СІВКО Володимир Йосипович, доктор технічних наук, професор, академік Академії будівництва України

Народився у 1939 р.

Закінчив з відзнакою КІБІ у 1961 р. Працював у військово-промисловому комплексі з 1961 по 1964 рр., в Науково-дослідному інституті будівельних конструкцій (м. Київ) з 1964 по 1968 рр. З 1968 р. – асистент, а з 1970 р. - доцент кафедри ЕРБМ. В 1968 р. захистив кандидатську, а в 1988 р. – докторську дисертацію. З 1992 р. – професор.

Основні напрямки наукової діяльності: напружено-деформований стан будівельних матеріалів в процесах роботи будівельних машин. Досліджував процеси віброущільнення бетонних сумішей, доказав можливість оптимізації напружено-деформованого стану при роботі вібраційних машин з направленою зоною віброущільнення Розробив основні положення механіки, будівельних матеріалів, базуючись на запропонованій ним залежності між напруженнями і деформаціями (петля гістерезису) для ряду матеріалів (бетонних сумішей ґрунтів, мінеральних добрив і ін.) і математичному апараті динаміки процесів взаємодії робочих органів машин з середовищами. Ним вирішено ряд задач теорії машин: задача процесу віброущільнення бетонних сумішей, задача всебічного статичного ущільнення матеріалу, задача про дію штампа на півпростір і впровадження клина в на півпростір, задача про рух пластичного матеріалу в трубі і ін

УДК 666.94

Дослідження напружено–деформованого стану матеріалу в робочих процесах будівельних машин

Машини що застосовуються в промисловості будівельних матеріалів, здійснюють цілий ряд технологічних операцій (перемішування, укладання і ущільнення суміші та інше) . Для оцінки ефективності роботи машин необхідно вміти описати процес руху матеріалу, а для визначення навантажень і потужності приводу необхідно знати опір, що створює матеріал на робочі органи машин. Область науки, що займається цими питаннями, називається механікою будівельних матеріалів і сумішей. Вона базується на реології, теорії пружності і пластичність.

Основоположниками загальної реології є :

В залежності від властивостей матеріалу для описання процесу може бути застосована теорія деформацій і теорія течіння. Так в загальному вигляді напружений стан може бути описаний:

рівняннями рівноваги

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial z}=0\,\text{або}\,\left(\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right);$$

$$\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{y}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial z}=0\,\text{або}\left(\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\right); \tag{1}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_z}{\partial z} = 0 \text{ або } \left(\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right).$$

рівняннями сумісності деформацій (геометричними рівнями)

$$\varepsilon_\chi = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x};$$
$$\varepsilon_\chi = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \qquad (2)$$
$$\varepsilon_\chi = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z};$$

і рівняннями стану середовища. Ці рівняння характеризують реакцію середовища на завантаження. Вони зв'язують між собою напруження деформації. В загальному вигляді ці рівняння мають вигляд:

$$\sigma_x = F_1(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{z,} \gamma_{xy,} \gamma_{yz,} \gamma_{zx});$$
$$\sigma_y = F_2(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{z,} \gamma_{xy,} \gamma_{yz,} \gamma_{zx}); \qquad (3)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\tau_{zx} = F_6(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{z,} \gamma_{xy,} \gamma_{yz,} \gamma_{zx})$$

В цих рівняннях маємо невідомі:

напруження $\sigma_x(x, y, z), \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$;

деформація $\varepsilon_x(x, y, z), \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$;

переміщення $u(x, y, z), \overline{v, w}$.

Таким чином, при вирішенні системи рівнянь (1), (2), (3) може описаний технологічний процес. Рівняння стану середовища (фізична модель середовища) здійснює прив'язку основних положень теорії пружності і пластичності до механіки будівельних матеріалів і сумішей. Роботами авторів (3) отримано рівняння стану для більшості матеріалів (бетонних і розчинних сумішей, ґрунтів, керамзитобетонних, сумішей, мінеральних добрив і інших). Розроблена методика експериментальних досліджень для отримання рівняння стану в випадках, відсутності даних досліджень. На рис. 1 приведено загальний вигляд рівняння стану для бетонної суміші з В/Ц = 0,4 (Ж= 40...60 с.) при швидкостях навантаження 4, 12 м/с. Як видно така залежність має характер петлі гістерезису. Бона вміщує в собі пружні, пластичні і в'язкісні характеристики.

Більшість технологічних задач промисловості будівельних матеріалів може бути приведена до основних класичних задач механіки:

стиснення будівельної суміші в замкнутому просторі;

вісесиметрична задача;

дія штампа на пружно-пластичний простір;

циліндричний каток на поверхні;

рух кулі в середовищі, що пульсує;

рух середовища в трубі;

втиснення клина в середовище; і інші.

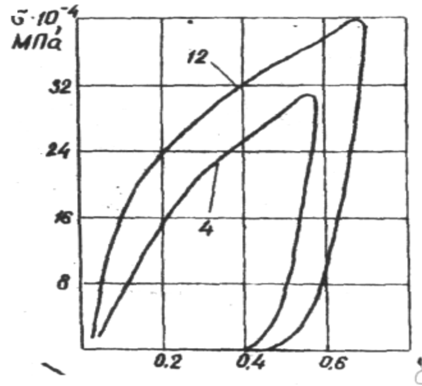

Рис. 1.

Нижче наведені деякі з цих задач:

1. Стиснення будівельної суміші в замкненому просторі. Схема задачі показана на рис. 2.

Рішення цієї задачі можна отримати в вигляді функції напруження Ері $\varphi(x,y)$. Згідно з теорією пружності [1] функцію напруження вибирають таким чином, щоб диференційне рівняння рівноваги звелось до тотожності.

Цим умовам можна задовольнити, якщо напруження виразити через функцію Ері $\varphi(x,y)$ наступними співвідношеннями (плоска задача):

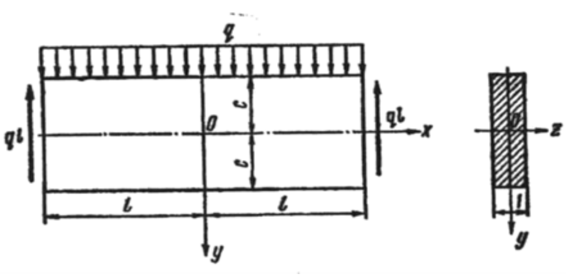

Рис. 2.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2};\ \sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2};\ \tau_{xy} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \cdot \partial y} - Xy - Yx. \qquad (4)$$

Нами отримано значення функції напруження у вигляді полінома:

$$\varphi = \frac{b_3}{4\cdot 3}\left(x^4 y - \frac{1}{5}y^5\right) + \frac{d_5}{2\cdot 3}\left(x^2 y^2 - \frac{1}{2}y^5\right) + \frac{b^3}{2\cdot 1}x^2 y + \frac{d^3}{2\cdot 3}y^3 + \frac{a_2}{2}x^2 + \frac{c_2}{2}y^2,$$

де $a_2 = -\dfrac{q}{2};\ b_3 = -\dfrac{3q}{4c};\ d_5 = -\dfrac{3q}{4c^3};\ d_3 = -\dfrac{3a}{4c^3}\left(l^2 - \dfrac{2}{5}c^2\right);\ c_2 = 0$.

Підставляючи знайдені постійні в формулу (4), отримаємо наступну систему напружень:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{3q}{4c^2}\left(l^2 - x^2\right)y = \frac{3q}{4c}\left(\frac{2y^2}{3c^2} - \frac{2}{5}\right)y \\ \sigma_x &= -\frac{q}{4^2}\left(\frac{y^3}{c^3} - 3\frac{y}{c} + 2\right) \\ \sigma_x &= -\frac{2q}{4c^3}\left(c^2 - y^2\right)x \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Залежності (5) дають розподіл напружень в середовищі в залежності від зміни x і y. Для визначення деформації необхідно скористатись рівнянням стану.

2. Вдавлювання випуклого штампа.

До цієї задачі може бути зведено задачу роликового прокату будівельних виробів, взаємодію клина з середовищем, задачу про кулі в клапанах поршневих розчинонасосів.

Диференційні рівняння рівноваги мають вигляд (об'ємні сили відсутні):

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} = 0 \qquad (6)$$

і умова пластичності (Сен-Венана):

$$\frac{1}{4}\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \tau^2{}_{xy} = k^2, \qquad (7)$$

де $к$ - зв'язність середовища.

Це система трьох рівнянь, що вміщують три компоненти напруження $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ (система пластичної рівноваги).

Вона може бути розглянута незалежно від компонент переміщення (і рівняння сумісності деформації). Схема рішення наведена на рис. 3.

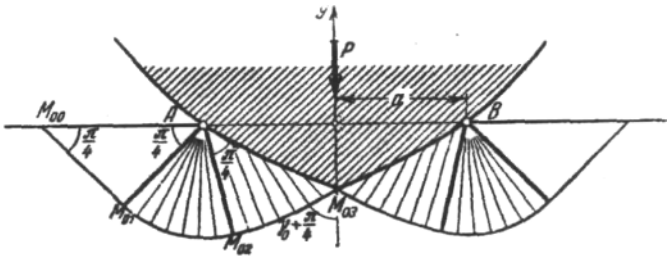

Рис. 3.

В площині *x-y* розрізняють три області: трикутник $AM_{00}\,M_{01}$,

круговий сектор $AM_{01}\,M_{02}$ і криволінійний трикутник $AM_{01}M_{02}$. В трикутнику $AM_{00}\,M_{01}$ і в круговому секторі $AM_{01}M_{02}$ напружений стан визначається залежностями:

$$x-\frac{1}{2},\ \varphi-\frac{\pi}{2},\ \text{ і }\ x+\varphi=\xi_0,\ \varphi=\frac{\pi}{4}+arctg\frac{y}{x+a},$$

де x - безрозмірна перемінна, яка внесена наступним чином:

$$\frac{1}{2}(\sigma_1-\sigma_2)=k,\ \frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)=2kx-\sigma_0,$$

причому σ_0 - постійна величина *a.*

Сітка характеристик в першій області складається з двох сімейств паралельних прямих, нахилених до осі x під кутами $\frac{\pi}{4}$, а в другій області утворена сімействами концентричних кіл з центрами в точці А і пучком прямих, що проходять через ту же точку.

В криволійному трикутнику $AM_{02}M_{03}$ може бути застосований інтеграл

$$x=-\varphi+\xi_0,\quad y=x\cdot tg\left(\varphi-\frac{\pi}{4}\right)+\psi(\varphi),\quad \frac{\partial y}{\partial\varphi}=\left(\varphi+\frac{\pi}{4}\right)\frac{\partial x}{\partial y},\tag{8}$$

де $\psi(\varphi)$ - довільна функція.

Остаточно мають місце рівності:

$$x+\varphi=\xi_0,\quad y=x\cdot tg\left(\varphi-\frac{\pi}{4}\right)=y(\varphi)-x(\varphi)\cdot tg\left(\varphi-\frac{\pi}{4}\right)-\alpha,$$

а сітка характеристик утворена кривими, які знаходяться шляхом інтегрування рівнянь (8) і непаралельними прямими φ = const, що перетинають лінію контакту під кутами $\frac{\pi}{4}$

Напруження в точках перетину ліній сітки:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_x\\ \sigma_y\end{matrix}\right\}=\sigma_0+k(2x\pm\cos\varphi),\quad \tau_{xy}=k\cdot\sin 2\varphi.$$

Дослідження напруженого стану під штампом дозволяє визначити опір вдавлюванню і рух штампа відносно середовища.

$$x=-\frac{1}{2},\ \ \varphi=0\quad \text{або}\quad \sigma_x=\tau_{xy}=0,\ \ \sigma_y=-2k.$$

3. Протягування матеріалу через отвір (щілину). Задача може бути застосована при дослідженні руху розчину в трубах.

Рішення задачі наведено на рис. 4.

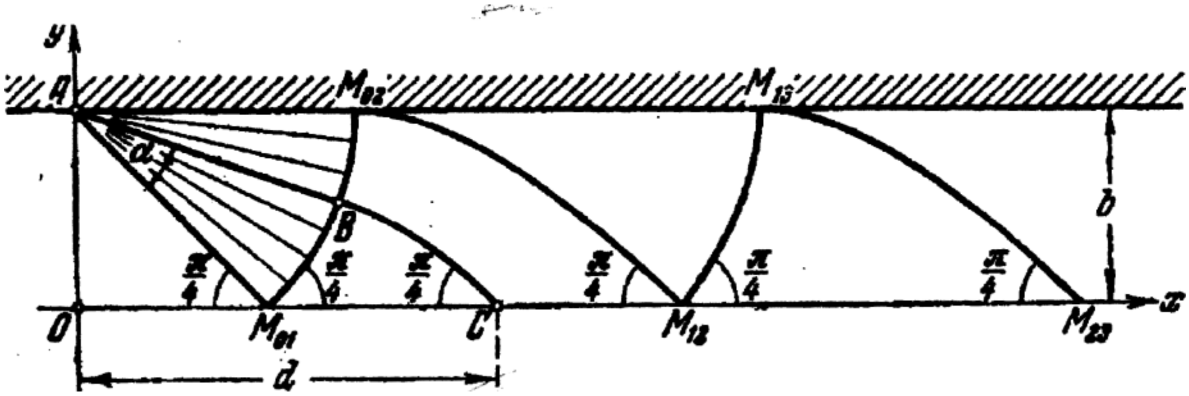

Рис. 4.

В прямокутному трикутнику AOM_{01} має місце рівномірний напружений стан, який визначається так :
а сітка характеристик утворена двома ортогональними сімействами паралельних прямих, нахилених до осі X під кутами $\frac{\pi}{4}$

В круговому секторі $AM_{01}M_{02}$ з центральним кутом $\frac{\pi}{4}$ мають місце рівняння

$$x + \varphi = -\frac{1}{2}, \quad \varphi = \frac{\pi}{4} - arctg\frac{b-y}{x},$$

а сітка характеристик складається з сімейства концентричних кіл з центрами в т. A і пучка прямих, що проходять через ту ж точку цієї області.

4.Ущільнення бетонних сумішей

Характер протікання процесу ущільнення бетонних сумішей може бути оцінений характером розподілення щільності по габаритах виробу:

$$\rho = f(x, y, z). \tag{9}$$

Вигляд цієї функції визначається параметрами вібраційної машини (коливальною масою m і площею робочого органу F), режимом віброущільнення (амплітудою коливань x_0 і частотою коливань f) і механічними властивостями бетонної суміші.

Знаходження цієї функції теоретичним шляхом полягає в дослідженні задачі про залишкові деформації ε_0 після ряду послідовних імпульсів вібраційної машини. Перехід від залишкових деформацій до щільності відображує формула:

$$\rho = \rho_0 / (1 - \varepsilon_0). \tag{10}$$

Для вивчення динамічних процесів, що виникають при віброущільненні бетонних сумішей, розглядається динамічна система "робочий орган - бетонна суміш". Під дією змушуючої сили $Q\sin(\omega t)$ робочий орган масою m діє на бетонну суміш. Диференційне рівняння руху суміші в напрямку координати x за час t буде мати вигляд:

$$\frac{d\sigma}{dx} = \rho\frac{d^2u}{dt^2}. \tag{11}$$

Для рішення цього рівняння необхідно мати залежність між напруженнями і деформаціями для бетонної суміші. Ця залежність, як показано в дослідженнях [1-3] має вигляд петлі гістерезису і містить в собі пружну і в'язку складові опору:

$$\sigma = f(E, \eta, f), \tag{12}$$

де E і η - динамічний модуль пружної деформації і коефіцієнт динамічної в'язкості; f - коефіцієнт сухого тертя.

Рівняння (11) і (12) повинні вирішуватись спільно і таким чином можна описати процес поширення хвиль в середовищі.

Задача про взаємодію робочого органу і середовища надзвичайно складна, якщо її вирішувати в строгій постановці. По-перше, середовище в процесі віброущільнення зміцнює свої фізичні властивості і відповідно змінюються параметри Е, η, *f*. По-друге , робочий орган знаходиться під впливом опору середовища, що теж змінюється. Тому така задача може бути вирішена двома способами. Перший спосіб полягає в моделюванні властивостей середовища однією з відомих реологічних моделей і в спільному вирішенні рівнянь (11) і (12). Другий спосіб полягає в представленні петлі гістерезисна кусочно - лінійною функцією і розв'язку рівнянь (11) і (12) чисельними способами.

Диференційне рівняння руху суміші (11) - використовуючи метод характеристик приводиться до системи рівнянь в формі кінцевих різниць:

$$\left(x_{k,e}-x_{k,e-1}\right)\cdot\left(V_{k,e-1}+C_{k,e-1}\right)\cdot\left(t_{k,e}-t_{k,e-1}\right)=0; \qquad (13)$$

$$\left(x_{k,e}-x_{k-1,e}\right)\cdot\left(V_{k-1,e}-C_{k-1,e}\right)\cdot\left(t_{k,e}-t_{k-1,e}\right)=0;$$

$$\frac{S}{C_{k,e-1}}\left(\sigma_{yk,e}-\sigma_{yk,e-1}\right)+\rho\left(\sigma_y\right)_{k,e-1}\left(V_{k,e}-V_{k,e-1}\right)+\left[\frac{2f_{k,e-1}}{\alpha}\sigma_{yk,e-1}+g\rho\left(\sigma_y\right)_{k,e-1}\right]\cdot\left(t_{k,e}-t_{k,e-1}\right)=0$$

; (14)

$$\frac{S}{C_{k,e-1}}\left(\sigma_{yk,e}-\sigma_{yk-1,e}\right)+\rho\left(\sigma_y\right)_{k-1,e}\left(V_{k,e}-V_{k-1,e}\right)+\left[\frac{2f_{k-1,e}}{\alpha}\sigma_{yk-1,e}+g\rho\left(\sigma_y\right)_{k-1,e}\right]\cdot\left(t_{k,e}-t_{k-1,e}\right)=0$$

,(15)

де $t_{k,e}$, $x_{k,e}$ – координати (час, положення), в яких шукаються значення параметрів; $\sigma_{k,e}$, $V_{k,e}$ - пошукові параметри напруженого стану (радіальне напруження, швидкість деформації); $x_{k,e-1}$, $t_{k,e-1}$, $\sigma_{k,e-1}$ $V_{k,e-1}$, $x_{k-1,e}$,$t_{k-1,e}$ $\sigma_{k-1,e}$, $V_{k-1,e}$, параметри середовища у відомих точках (знаходяться із початкових і граничних умов); $C_{k,e-1}$, $C_{k-1,e}$ - швидкість руху хвиль в відомих точках відповідно з густиною середовища; $\rho\left(\sigma_y\right)_{k,e-1}$, $\rho\left(\sigma_y\right)_{k-1,e}$, - густина середовища; *g* – прискорення вільного падіння; *f* - коефіцієнт тертя суміші по бортах форми; *a* – ширина виробу; *S* – величина, обернена коефіцієнту бокового розпору (= 2; 2,5).

Рівняння (13) описують звукові хвилі в середовищі, а рівняння (14) визначають напружено-деформований стан, обумовлений хвильовими процесами.

Для вирішення задач віброущільнення необхідні дві початкові і дві граничні умови.

А – початкові умови: при $t = 0$

1) $\sigma_y=\sigma_{y0}=\sigma_y\left(x,0\right)$;

2) $V=V_0=V\,(x,\,0)$.

- закони розподілення горизонтального тиску і модуля вектора швидкості по висоті виробу в початковий момент часу;

Б – граничні умови:

1) при $x = x_0(t)$ $\sigma_y\left[x_0\left(t\right),t\right]=0$;

2) при $x = h$ $F\left[\sigma_y\left(h,t\right);V\left(h,t\right)\right]=0$.

Суть першої граничної умови - рівність нулю σ_y на поверхні виробу (при станковому способі формування. Суть другої граничної умови - певна залежність між функціями σ_y і V в зоні контакту робочого органу і середовища. Вид цієї залежності визначається режимом роботи робочого органу.

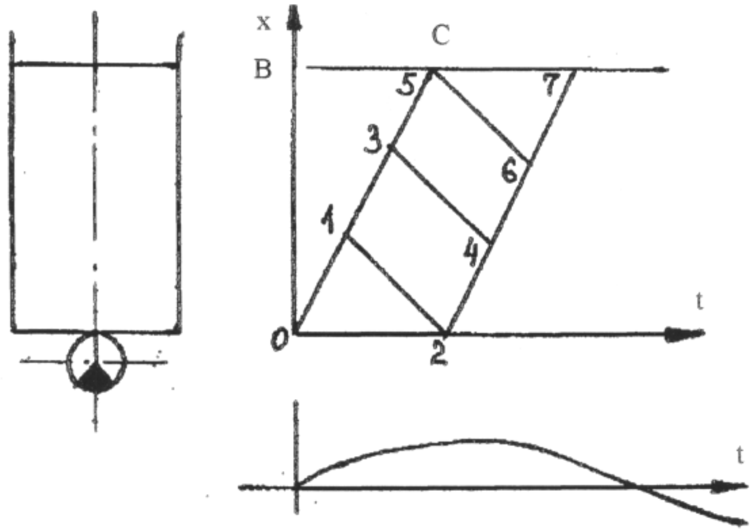

Рис. 5.

Схему рішення задачі наведено на рис. 5. Лінія ОВ – лінія початкових умов, на якій задаються значення σ_{y0} і *V0*. (середовище нерухоме, а горизонтальний тиск розподіляється за законом трикутника $\sigma_{y0} = \dfrac{g\rho x}{2.5}$. Вточках1, 3, 5 значення параметрів будуть $\sigma_{y0} = \dfrac{g\rho x}{2.5}$;

$$V_0 = 0;\ \sigma_1 = \frac{2g\rho x}{3 \cdot 2.5};\ V_1 = 0;\ \sigma_3 = \frac{2g\rho x}{2.5 \cdot 3};\ V_3 = 0;\ \sigma_5 = 0;\ V_5 = 0. \qquad (16)$$

На початку, коли середовище нерухоме, від робочого органа поширюється пружна хвиля з швидкістю $C_0 = \sqrt{d\sigma_x / d\rho} = \sqrt{E_0 / \rho}$. Значення модуля пружності для різних середовищ вибирають з [3]. Лінія ОС проводиться під кутом $\alpha = h/t = C_o$.

Параметри напруженого стану в точці 2 визначались аналітичним шляхом.

В точці 7 параметри напруженого стану:

$$(x_7 - x_6) - (V_6 + C_6)(t_2 - t_6) = 0 \qquad x_7 = h; \qquad (17)$$

$$\frac{S}{C_6}(\sigma_7 - \sigma_6) - \rho_6 (V_7 - V_6) + \left[\frac{2f_6}{\alpha}\sigma_6 + g\rho_6\right] \cdot (t_5 - t_6) = 0; \quad \sigma_{y7} = 0. \qquad (18)$$

В проміжних точках параметри напруженого стану визначаються рівняннями (13) і (14) в яких перші рівняння визначають параметри руху і напруженого стану від прямих хвиль, а другі рівняння – від зворотних хвиль.

Література

1. Сівко В.Й. Механічне обладнання підприємств будівельних виробів. Підручник. - К.: Вища школа, 1994. - 358 с.
2. Сівко В.Й. Обладнання і технологічні комплекси підприємств важких речовин. Підручник. - К.: Вища школа. 2003. (в друку)
3. Сівко В.И. Основы механики вибруемых бетонних смесей. - К.: Высшая школа, 1987. - 168 с.