуються інтегрально за допомогою параметра пошкодженості, до процесу зародження макроскопічних дефектів. Моделювання їхнього розвитку до утворення початкових тріщин може бути продовжено на основі співвідношень континуальної механіки руйнування [3].

Ефективність розв'язання задач термов'язкопружності з використанням алгоритму з екстраполяцією переміщень. Для дослідження вірогідності отримуваних результатів на основі викладеного алгоритму при розв'язанні задач повзучості було розглянуто тестовий приклад про деформування в умовах повзучості тонкостінної труби,

дискретна модель якої побудована із використанням призматичних неоднорідних СЕ (рис.5).

Деформування в умовах повзучості описується системою рівнянь:

$$\frac{d\varepsilon_{ic}}{dt} = A \frac{Sh(\sigma/c)}{(1-\omega)^{k_1}}, \quad \frac{d\omega}{dt} = B \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^{k_2}, \quad (33)$$

де $A = 3,12 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}$, $k_1 = 2,36$, $c = 20,5 \text{ МПа}$, $B = 0,58 \cdot 10^{-7} \text{ МПа}^{-3,17} \text{ год}^{-1}$, $k_2 = 3,17$ – константи матеріалу при $T = 850^\circ \text{C}$ [14].

Розв'язання задачі проведено при незмінному кроці за часом Δt_0 . Крива повзучості (рис. 6), що отримана з використанням викладеного алгоритму розв'язання задач повзучості, при $\sigma = 60 \text{ МПа}$, добре узгоджується з експериментальним результатом, наведеним в роботі [14] (похибка менше 2%).

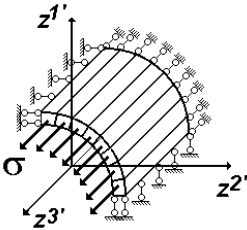


Рис. 5. Дискретна модель

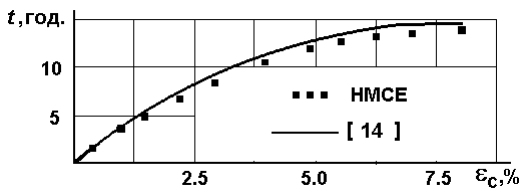


Рис. 6. Крива повзучості тонкостінної труби

Розтягування призматичного стрижня. Для доведення вірогідності отримуваних результатів та ефективності алгоритму з екстраполяцією переміщень для задач повзучості було розглянуто тестовий приклад про деформування призматичного стрижня під впливом постійного розтягуючого навантаження (рис. 7) [3]. Деформування в умовах повзучості описується системою рівнянь (33) і відповідними до них константами.

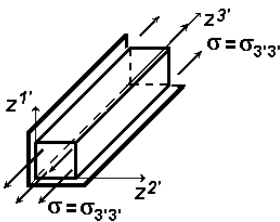


Рис. 7. Розрахункова схема призматичного стрижня

Еталонний розв'язок отриманий на основі МСЕ. Отримані результати розрахунку засвідчують високу ефективність розробленого алгоритму з екстраполяцією переміщень (19) порівняно з алгоритмом, що не враховує екстраполяції переміщень: зменшення

обсягу обчислювальних витрат більш ніж в два рази (рис. 8). При цьому забезпечується однакова точність визначення значень параметру пошкодженості на основі обох алгоритмів (рис. 9).

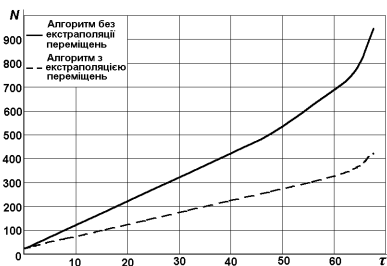


Рис. 8. Залежність зміни кількості ітерацій розв'язання задачі з часом

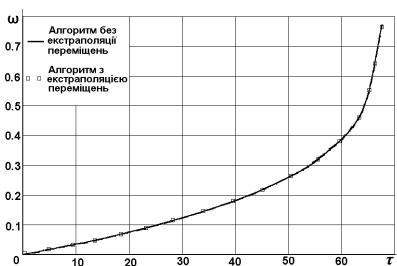


Рис. 9. Залежність зміни параметра пошкодженості з часом

В'язкопружне деформування прямокутної пластини під впливом постійного розтягуючого навантаження. Прямокутна пластинка розмірами 120x70x10 мм знаходиться під дією розтягуючого зусилля

$$q = 3400 \text{ кг/см}^2 \quad (\text{рис. 10}),$$

механічні характеристики матеріалу є наступними:

$$E = 1.64 \cdot 10^5 \text{ МПа}, \nu = 0.26.$$

Деформування в умовах повзучості описується системою рівнянь:

$$\frac{d\epsilon_c}{dt} = \frac{B\sigma^n}{(1-\omega)^r},$$

$$\frac{d\omega}{dt} = C \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^m \frac{1}{(1-\omega)^q},$$

де $B=B(T)$, $D=D(T)$, $m=m(T)$,

$n=n(T)$, $r=r(T)$, $q=q(\sigma, T)$ – константи рівняння; T – температура.

Результати розв'язання тестового прикладу засвідчують, що застосування розробленого алгоритму з екстраполяцією переміщень (19) дозволяє отримувати більш точні результати порівняно з алгоритмом, що не враховує екстраполяції переміщень при значно меншій точності розв'язання системи рівнянь ζ (рис. 12) та, відповідно, менших обчислювальних витратах (рис. 11).

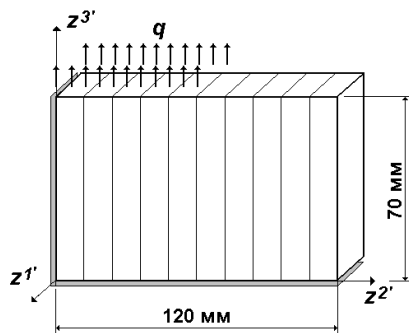


Рис. 10. Дискретна модель прямокутної пластини

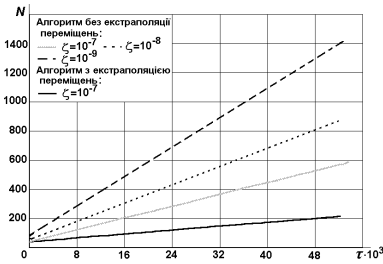


Рис. 11. Зміна кількості ітерацій для розв'язання задачі

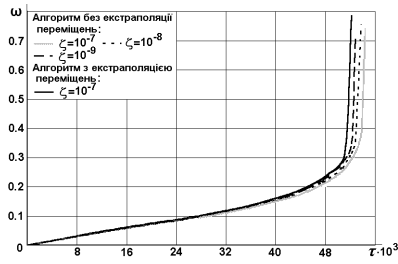


Рис. 12. Залежність зміни параметра пошкодженості з часом

Алгоритм моделювання розвитку зон континуального руйнування. Зона континуального руйнування являє собою об'єм матеріалу в межах якого несуча здатність матеріалу вичерпана. Момент виникнення зони континуального руйнування t^* визначається згідно з рівнянням (32) досягненням параметра пошкодженості критичного значення. При скінченоелементному розв'язанні задачі континуального руйнування об'єм зони континуального руйнування визначається параметрами дискретної моделі – розмірами СЕ при використанні МСЕ (рис. 13,а) і розмірами поперечного перерізу СЕ та кількістю поліномів в розкладі переміщень при використанні НМСЕ (рис. 13,б).

Для моделювання зони континуального руйнування в околі точки інтегрування K з координатами $z_K^3 = z^{3*}$ в СЕ, координати центра ваги якого (z^{1*}, z^{2*}) , в момент часу $t = t^* + \Delta t$ вводиться порожнина об'ємом V_0 , в межах якої напруження дорівнюють нулю, а модуль пружності матеріалу близький до нуля:

$$\sigma_{ij} = 0, \quad E \approx 0. \quad (34)$$

Подальше визначення напружено-деформованого стану і параметра пошкодженості для нової розрахункової схеми, що містить порожнину, і часу до досягнення умов $\omega = \omega^*$ в прилеглих до порожнини точках виконується за алгоритмом (17), (28) – (31).

Проміжок часу до кожної наступної зміни конфігурації зони континуального руйнування за рахунок приєднання до неї нових об'ємів матеріалу V_i позначимо Δt_i^* . Розв'язання задачі проводиться до досягнення порожниною заданого об'єму $V = V_0 + \sum_i V_i$. При цьому

визначається час $t_v = t^* + \sum_i t_i$, впродовж якого відбувається зростання зони континуального руйнування.

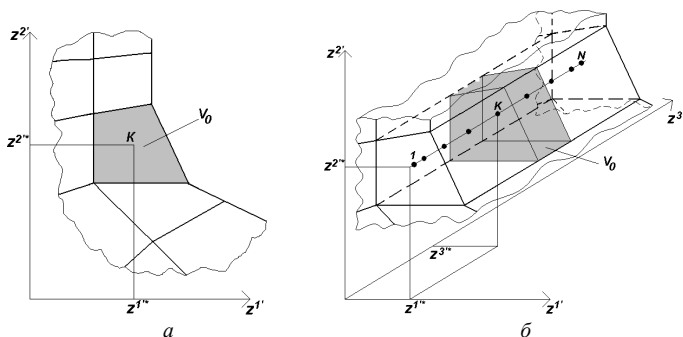


Рис. 13. Початкова зона континуального руйнування при розв'язанні задачі з використанням МСЕ (а) та НМСЕ (б)

Таким чином, повний ресурс t_v складається з основного ресурсу t^* , що пов'язаний зародженням, зростанням і об'єднанням мікроскопічних дефектів, та з додаткового ресурсу $\sum_i t_i$ – часу зростання зони континуального руйнування.

Для доведення вірогідності запропонованого алгоритму, розв'язання вищевказаного тестового прикладу було продовжено після досягнення параметром пошкодженості критичного значення (рис. 14).

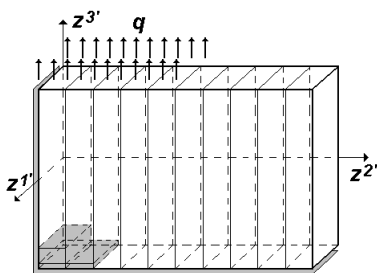


Рис. 14. Розвиток зони континуального руйнування в пластині

Результати розрахунку із використанням МСЕ і НМСЕ засвідчили, що якісний характер розвитку зони континуального руйнування є однаковим. Кількісне порівняння величин накопичення пошкодженості ω в різні моменти часу при розрахунку за допомогою МСЕ та НМСЕ, засвідчило, що процеси деформування майже повністю співпадають.

Дослідження впливу температурного навантаження на основний та додатковий ресурс лопатки газотурбінної установки. Лопатка є просторовим тілом складної форми, характерні розміри якого по висоті значно перевищують розміри поперечного перерізу. Перо лопатки закручене відносно вертикальної осі, має змінну по висоті площу поперечного перерізу і знаходиться під впливом відцентрового навантаження в неоднорідному, як по висоті, так і в поперечних перерізах полі температур.

Розв'язання задачі повзучості лопатки в цілому пов'язане із значними обчислювальними витратами. Результати дослідження просторового напружено-деформованого стану лопатки виконані в припущенні пружного деформування на основі тривимірного МСЕ засвідчили, що напружено-деформований стан лопатки є суттєво неоднорідним як по висоті, так і в межах поперечних перерізів. В роботі [3] розглянуто питання можливості фрагментації лопатки і застосування НМСЕ для визначення напружено-деформованого стану неоднорідних просторових призматичних тіл змінної геометрії. На основі цих результатів було обрано небезпечний поперечний переріз лопатки R_0 , комбінація усередненого напруження σ_0 і усередненої температури T_0 в якому призводить до найбільш інтенсивного накопичення деформацій повзучості. Для проведення чисельного моделювання деформування в умовах повзучості було розглянуто фрагмент пера лопатки в околі небезпечного перерізу R^* , $0,94 R_0 < R < 1,06 R_0$ (рис. 15,а) в межах якого спостерігається найбільш нерівномірне розподілення напружень і, відповідно, очікується найбільш суттєве їх перерозподілення в умовах повзучості. Моделювання впливу верхньої частини лопатки здійснюється шляхом прикладення до перерізу $R = 1,06 R_0$ нерівномірно розподіленого навантаження q , що відповідає діючим в цьому перерізі напруженням. Крім того, фрагмент завантажений розподіленням за об'ємом відцентровим навантаженням p . Фрагмент лопатки, що розглядається, може бути віднесений до неоднорідних призматичних тіл. Відповідна дискретна модель НМСЕ, утворена із використанням неоднорідних призматичних СЕ, наведена на рис.15,б. Зовнішнє неоднорідне температурне поле в межах розглядуваного фрагмента наведене на рис.16.

В роботах [1,3] проведений розгляд питання про визначення напружено-деформованого стану та основного t (викладені в роботах [1, 3] результати розв'язання задачі із визначення ресурсу лопатки отримані за участю В.П.Андрієвського) і додаткового ресурсу лопатки під дією силового навантаження. Зазначені результати були отримані без урахування температурних деформацій. Крім того, розв'язання задачі

виконане із використанням не ортогональних скінчених елементів, що не враховують змінність компонент метричного тензора в площині поперечного перерізу. Зважаючи на наведені в роботі [3] результати, що свідчать про суттєвий вплив навіть незначних відхилень в значеннях параметрів напружено-деформованого стану на величину розрахункового ресурсу, а також наведені вище і в статті [4] висновки про ефективність застосування косокутних скінчених елементів при розв'язанні задач термов'язкопружнопластичності, становить інтерес дослідження впливу урахування температурних деформацій та змінності компонент метричного тензора в площині поперечних перерізів СЕ на величину розрахункового ресурсу лопатки.

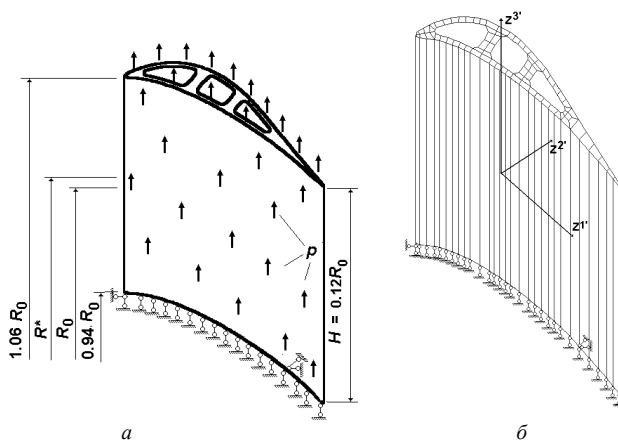


Рис. 15. Лопатка газотурбінної установки:

а – розрахункова модель; б – дискретна модель НМСЕ

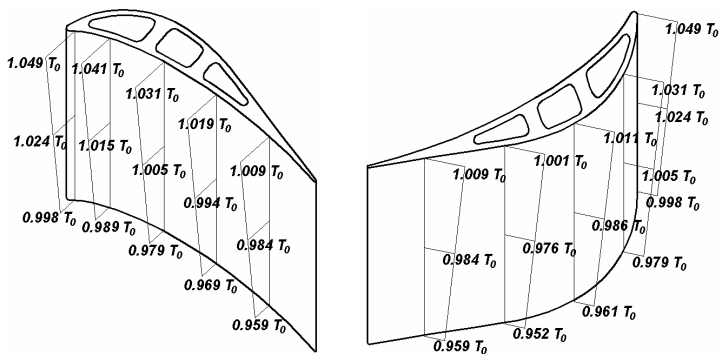


Рис. 16 Зовнішнє температурне поле

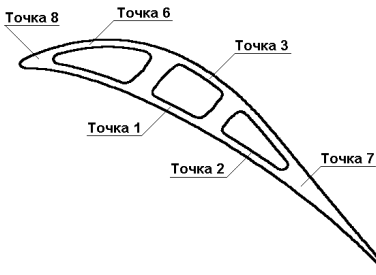


Рис. 17. Характерні точки в поперечному перерізі лопатки при $R=R^*$

На першому етапі розв'язання задачі було проведено порівняння величин напружень, отриманих при пружному деформуванні лопатки в роботі [3] та із застосуванням неоднорідних косокутних СЕ [4] (табл. 2, розташування характерних точок поперечного перерізу лопатки при $R=R^*$ наведено на рис. 17).

Таблиця 2

Величини безрозмірної інтенсивності напружень σ_i/σ_0 в характерних точках лопатки при дії на силового навантаження

Спосіб обчислення g_{ij}	точка 1	точка 2	точка 3	точка 6	точка 7	точка 8
$g_{ij} = const$ [3]	1,4177	1,3476	1,2705	0,8570	1,1535	0,7630
$g_{ij} = f(z^i)$	1,4196	1,3519	1,2713	0,8571	1,1543	0,7771

Максимальна відмінність величин напружень, отриманих при пружному деформуванні лопатки з урахуванням змінності компонент метричного тензора в площині поперечного перерізу від отриманих в [3] становить близько 2% і спостерігається в точці т.8, де в подальшому при накопиченні деформацій повзучості величина параметру пошкодженості є незначною. В точці 1, де в подальшому розпочинається утворення початкової зони континуального руйнування, час виникнення якої визначає основний ресурс лопатки, ця розбіжність є набагато меншою і становить біля 0,2%. Подальше розв'язання задачі повзучості і визначення розрахункового ресурсу засвідчило, що навіть таке незначне збільшення величин інтенсивності напружень призводить зміни величини основного розрахункового ресурсу. Значення величини основного розрахункового ресурсу лопатки зменшилось на 7%. Це уточнене значення ресурсу позначається t^* .

Дослідження збіжності результатів визначення основного ресурсу за кількістю гармонік у розкладанні переміщень показало, що характер збіжності результатів є таким самим як в роботі [3], (рис. 19, а).

Дослідження збіжності величин ресурсу лопатки з урахуванням змінності компонент метричного тензора в площині поперечного перерізу

СЕ до початку руйнування проводилось при згущенні скінченоеlementної сітки в площині поперечного перерізу при сталому числі гармонік $L=30$. Були розглянуті скінченоеlementні моделі (рис. 18) отримані шляхом двократного (позначена «2X»), чотирикратного («4X») і восьмикратного («8X») згущення сітки, наведеної на рис. 15,б.

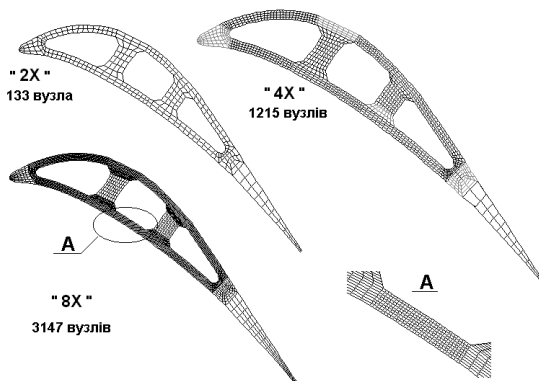


Рис. 18. Скінченоеlementні моделі в поперечному перерізі лопатки

Як видно з наведеного графіка (рис. 19, б), похибка величин ресурсу на однакових скінченоеlementних моделях при порівнянні результатів розрахунків отриманих при застосуванні розв'язувальних співвідношень, що не враховують змінності компонент метричного тензора в площині поперечного перерізу для СЕ [3] та результатів отриманих при застосуванні розв'язувальних співвідношень, що враховують змінності компонент метричного тензора поступово зменшується з згущенням сітки: так для сітки «1X» вона становить біля 7%, а вже для сітки «8X» – менше 1%.

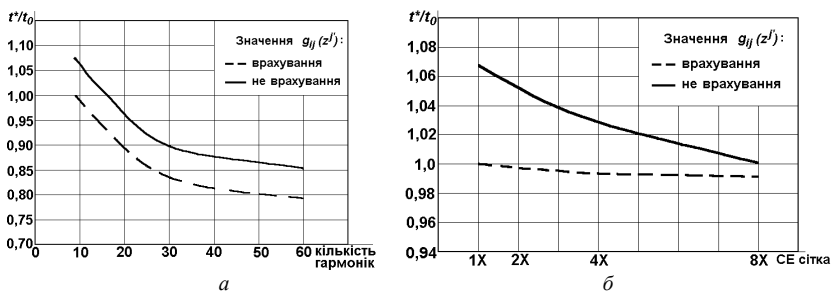


Рис. 19. Збіжність часу до початку руйнування залежно від кількості гармонік в апроксимації переміщень (а) та від використовуваної скінченоеlementної моделі (б).

З отриманих результатів можна зробити висновок, що застосування розв'язувальних співвідношень, що враховують змінності компонент метричного тензора дозволяє отримувати більш точні результати на сітці з меншою кількістю невідомих. Тому в подальших розрахунках будемо використовувати скінченоелементну модель, наведену на рис. 15,б.

Порівняння величин накопиченої пошкодженості ω в т.1 поперечного перерізу $R^* = 1.01R_0$, де відбувається утворення початкової зони руйнування, та в т.1 по висоті лопатки в різні моменти часу отриманих, в [3] і в даній роботі на основі співвідношень, що враховують змінність компонент метричного тензора, проілюстровано відповідними графіками (рис. 20, 21).

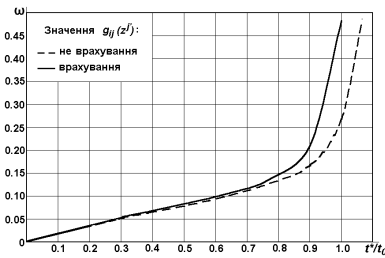


Рис. 20. Залежність зміни параметра пошкодженості з часом в т.1 радіусу $R^* = 1.01R_0$

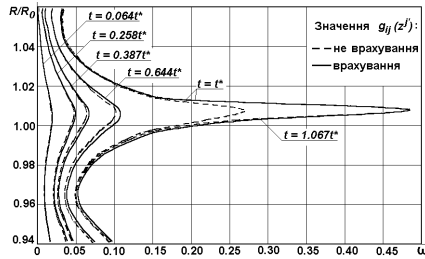


Рис. 21. Зміна розподілення пошкодженості в т.1 по висоті фрагмента лопатки

На рис. 22 та рис. 23 наведено порівняння розподілення величин безрозмірної інтенсивності напружень σ_i/σ_0 в т.1 поперечного перерізу $R^* = 1.01R_0$ та в т.1 по висоті лопатки в різні моменти часу, отриманих в [3] та в даній роботі.

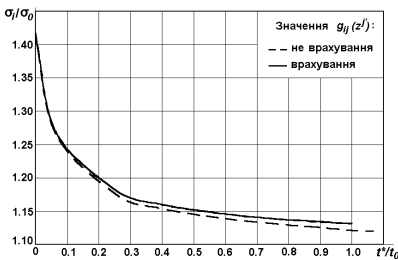


Рис. 22. Залежність зміни величин безрозмірної інтенсивності напружень з часом в т.1 радіусу $R^* = 1.01R_0$

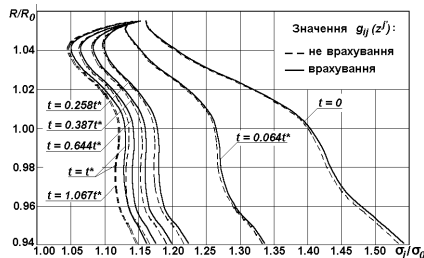


Рис. 23. Зміна розподілення безрозмірної інтенсивності напружень в т.1 по висоті фрагмента лопатки

Як видно з графіків в початкові моменти часу розподілення пошкодженості (рис. 21) та величини безрозмірної інтенсивності напружень (рис. 23) отриманих в [3] та в даній роботі, майже повністю збігаються. З часом, по мірі накопичення деформацій повзучості і пошкодженості, похибка визначення напружень зростає до 2%, що призводить до похибки визначення параметра пошкодженості біля 7%, що відповідно відображається на величині розрахункового ресурсу. Зростання відмінності у величинах накопиченої пошкодженості та інтенсивності напружень проілюстровано також графіками їх залежності від часу. (рис. 20, 22).

При розв'язанні задачі був проведений аналіз ефективності застосування розробленого алгоритму розв'язання нелінійних задач з екстраполяцією переміщень (19). Застосування цього алгоритму дозволяє скоротити обчислювальні витрати при визначенні розрахункового ресурсу лопатки газової турбіни порівняно з алгоритмом, що не враховує екстраполяцію переміщень більш ніж в 3 рази (рис. 24), при цьому забезпечується достатньо висока точність обчислень, що підтверджено ідентичністю перебігу процесу накопичення пошкодженості в т.1 радіусу $R^* = 1.01R_0$ на протязі всього процесу деформування (рис. 25). Розрахунок виконувався при однакових вихідних умовах та кроком за часом.

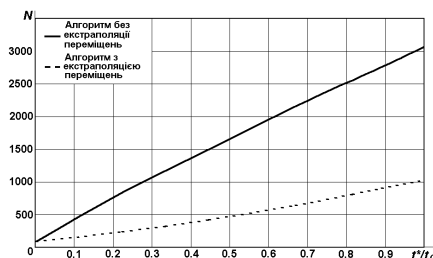


Рис. 24. Залежність зміни кількості ітерацій розв'язання задачі з часом

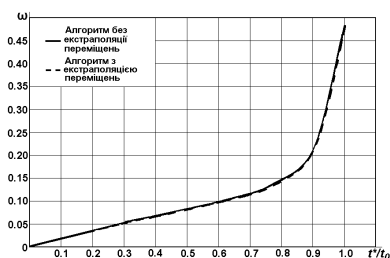


Рис. 25. Зміна параметра пошкодженості з часом в т.1 по висоті фрагмента лопатки

На другому етапі розв'язання даної задачі проведено дослідження впливу неоднорідного температурного поля на еволюцію параметрів напружено-деформованого стану і розрахунковий ресурс лопатки. При цьому була врахована змінність компонент метричного тензора в площині поперечного перерізу та застосовувався алгоритм розв'язання системи рівнянь з екстраполяцією переміщень.

Розподілення температури в лопатці було визначено на основі розв'язання просторової задачі стаціонарної теплопровідності (16). Ці

результати відображені на рис. 26 у вигляді ізоліній температури в характерних перерізах лопатки. Значення температур подані через середню температуру $T(R^*)=T_0$ в перерізі при $R=R^*$. Зміна температури по висоті лопатки описується лінійним законом, максимальні і мінімальні значення лежать в межах $\pm 2,5\%$ від $T(R^*)$.

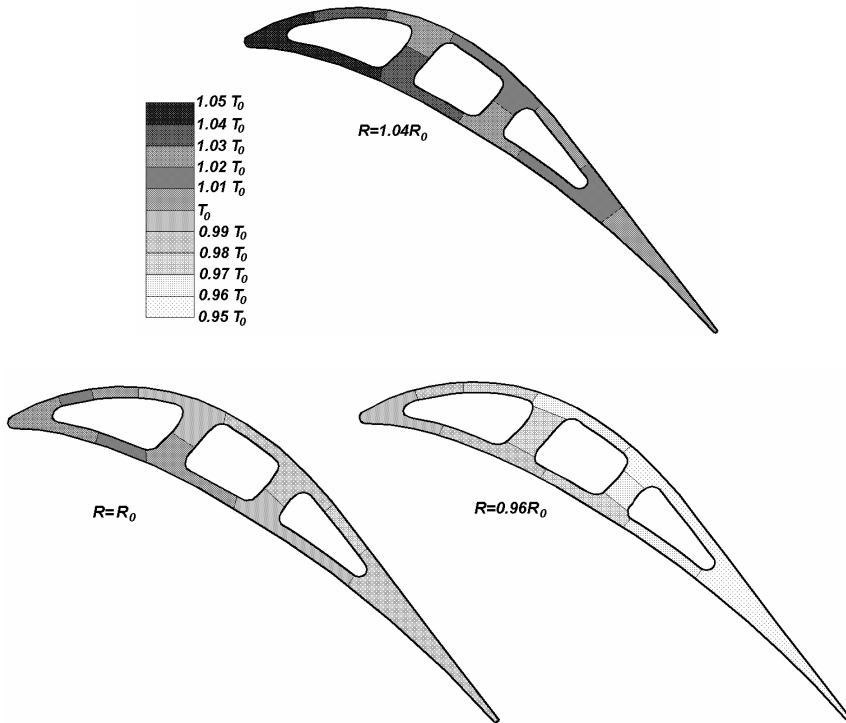


Рис. 26. Розподілення температури в поперечних перерізах лопатки

Порівняння результатів розрахунку в припущенні пружного деформування при дії силового та термосилового (з урахуванням температурних деформацій) навантажень проведено для декількох характерних точок поперечного перерізу лопатки перерізу $R=R^*$. Максимальна відмінність величин безрозмірної інтенсивності напружень становить близько 10% і спостерігається в точці, де під час деформування в умовах повзучості величина пошкодженості є незначною. В точці 1, де розпочинається утворення початкової зони континуального руйнування, ця відмінність становить лише біля 2,5%.

Таблиця 3

Порівняння величин безрозмірної інтенсивності напружень σ_i/σ_0 в характерних точках лопатки при дії силового і термосилового навантаження

Навантаження	точка 1	точка 2	точка 3	точка 6	точка 7	точка 8
Силове	1,4196	1,3519	1,2713	0,8571	1,1543	0,7771
Термосилове	1,3835	1,3087	1,2071	0,8264	1,1350	0,7047

Результати розв'язання задачі повзучості і визначення розрахункового ресурсу засвідчили, що навіть таке незначне зменшення величин інтенсивності напружень призводить до збільшення величини розрахункового ресурсу лопатки приблизно на 9%. Таким чином, уточнена величина розрахункового ресурсу, отримана при врахуванні температурного навантаження становить $t_t^* = 1,089t^*$.

Порівняння накопичення пошкодженості ω в т.1 перерізу $R^* = 1.01R_0$ та в т.1 по висоті лопатки в різні моменти часу, отриманих при силовому та термосиловому навантаженнях, проілюстровано відповідними графіками (рис. 27, 28).

Абсолютні величини розбіжностей величини параметра пошкодженості в початкові моменти часу є незначними. З часом на стадії встановленої повзучості різниця величин параметра пошкодженості досягає 9% і далі збільшується, що відповідно відображається на величині розрахункового ресурсу.

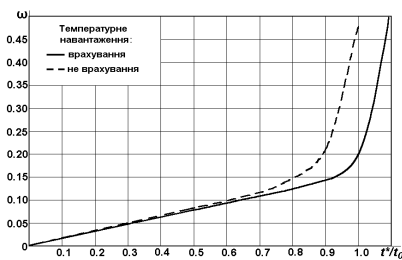


Рис. 27. Залежність зміни параметра пошкодженості з часом в т.1 радіусу $R^* = 1.01R_0$

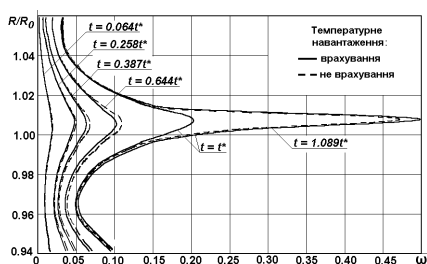


Рис. 28. Зміна розподілення пошкодженості в т.1 поперечного перерізу

На графіках (рис. 29, 30) наведено порівняння розподілення величин безрозмірної інтенсивності напружень σ_i/σ_0 в т.1 радіусу $R^* = 1.01R_0$ та

в т.1 по висоті лопатки в різні моменти часу, отриманих при силовому та термосиловому навантаженнях. Необхідно відзначити, що з плином часу абсолютна відмінність величин напружень майже не змінюється: менші величини напружень при наявності температурних навантажень призводять до збільшення основного розрахункового ресурсу.

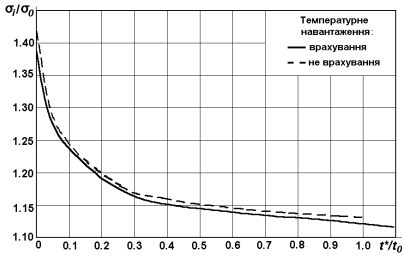


Рис. 29. Залежність зміни величин безрозмірної інтенсивності напружень з часом в т.1 радіуса $R^* = 1.01R_0$

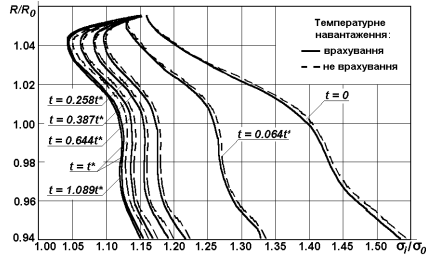


Рис. 30. Зміна розподілення безрозмірної інтенсивності напружень в т.1 по висоті фрагмента лопатки

На наступному етапі було виконано моделювання розповсюдження зони континуального руйнування – визначення додаткового ресурсу лопатки. Конфігурації зони континуального руйнування в межах всього поперечного перерізу лопатки на різних стадіях її розвитку, отримані із використанням скінченоелеметної моделі «1X» при урахуванні змінності компонент метричного тензора g_{ij} , і найбільш густої сітки «8X» при $g_{ij} = const$ є однаковими (рис. 31).

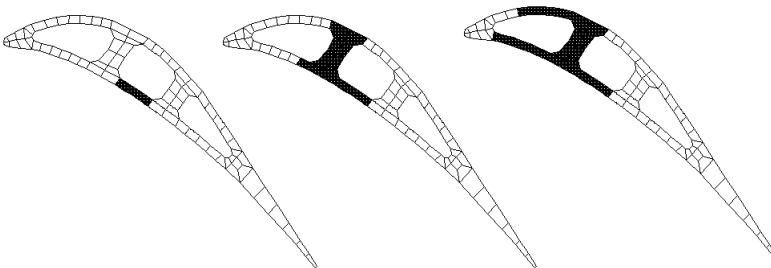


Рис. 31. Розвиток зони континуального руйнування в поперечному перерізі лопатки.

Величини додаткового ресурсу, пов'язані із прирощенням розмірів зони континуального руйнування з $\frac{1}{4}$ (рис. 32,а) до $\frac{1}{2}$ (рис. 32,б) довжини

стілки лопатки та з $\frac{1}{2}$ на всю довжину стінки лопатки (рис. 32,в) також не змінились і становили відповідно $t_I^* = 1.01t_I^*$ і $t_{II}^* = 1.008t_I^*$.

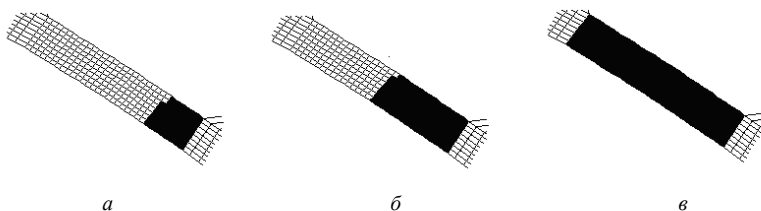


Рис. 32. Розвиток зони континуального руйнування в стінці лопатки

Величина додаткового ресурсу, отримана при врахуванні температурного навантаження порівняно з результатами отриманими в роботі [3] майже не змінюється.

Таким чином в даній роботі проведено визначення напружено-деформованого стану і величин основного та додаткового ресурсу лопатки газотурбінної установки в умовах тривалого силового навантаження за наявності неоднорідного температурного поля.

Розв'язання цієї задачі потребувало розробки і дослідження вірогідності алгоритмів розв'язання задач стаціонарної теплопровідності та моделювання зон континуального руйнування.

В ході розв'язання поставленої задачі також проведено дослідження використання неоднорідних призматичних скінчених елементів з урахуванням змінності компонент метричного тензору в площині поперечного перерізу, що дозволило суттєво зменшити обчислювальні витрати за рахунок використання дискретних моделей із меншою кількістю невідомих.

Проведене дослідження ефективності алгоритму розв'язання задачі повзучості з екстраполяцією переміщень засвідчило, що його застосування дозволяє зменшити обчислювальні витрати мінімум вдвічі при однаковій точності розв'язку системи нелінійних рівнянь. При цьому досягнення однакових результатів, зокрема за величинами пошкоженості та часу до початку руйнування, при використанні алгоритму без екстраполяції переміщень потребує збільшення точності розв'язку системи нелінійних рівнянь, що приводить до відповідного збільшення кількості ітерацій.

Проведене визначення ресурсу до початку руйнування лопатки газотурбінної установки в умовах термосилового навантаження на основі напіваналітичного метода скінчених елементів (НМСЕ). показало, що врахування нерівномірного розподілення температур в площині

поперечного перерізу не спричиняє суттєвого впливу на величину основного ресурсу. В той же час урахування нерівномірного розподілу температур по висоті дозволяє уточнити величину розрахункового основного ресурсу лопатки більш ніж на 8,9%. При цьому залежність його зміни від температури має майже лінійний характер, а величина додаткового ресурсу і характер розповсюдження зони континуального руйнування при урахуванні температурного навантаження фактично не змінюється.

1. *Баженов В.А., Гуляр А.И., Пискунов С.О., Шкрюль А.А.* Определение ресурса лопатки газовой турбины в условиях ползучести на основе континуальной механики разрушения // Проблемы прочности. – 2006. – №4. – С. 87-93.
2. *Баженов В.А., Гуляр О.И., Пискунов С.О., Андрієвський В.П.* Алгоритм розв'язання просторової задачі термов'язкопружнопластичності призматичних тіл з урахуванням пошкодженості//Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-тех. збірн. - К.: КНУБА, 2006 р.
3. *Баженов В.А., Гуляр О.И., Пискунов С.О., Сахаров О.С.* Напіваналітичний метод скінчених елементів в задачах руйнування просторових тіл: Монографія – К.: КНУБА, 2005. – 298 с.
4. *Баженов В.А., Пискунов С.О., Солодей І.І., Андрієвський В.П., Сизевич Б.І.* Матриця жорсткості і вектор вузлових реакцій скінченого елемента для розв'язання просторових задач термов'язкопружнопластичності НМСЕ. // Опір матеріалів і теорія споруд: Наук.-техн. збірник. – К.: КНУБА, 2005. – Вип. 76. – С.3–26.
5. *Балина В.С., Ланин А.А.* Прочность и долговечность конструкций при ползучести. – СПб.: Политехника, 1995. – 182 с.
6. *Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б.* Расчет на прочность деталей машин. Справочник. – М.: Машиностроение, 1979. – 702с.
7. *Болотин В.В.* Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990.– 448с.
8. *Гецов Л.Б.* Материалы и прочность деталей газовых турбин. – М.: Недра, 1996. – 591 с.
9. *Голуб В.П.* Нелинейная механика континуальной поврежденности и ее приложение к задачам ползучести и усталости // Прикладная механика. – 2000. – № 3. – С. 31-66.
10. *Димніч А.Х., Троянський О.А.* Теплопровідність. Навчальний посібник – Донецьк, 2003. – 370 с.
11. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. –М.: Мир, 1975. – 539 с.
12. *Зенкевич О., Морган К.* Конечные элементы и аппроксимации. –М.: Мир, 1986. – 318 с.
13. *Коваленко А.Д.* Введение в термоупругость. К.: Наукова думка, 1965. – 205 с.
14. *Локощенко А.М., Шестериков С.А.* Модель длительной прочности с немонотонной зависимостью деформации при разрушении от напряжения // Прикл. механика и техн. физика. – 1982. – № 1. – С. 160–163.
15. *Муравченко Ф.М.* Актуальные проблемы динамики, прочности и надежности авиадвигателей // Вибрації в техніці і технологіях. – 2004. –№6 (38). – С. 2–4.
16. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций.– М., Наука, 1966. – 732 с.
17. *Сахаров А.С., Кислюк В.Н., Киричевский В.В.* Метод конечных элементов в механике твердых тел. – К.: Вища школа, 1982. –479 с.
18. *Шульженко Н.Г., Гонтаровский П.П.* Анализ термонапряженного и вибрационного состояния роторов турбомашин. // Пробл. машиностроения. – 1998. – № 1. –С. 79–89.