

УДК 528

к.т.н. Гончаренко О.С, Денисюк Б.І.,
Київський національний університет будівництва і архітектури,
к.т.н. Гладілін В.М.,
Національний авіаційний університет, м. Київ

ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ ТА АЛГОРИТМИ СТВОРЕННЯ ПРОФІЛЮ ГЕОЇДА ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ВИМІРЮВАЛЬНОГО КОМПЛЕКСУ ВЗК

Розглянуто особливості формування профілю геоїда на локальну територію та методи його апроксимації.

Ключові слова: профіль, локальний геоїд, апроксимація.

Постановка проблеми

Під час прокладання астрономо-геодезичних ходів для визначення поверхні локального геоїда геометричним методом [1,2,3] профільна лінія складається із дискретних значень результатів вимірювань. Відповідно, виникає питання визначення виду рівняння невідомої функції, що апроксимує профіль геоїда.

Огляд останніх публікацій та постановка завдання

За аналізом публікацій можна стверджувати, що існує чітка тенденція значного зростання точності визначення геодинамічних параметрів. В зв'язку з цим з'явилася можливість вивчати більш тонку структуру відповідних часових рядів. Ця задача потребує розв'язку ряду проблем: відновлення неперервності, згладжування періодичних коливань за обмеженим об'ємом даних, виявлення слабких періодичних коливань і т.п. Існуючі класичні методи рішення цих проблем або не придатні, або дають обмежену інформацію про структуру рядів, що аналізуються. Так, наприклад, класична теорія інтерполювання передбачає використання одного базису на відрізьку апроксимації. Це накладає обмеження на розташування вузлів інтерполяції і підвищує вимоги до гладкості функцій, що відновлюються [4]. Серйозна проблема обробки і аналізу часових рядів пов'язана також із розв'язком задачі осереднення. В процесі осереднення часто втрачається корисна інформація.

Цього можна уникнути, застосовуючи спеціальні осереднюючі функції, які поряд із властивостями фільтрації, зберігають більш широкий клас інформативних функцій.

Виклад основного матеріалу

Для побудови моделі геоїда на локальну територію геометричним методом були розглянуті принципи формування такої поверхні з подальшою апроксимацією за методом Чебишева.

Модель поверхні геоїда містить планову та висотну складову, які формуються окремо.

Алгоритм формування планової складової геоїда (ПСГ)

ПСГ – являє собою множину, елементами якої є інформація про координати профілю (I_n) і правила його обробки (Π_z), що дозволяє з необхідною точністю відтворити ситуацію.

Таким чином, складовими частинами моделі є:

$$I_n = \{X, Y\} \text{ і } \Pi_z = \{N_{nk} \cap \Pi_k\},$$

де Π_k - правила порядку з'єднання пікетів.

В подальшому для профілю геоїда формується ланцюг координат пікетів за відповідними номерами. Процес побудови моделі продовжується доти, доки не будуть використані всі пікети.

В кінцевому виді модель ситуації має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} M = \{ & (X, Y)_{11} \Pi_1, (X, Y)_{12} \Pi_1, \dots, (X, Y)_{1s} \Pi_1, \\ & (X, Y)_{21} \Pi_2, (X, Y)_{22} \Pi_2, \dots, (X, Y)_{2b} \Pi_2, \\ & (X, Y)_{g1} \Pi_g, (X, Y)_{g2} \Pi_g, \dots, (X, Y)_{g2} \Pi_g \}, \end{aligned} \quad (1)$$

де $\Pi \in \Pi_g$ – сукупність команд по відтворенню певного типу побудови.

Алгоритм формування висотної складової геоїда (ВСГ)

Розглядаючи модель висотної складової геоїда (ВСГ) як частини трьохвимірного простору (R^3), можна уточнити поняття моделі з точки зору топології. Модель висотної складової в метричному просторі являє собою множину $T = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$ точок $t_i \in R^3$, що характеризується метрикою $\rho(t_j; t_k)$ обчисленою за формулою

$$\rho(t_j; t_k) = \sqrt{(X_k - X_j)^2 + (Y_k - Y_j)^2 + (H_k - H_j)^2},$$

де X, Y, H - координати тих точок, індекси яких збігаються з індексами координат і задовольняють умові: $F[X_i, Y_i, H_i(X_i, Y_i)] = 0$

Таким чином тип моделі висотної складової залежить від виду функції $H_i(X_i, Y_i)$, який може бути суттєво різним. Зокрема, можуть бути використані поліноми будь-якої степені, мультікватратичні рівняння, сплайни і т.п.

З метою апроксимації профілю локального геоїда були використані та проаналізовані поліноми різних степенів за умови що сума $[v^2] = \min$. Більш зручними виявилися поліноми другої степені.

На рисунках 1-5 представлені профіль локального геоїда та апроксимуючі криві поліномів різних степенів.



Рис. 1. Апроксимація геоїда поліномом другої степені.



Рис. 2. Апроксимація геоїда поліномом третьої степені.



Рис. 3. Апроксимація геоїда поліномом четвертої степені.



Рис. 4. Апроксимація геоїда поліномом п'ятої степені.

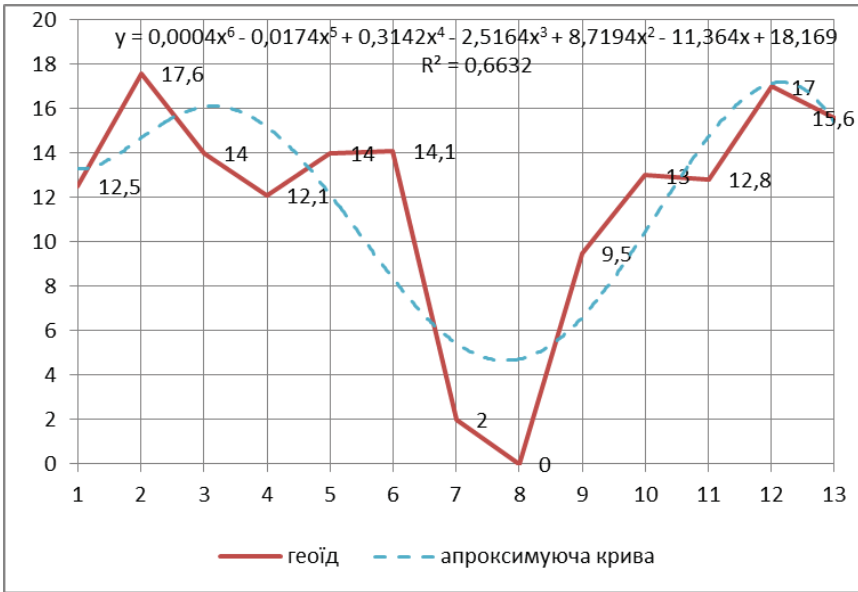


Рис. 5. Апроксимація геоїда поліномом шостої степені.

Відповідно, мінімальне значення $[v^2]=0,3473$ має апроксимуюча крива полінома другої степені.

При використанні полінома другої степені кожній ділянці відповідає стільки рівнянь поправок, скільки пікетів розміщено на ній.

Наведемо приклад використання поліному другої степені:

$$P(x,y)=a_1x^2+a_2y_1^2+a_3xy+a_4x+a_5y+a_6 \tag{2}$$

для першої ділянки. Тоді одержимо l рівнянь поправок

$$a_1x_1^2+a_2y_1^2+a_3x_1y_1+a_4x_1+a_5y_1+a_6-\Delta H_1=v_1;$$

$$a_1x_2^2+a_2y_2^2+a_3x_2y_2+a_4x_2+a_5y_2+a_6-\Delta H_2=v_1;$$

.....

$$a_1x_l^2+a_2y_l^2+a_3x_ly_l+a_4x_l+a_5y_l+a_6-\Delta H_l=v_l; \tag{3}$$

$$\text{де } l \geq 6 \quad \Delta H_i = H_i - H_{cp}, \quad H_{cp} = \frac{\sum H_i}{n}.$$

Якщо розв'язувати систему рівнянь (3) для кожної ділянки окремо, то будемо мати місце неузгодження апроксимуючих поверхонь на межах ділянок. Для усунення неузгодженості апроксимуючих поверхонь в (3) необхідно додати рівняння зв'язку, в яких будуть брати участь точки структурних ліній. Кількість таких рівнянь буде дорівнювати кількості точок, що належать структурним лініям.

Коефіцієнти $a_1^1, a_2^1, \dots, a_6^1, a_1^2, \dots, a_6^2, \dots, a_1^r, \dots, a_6^r$ передбачено шукати за методом найменших квадратів при умові $[v^2] = \min$. Знаходимо коефіцієнти нормальних рівнянь

$$N = B^T B,$$

де N - матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь.

$$N = \begin{pmatrix} N_{11} N_{12} \dots N_{1,(r \times 6)} \\ N_{21} N_{22} N_{2,(r \times 6)} \\ \dots \dots \dots \\ N_{(r \times 6),1} N_{(r \times 6),2} \dots N_{(r \times 6),(r \times 6)} \end{pmatrix},$$

B^T - транспонована матриця коефіцієнтів рівнянь поправок

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} b_{12} \dots b_{1,(r \times 6)} \\ b_{21} b_{22} \dots b_{2,(r \times 6)} \\ \dots \dots \dots \\ b_{n1} b_{n2} \dots b_{n,(r \times 6)} \end{pmatrix}$$

Система нормальних рівнянь в матричній формі має наступний вид:

$$NZ + L = 0, \quad (4)$$

$$\text{де } Z = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_2^1 \\ \vdots \\ a_6^2 \end{pmatrix} \text{ - матриця-стовпець коефіцієнтів } a_i \text{ полінома (5)}$$

$$- L' = \begin{pmatrix} l_1^1 \\ l_2^1 \\ \vdots \\ l_6^r \end{pmatrix} \text{ - матриця-стовпець вільних членів, } L = B^T L'.$$

В результаті розв'язку системи нормальних рівнянь (4) знаходять стовпець коефіцієнтів $Z = -N^{-1}L$, і тоді шукана апроксимована поверхня буде виражена у вигляді полінома з i -ю точкою, для якої визначається відмітка H_i .

$$H_i = H_{cp} + a_1 X_i^2 + a_2 Y_i^2 + a_3 X_i Y_i + a_4 X_i + a_5 Y_i + a_6 \quad (6)$$

Задаючись координатами довільної точки D_i , із (6) завжди можна знайти H_{D_i} . Для формування масивів координат точок ізоліній, розв'язок будемо шукати у вигляді перетину поверхні (6) з площиною, паралельною системі координат XOY на висоті H_i .

Висновки

Таким чином, для апроксимації профілю локального геоїда при використанні поліномів більш зручні поліноми другої степені. Це дозволяє:

- апроксимувати поверхню за невеликою кількістю опорних точок, що є суттєвим фактором при проведенні наземних польових вимірювань;
- усунути невизначеність поведінки функції між опорними точками;
- виконати оцінку точності апроксимації.

Список літератури

1. Гончаренко О.С. Високоточне визначення профілю локального геоїда за допомогою цифрової зенітної камери та засобів GPS. // Інженерна геодезія. К.: КНУБА, - 2011. Вип.57. - С. 10-14.

2. Гончаренко О.С., Денисюк Б.І. Можливість використання астрономо-геодезичних і супутникових засобів для пошуку корисних копалин. // Інженерна геодезія. К.: КНУБА, - Вип. 54. - С. 51-54.

3. Боровий В.О., Бурачек В.Г., Гончаренко О.С., Карпінський Ю.О. Пристрій для спостереження зірок в зеніті. Деклараційний патент на винахід UA 63575 А № 2003054111- Бюл. № 1 від 15.01.2004.

4. Завялов Ю.С., Квасов Б.Н., Мирошніченко В.Л. Методы сплайн-функций – М.: Наука, 1980. – 352 с.

Аннотация

Рассмотрены особенности формирования профиля геоида на локальную территорию и методы его аппроксимации.

Abstract

Features of formation of the geoid's profile on the local area and its methods of approximation have been considered.