УДК 69:002;69.059

Л. Є. Пелевін, проф., завідуючий кафедрою будівельних машин, КНУБА
Д. О. Горда, інженер-програміст І-ї категорії, ІНКОМ
Г.О. Цюцюра, студентка КНУБА

ПРЕДСТАВЛЕННЯ ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ СТАНІВ ГІДРАВЛІЧНОГО СЛІДКУЮЧОГО ПРИВОДУ РУЛЬОВОГО УПРАВЛІННЯ НА ФОРМАЛЬНИХ ГРАМАТИКАХ

АНОТАЦІЯ. Проведено дослідження математичної моделі гідравлічного слідкуючого рульового приводу та побудована мета модель, як множина часткових адекватних моделей складної системи. на основі теорії формальних граматик, що дозволяє виконати ефективну програмну реалізацію.

АННОТАЦИЯ. Проведено исследование математической модели гидравлического следящего рулевого повода и построенная мета модель, как множество частичных адекватных моделей сложной системы. на основе теории формальных грамматик, что позволяет выполнить эффективную программную реализацию.

SUMMARY. It is conducted research of mathematical model of hydraulic tracker steering occasion and built meta model, as a set of partial adequate models of the difficult system. on the basis of theory of formal grammars, that allows to execute effective programmatic realization.

Ключові слова: гідравлічний слідкуючий рульовий привід, математична модель, шум, формальна граматика

Вступ. Значне поширення гідравлічних приводів у різних галузях машинобудування зумовлюється рядом їхніх істотних переваг – це можливість одержання великих сил та обертаючих моментів при порівняно малих розмірах гідродвигунів, плавність переміщення, забезпечення безступінчатого регулювання швидкості у широкому діапазоні, мала інерційність, простота здійснення прямолінійних зворотно-поступальних рухів та автоматичного керування робочими органами, легкість запобігання перевантаженням, висока експлуатаційна надійність. Широке застосування гідравлічних приводів у різних сферах будівництва, виробництва та у дослідницькій роботі зумовлює те, що умови їх використання можуть бути досить різними, навіть шкідливими та екстремальними. Якщо на сьогодні досить добре розроблені методики розрахунку гідравлічних приводів (досліджена їх робота у статичному режимі функціонування), виходячи з сфер та умов застосування є необхідність дослідження їх роботи у динаміці. Так як гідравлічні приводи є досить складною багато параметричною системою, то для дослідження їх динамічної поведінки доцільно побудувати імітаційну модель, за допомогою якої можна дослідити поведінку системи у різних умовах при різноманітних сполученнях параметрів.

Дослідження задачі. Для дослідження динаміки гідравлічного слідкуючого приводу рульового управління (ГСРП) і його основних показників, розглянемо математичну модель функціонування ГСРП.[1]

$$\begin{cases} F\dot{y}_1 + k_c\dot{p} + k_{\hat{a}\grave{e}\grave{o}}\,p = k_{Q_\varepsilon}\varepsilon - k_{Q_p}p & \text{óçàãàëüíåíå ð³âíÿííÿ íåðîçðèâíîñòі ïîòîêó ð³äèíè}, \\ m_2\ddot{u} - k_{\hat{a}}^{\tilde{n}}\dot{y} + C_0 u = -Fp & \text{ð³âíÿííÿ äåôîðìàö³¿ êð³ïëåííÿ}, \\ m_1\ddot{y} + k_{\hat{a}}^{\tilde{n}}\dot{y}_1 + C_{\ddot{i}\eth}(y-z) = Fp & \text{ð³âíÿííÿ ðóõó âèõ³äíî¿ ëàíêè}, \\ m\ddot{z} + h^c\dot{z} + C_{\o}z - R_{\c{c}\hat{i}\hat{a}} = C_{\ddot{i}\eth}(y-z) & \text{ð³âíÿííÿ ðóõó ïðèâåäåíî¿ ìàñè}, \end{cases} \tag{1}$$

$$\varepsilon = k_{\hat{a}\tilde{o}}x_{\hat{a}\tilde{o}} - k_{3,3}y_1 + k_{\c{c}\hat{i}\c{c}}u \qquad \eth^3\hat{a}\acute{i}\ddot{y}\acute{i}\acute{i}\ddot{y} \;\; \acute{i}\aa\acute{o}\c{c}\tilde{a}\hat{i}\ddot{a}\ae\aa\acute{i} \;\; \hat{i}\tilde{n}\grave{o}^3 \;\; \acute{i}\grave{a} \;\; \c{c}\hat{i}\ddot{e}\hat{i}\grave{o}\acute{i}\grave{e}\hat{e}\hat{o} \;\;,$$

$$y = y_1 + u \qquad \eth^3\hat{a}\acute{i}\ddot{y}\acute{i}\acute{i}\ddot{y} \;\; \ddot{i}\eth\grave{e}\hat{a}\aa\ddot{a}\aa\acute{i}\acute{i}\ddot{y} \;\; \c{c} \; \hat{a}\eth\grave{a}\tilde{o}\acute{o}\hat{a}\grave{a}\acute{i}\acute{i}\ddot{y} \; \grave{i} \;\; \acute{i}\aa\hat{a}\ddot{y}'\ddot{y}\c{c}\hat{e}\grave{e}.$$

Система рівнянь, що представляє математичну модель ГСРП методом лінійних перетворень приводиться до наступного параметричного виду:

$$\begin{cases} a_1 \dot{y} + a_2 \dot{u} + a_3 \dot{p} + a_4 p + a_5 y + a_6 u = b_1 \\ a_7 \ddot{u} + a_8 \dot{y} + a_9 u + a_{10} p = 0 \\ a_{11} \ddot{y} + a_{12} \dot{p} + a_{13} p + a_{14} u + a_{15} y + a_{16} z = b_2 \\ a_{17} \ddot{z} + a_{18} \dot{z} + a_{19} z + a_{20} y + a_{21} z = b_3, \end{cases} \tag{2}$$

де уведені наступні позначення:

$a_1 = F = -a_2 = a_{10}$ $\quad a_9 = C_0$ $\quad a_{17} = m$

$a_2 = -F$ $\quad a_6 = -k_{Q_\varepsilon}\left(k_{3,3} + k_{\partial o}\right) = -\dfrac{a_{14}a_1}{a_8}$ $\quad a_{18} = h^c$

$a_3 = k_c$ $\quad a_{11} = m_1$ $\quad a_{19} = C_{ш}$

$a_4 = k_{вит} + k_{Q_p}$ $\quad a_5 = k_{Q_\varepsilon}k_{3,3}$ $\quad a_{20} = -C_{пр} = a_{16} = -a_{21}$

$a_{12} = -\dfrac{k_в^c k_c}{F} = \dfrac{a_8 a_3}{a_1}$ $\quad a_{13} = -\dfrac{k_в^c\left(k_{вит} + k_{Q_p}\right) + F^2}{F} = \dfrac{a_8 a_4}{a_1} + a_1$ $\quad a_{21} = C_{пр}$

$a_7 = m_2$ $\quad a_8 = -k_в^c$ $\quad b_1 = k_{Q_\varepsilon}k_{вх}x_{вх}$

$a_{14} = \dfrac{k_в^c k_{Q_\varepsilon}\left(k_{3,3} + k_{\partial o}\right)}{F}$ $\quad a_{15} = C_{пр} - \dfrac{k_в^c k_{Q_\varepsilon}k_{3,3}}{F} = \dfrac{a_8 a_5}{a_1} - a_{21}$ $\quad b_2 = -\dfrac{k_в^c k_{Q_\varepsilon}k_{вх}x_{вх}}{F} = \dfrac{a_8 b_1}{a_1}$

$a_{10} = F = a_1 = -a_2$ $\quad a_{16} = -C_{пр}$ $\quad b_3 = R_{зов}$

Для дослідження складної системи, як єдиного цілого часто вводиться мета модель, що враховує основні фізичні процеси. Так математична мета модель гідроприводу, що враховує параметри впливу перехідних процесів можна представити, як множину часткових більш простих моделей.

Занулюючи коефіцієнти математичної моделі з врахування фізичного змісту, отримаємо множину часткових адекватних моделей ГСРП, які описують його поведінку при різних умовах функціонування (табл.1).

Обгрунтуванням адекватності часткових моделей є теореми Пуанкаре та Тихонова про неперервну залежність розв’язків від параметрів [2].

Розглядаючи узагальнену модель гідроприводу, як множину часткових моделей в основу побудови програмного забезпечення САПР ГСРП доцільно покласти теорію формальних граматик.

Таблиця 1. Значення параметрів для часткових моделей ГСРП.

№	Значення коефіцієнтів	Стан
1	$a_5 = 0, a_6 \neq 0, a_8 = 0, a_{10} \neq 0$	Втрата ефективності зворотного зв’язку
2	$a_5 = 0, a_6 \neq 0, a_8 = 0, a_{10} = 0$	
3	$a_5 = 0, a_6 \neq 0, a_8 \neq 0$	
4	$a_5 = 0, a_6 \neq 0, a_4 = 0$	
5	$a_5 = 0, a_6 \neq 0, a_8 = 0, a_1 \neq 0$	

6	$a_5 = 0, a_6 \neq 0, a_8 \neq 0, a_3 \neq 0$	
7	$a_5 \neq 0, a_6 = 0$	
8	$a_5 = 0, a_6 \neq 0, a_3 = 0, a_{12} = 0$	Втрата робочої рідини
9	$a_5 = 0, a_6 \neq 0, a_9 = 0$	Відрив опор кріплення
10	$a_5 = 0, a_6 \neq 0, a_8 \neq 0, a_3 = 0$	Втрата робочої рідини
11	$a_5 \neq 0, a_6 = 0$	Розпад по керуванню
12	$a_5 = 0, a_6 = 0, \varepsilon k_\varepsilon = b_1$	Система жорстко емерджентна
13	$a_5 y = -a_6 u$	Втрата коефіцієнта підсилювання
14	$a_7 \neq 0, a_1 \neq 0, a_3 = 0$	Втрата робочої рідини
15	$a_7 = 0, a_1 \neq 0, a_3 \neq 0, a_9 \neq 0$	Втрата зв'язку з опорою кріплення
16	$a_7 \neq 0, a_{17} \neq 0, a_3 \neq 0, a_{11} \neq 0$	Система жорстко зв'язана
17	$a_7 = 0, a_5 \neq 0, a_3 = 0, a_2 \neq 0, a_4 \neq 0, a_8 \neq 0$	Втрата робочої рідини
18	$a_7 = 0, a_6 \neq 0, a_{10} \neq 0$	Втрата зв'язку з опорою кріплення
19	$a_7 = 0, a_6 \neq 0, a_{10} \neq 0, a_5 \neq 0$	Втрата зв'язку з опорою кріплення

Продовження таблиці 1

20	$a_7 = 0, a_8 \neq 0, a_3 \neq 0, a_5 = 0$	Втрата зв'язку з опорою кріплення
21	$a_7 = 0, a_8 = 0, a_4 = 0, a_5 = 0$	Пробуксовування
22	$a_7 = 0, a_8 \neq 0, a_4 = 0, a_5 = 0$	Втрата зв'язку з опорою кріплення
23	$a_7 = 0, a_8 \neq 0, a_3 = 0, a_5 = 0$	Втрата робочої рідини
24	$a_7 = 0, a_8 = 0, a_5 = 0$	Пробуксовування
25	$a_3 = 0, a_5 \neq 0$	Втрата робочої рідини
26	$a_5 \neq 0, a_4 = 0, a_3 = 0$	Втрата робочої рідини
27	$a_5 \neq 0, a_4 = 0, a_3 \neq 0$	Закоксовування рідини
28	$a_5 \neq 0, a_3 = 0$	Втрата робочої рідини

Введемо основні позначення та зробимо визначення базових понять. Будемо позначати повну модель (2.1):

$m^0 = \{m_j^0\}_{j=1,\ldots,6}$, де

- m_1^0 – вхідні дані;
- m_2^0 – обмеження на вхідні дані;
- m_3^0 – вихідні дані;
- m_4^0 – обмеження на вихідні дані;
- m_5^0 – сукупність моделей що реалізують ІМ;
- m_6^0 – сукупність критеріїв ІМ.

Визначення. Модель m^i є досяжною з моделі m^0:

$$m^i \overset{def}{\Leftrightarrow} \left\{\exists P \in G,\ \forall j = \overline{1,6},\ m_j^i = P\left(m_j^0\right)\right\},$$

де G – правила утворення підмоделей, а саме підмоделі утворюються за допомогою процедур над коефіцієнтами в основі яких лежать граничні представлення Пуанкаре та Тихонова.

Визначення. Множина досяжних моделей $\{m^i\} \subseteq m^0 \overset{def}{\Leftrightarrow} \forall i \exists P_i : m^i = P_i(m^0)$.

Для (2.1) $n=25$ – кількість параметрів повної моделі, тоді 2^n – кількість підмоделей повної моделі, булев n-арний вектор, де кількість одиниць дорівнює кількості ненульових параметрів підмоделі, буде індексом i-ї моделі, причому, за означенням, кількості нульових параметрів підмоделі задає порядковий номер рівня підмоделі.

Визначення. Позначимо M_{ij}^{kl}, $0 \le i < j \le n$ перехід (трансформацію) моделі з k-ї моделі i-го рівня в модель l, j-го рівня $\Leftrightarrow$ $\{\exists\{P \in G, M_i^k, M_j^l\}, i < j, M_j^l = P(M_i^k)\}$.

Таким чином врахована неможливість зворотного відтворення значень параметрів моделі, тобто процеси старіння без капітальних ремонтів ГСРП БМ не зворотні.

Визначення. $M_{ii}^{kl} = E \; \forall i,k,l$.

Цим постулюється, тотожній перехід, як перехід моделі в себе, з фізичної точки зору це стани ГСРП в рамках тієї ж самої моделі з точністю до ненульових коефіцієнтів і при збереженні трендів параметрів моделі.

Визначення. $\{M_{ij}^{kl}\} \Leftrightarrow \Sigma$ – основний (термінальний) алфавіт, причому $|\Sigma| \le 2^{22^n - 1} + 1$

Кількість букв, що мають зміст (сентенціальні форми) менш ніж $|\Sigma|$ і визначаються безпосередньо допустимими процесами в ГСРП.

Висновок. Алфавіт покривається n класами букв, що не перетинаються, причому буква належить класу Σ_i якщо в її індексі i нулів, $|\Sigma_i| = C_n^i$, $\Sigma = \bigcup_{i=0}^{n} \Sigma_i$

Таблиця 2

Множина букв термінального алфавіту				
Множина букв в індексі яких немає «0»	Множина букв в індексі яких 1 «0»	Множина букв в індексі яких 2 «0»	...	Множина букв віндексі яких n «0»

Визначення. Словом (ланцюгом) $M_{ij}^{kl} \, M_{qr}^{ps} \, M_{mu}^{tf}$ в алфавіті Σ називається скінченна послідовність елементів Σ, отримана конкатенацією, що для будь-яких суміжних букв алфавіту M_{ij}^{kl}, M_{qr}^{ps}, M_{mu}^{tf} виповнюється:

$$\forall (k,l,p,s,t,f) \, 0 \le i < j = q < r = m < u \le n.$$

Визначення. Однобуквене слово M_{ij} є елементарним $\Leftrightarrow i + 1 = j$

Визначення. Довжина слова дорівнює кількості однобуквених слів, що його утворюють.

Висновок. Довжина будь-якого слова не більше n.

Визначення. Слово, що не містить жодного символу (довжина 0), називається пустим словом і позначається ε.

Σ^+ – множина всіх непустих слів в алфавіті Σ, тобто слів на початку яких не стоїть ε. Причому $|\Sigma^+| \le |\Sigma^*| / 2 < \infty$, де Σ^* – множина всіх слів в алфавіті Σ.

На основі наведених визначень та положень формальних граматик сформулюємо висновки.

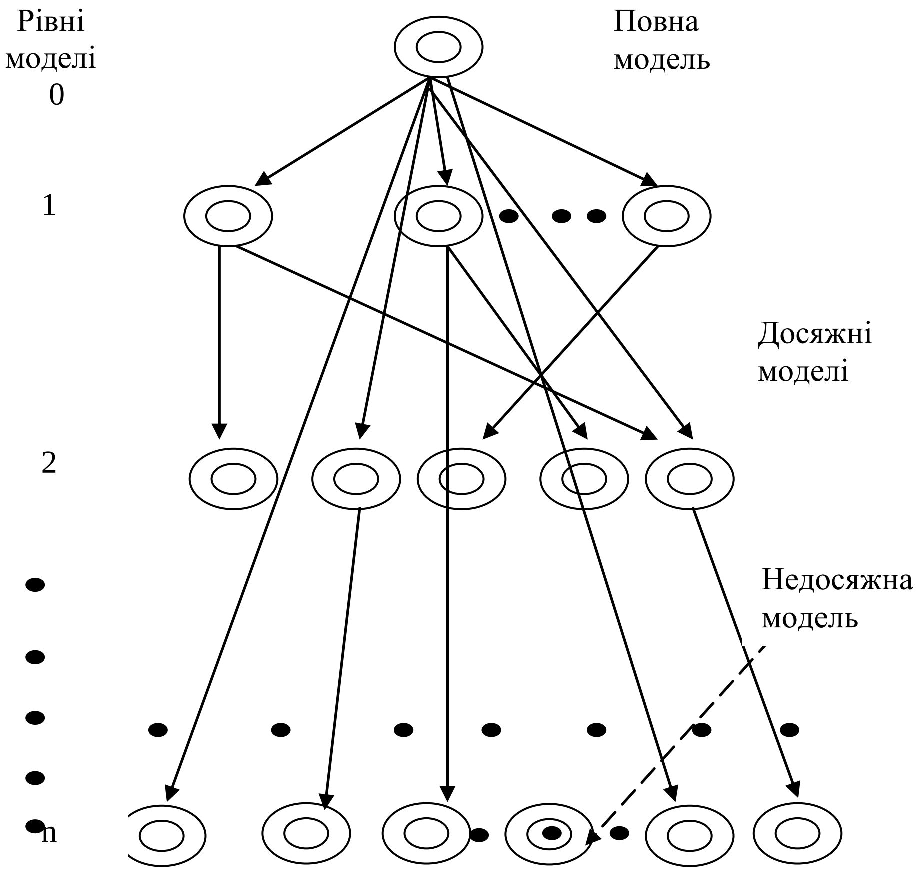

Рисунок 1. Досяжні під моделі в повній моделі САПР ГСРП.

1. **Висновок.** $\left|\Sigma^*\right| \le \left|\Sigma\right|^n < \infty$.

2. **Висновок.** В слові, що має зміст (представлене у сентенціальній формі) букві i -го класу може передувати буква тільки з індексом класу меншим i.

3. **Висновок.** Дві букви, що мають в індексі однакову кількість «0» не можуть зустрічатися в слові, яке має зміст.

4. **Висновок.** Кількість слів у яких закінченням є літера i -го класу складає множину не більше ніж $\prod_{j=1}^{i-1} C_n^j$.

5. **Висновок.** Кількість слів у яких на початку стоїть літера i -го класу складає множину не більше ніж $\prod_{j=i+1}^{n} C_n^j$.

N – допоміжний *с*кінчений (нетермінальний) алфавіт, який складається із слів отриманих фіксованими (за означенням) трансформаціями вхідної (початкової) моделі.

S – початковий символ (аксіома даної моделі).

$N \bigcap \Sigma = \varnothing, P \in \left(N \bigcup \Sigma\right)^+ \times \left(N \bigcup \Sigma\right)^*$,

де P – скінченне і $S \in N$,

P – пари $(\alpha, \beta) \in P$ називаються правилами підстановки і записуються у вигляді $\alpha \to \beta$
.

$$S \overset{def}{\Leftrightarrow} \left\{ s_{ij} \middle| \left\{ M_j \underset{G}{\to} M_j \right\} \wedge \left\{ \forall k < i : \exists s_{ki} \middle| M_k \underset{G}{\to} M_i \right\} \right\}$$

6. **Висновок.** У наведених припущеннях стосовно побудови слів кожне правило має наступний вигляд:

- $\eta A\theta \to \eta\alpha\theta,\ A \to \alpha$;
- $A \in N$, $S \in N$;
- $\eta \in \left(N \bigcup \Sigma\right)^*$, $\theta \in \left(N \bigcup \Sigma\right)^*$;
- $\alpha \in \left(N \bigcup \Sigma\right)^+$

Таким чином справедливе наступне твердження.

Теорема. Побудована граматика $G =< N, \Sigma, P, S >$ є контекстно-залежною, нескорочуємою (або граматика типу 1), в якій заміщення ланцюга символів може визначатись контекстом [4].

Будь-яка підмножина слів $L \subseteq \Sigma^*$ є контекстною мовою (або формальною мовою типу 1) над алфавітом Σ, що породжується граматикою G, а отже і визначає логіку предикатів першого порядку, як формальну модель міркувань на мові моделей, які породжуються моделлю M_0 [3].

Множина мов, породжена нескорочуємими граматиками, співпадає з множиною мов, породжених контекстно-залежними граматиками [3]. Для генерації її елементів застосовуються природні мови [4].

Такі мови легко розпізнаються завдяки існуванню алгоритму, який за скінченну кількість кроків дозволяє отримати відповідь про належність будь-якого ланцюга літер до мови, причому кількість кроків залежить від довжини ланцюга і її можна оцінити ще до виконання алгоритму [3].

Визначення. Мова L називається автоматичною (finite-state language), якщо існує скінченний автомат, що її розпізнає.

Висновок. Побудована нами мова L є скінченною, а отже є автоматною [4] і може бути розпізнана деяким скінченним автоматом у якого кожний стан є досяжним з деякого початкового стану і з кожного стану можна досягти хоча б одного завершального стану [3].

Граматика G породжує клас автоматних мов замкнених відносно ітерації, конкатенації, об'єднання, перерізу та доповнення .

В рамках запропонованої граматики, процес функціонування ГСРП можна представити як послідовність допустимих слів, літерами яких є часткові моделі. Такий підхід дозволяє реалізувати автоматизацію процесу управління гідроприводом на основі управляючої матриці, побудованої за правилами формальної граматики.

Література

1. Пелевін Л. Є. Дослідження математичної моделі гідромеханічного слідкуючого приводу / Пелевін Л. Є., Горда О. В., Горда Д. О. // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – К. : КНУБА. 2004. – Вип. 63. –С. 38–45.
2. Горда Д. О. Поле задач САПР системи управління гідравлічного слідкуючого рульового приводу / Горда Д. О. // Техніка будівництва. – 2009. – № 23. – С. 109–113.
3. Гросс М., Лантом Д. Теория формальных грамматик. – М.: Мир, 1971, 294с.
4. Хопкрофт Дж. Э., Мотвани Р., Ульман Дж. Д. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений, 2-е изд. М.: Вильямс, 2002, 528 с.
5. Вильнер Я.М. Справочное пособие по гидравлике, гидромашынам и гидроприводам. - Минск: Вышэйшая школа, 1985. -310с